

Т.Батчимэг, Д.Түвшинжаргал, Ж.Батболд,
Д.Даваасүрэн, Э.Чойсүрэн, Н.Баянбилэг,
Н.Гэндэнсүрэн, Б.Равданжамц, Н.Цогзолмаа,
Б.Энхболд, Б.Эрдэнэсүвд, Б.Ариунтунгалаг

МАТЕМАТИК

VIII

Ерөнхий боловсролын 12 жилийн сургуулийн
8 дугаар ангийн сурах бичиг

Боловсрол, Соёл, Шинжлэх Ухаан, Спортын Яамны
зөвшөөрлөөр хэвлэв.

Гурав дахь хэвлэл

СУРГУУЛИЙН НОМЫН САНД ОЛГОВ.
БОРЛУУЛАХЫГ ХОРИГЛОНО.

Улаанбаатар хот
2019 он

DDC
371.32
M-294

Математик VIII: Ерөнхий боловсролын 12 жилийн сургуулийн 8 дугаар ангийн сурах бичиг /Батчимэг.Т., ба бус; Ред. Лувсандорж.Ц., –УБ. 2015. 200х

Азийн Хөгжлийн Банкны “Эдийн засгийн хүндрэлийн үед боловсролын чанар, хүртээмжийг сайжруулах төсөл”-ийн хүрээнд хэвлүүлэв.

Энэхүү сурах бичиг нь “Монгол Улсын Зохиогчийн эрх болон түүнд хамаарах эрхийн тухай” хуулиар хамгаалагдсан бөгөөд Боловсрол, Соёл, Шинжлэх Ухаан, Спортын Яамнаас бичгээр авсан зөвшөөрлөөс бусад тохиолдолд цахим болон хэвлэмэл хэлбэрээр, бүтнээр эсхүл хэсэгчлэн хувилах, хэвлэх, аливаа хэлбэрээр мэдээллийн санд оруулахыг хориглоно.

Сурах бичгийн талаарх аливаа санал, хүсэлтээ textbook@mecs.gov.mn хаягаар ирүүлнэ үү.

© Боловсрол, Соёл, Шинжлэх Ухаан, Спортын Яам

ISBN 978–99962–74–18–3

АГУУЛГА

Сурах бичгийг хэрхэн ашиглах вэ?.....	5
I БҮЛЭГ. ТООН ОЛОНЛОГ, ЗЭРЭГ ЯЗГУУР	6
Рационал тоо	6
Тоог тоймлох	8
Рационал тооны үйлдэл	11
Натурал илтгэгчтэй зэрэг	14
Рационал тоог зэрэгт дэвшүүлэх, рационал тооноос язгуур гаргах	15
10-ын бүхэл илтгэгчтэй зэрэг	17
II БҮЛЭГ. ПРОЦЕНТ, ХАРЬЦАА, ПРОПОРЦ	21
Процент	21
Масштаб	25
Урвуу пропорционал хамаарал	27
III БҮЛЭГ. МАГАДЛАЛ	33
Олонлог, түүн дээрх үйлдэл	33
Нийцтэй ба нийцгүй үзэгдлүүд	35
Үзэгдлийн магадлал	37
IV БҮЛЭГ. ИЛЭРХИЙЛЭЛ, ТЭГШИТГЭЛ, ТЭНЦЭТГЭЛ БИШ	45
Нэг ба олон гишүүнт	45
Квадратуудын ялгавар, нийлбэр ба ялгаврын квадрат	50
Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлах	52
Алгебрын бутархай	56
Рационал тэгшитгэл	58
Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем	62
Нэг хувьсагчтай шугаман тэнцэтгэл биш	66
V БҮЛЭГ. ДАРААЛАЛ, ФУНКЦ	75
Дараалал	75
Арифметик прогресс	77
Шугаман функц, түүний график	81

Шугаман тэгшитгэлийн график, шулууны налалт	83
Шугаман тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бодох	86
Урвуу пропорционал хамаарлын график	88
$y = ax^2$ функц, түүний график	90
VI БҮЛЭГ. ӨНЦӨГ, ДҮРС, БАЙГУУЛАЛТ	96
Гүдгэр олон өнцөгтийн дотоод ба гадаад өнцөг	96
Гурвалжны дундаж шугам, өндөр, медиан, биссектрис байгуулах	99
Пифагорын теорем	101
Тойрог ба шулууны харилцан байршил	105
Төв өнцөг, тойрогт багтсан өнцөг	107
Олон өнцөгт байгуулах	111
Төсөөтэй дүрсүүд	115
VII БҮЛЭГ. БАЙРШИЛ, ХӨДӨЛГӨӨН, ХУВИРГАЛТ	120
Гомотет	120
Төсөөтэй гурвалжнууд	124
Хөдөлгөөн ба хувиргалт	130
Координатын хавтгай дахь хоёр цэгийн хоорондох зай	135
Биетийн тэгш хэмийн хавтгай	137
Хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг	142
VIII БҮЛЭГ. ХЭМЖИГДЭХҮҮН	149
Урт, талбай	149
Зам-хугацааны график	152
Тойргийн урт, дугуйн талбай	158
Биетийн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүн	160
Төсөөтэй дүрсүүдийн талбайн харьцаа	165
IX БҮЛЭГ. СТАТИСТИК	170
Өгөгдөл цуглуулах	170
Өгөгдлийг бүлэглэх	175
Гистограмм	178
Иш-навчийн диаграмм	180
Өгөгдлийг график, диаграмм сонгон дүрслэх	182
Дунджууд ба далайц	184
Хүснэгт, диаграммыг тайлбарлах	188

А. СУРАХ БИЧГИЙГ ХЭРХЭН АШИГЛАХ ВЭ?

- **Сэдэлжүүлэх даалгавар** - Математикийн мэдлэг, ойлголтоо хэрэглэн ахуй, амьдралын асуудлыг ойлгох, ухаарах, шийдлийг олох аргыг эрж, хайх, тухайн асуудлаар ярилцах, дүгнэлт гаргах даалгавар байна.

Жишээ

Эргэцүүлэн бодох, бодолтыг ойлгох, тайлбарлах, бодолтыг гүйцээх, алдаа гаргаж болзошгүй зүйлүүдийг олж харах, өмнөх мэдлэг, чадвараа хянах, шалгах, шинээр мэдлэг, чадвар эзэмшихэд чиглэсэн даалгаврууд байна.



Асуулт - Эргэцүүлэн бодох, эрэл хайгуул хийх, санал бодлоо ярилцах, хэлэлцэх, өмнөх мэдлэг, чадвараа сэргээн бататгах асуулууд байна.

Санамж, тайлбар - Өмнө нь үзсэн болон тухайн сэдэвт шинээр орж ирж байгаа математикийн нэр, томьёо, ойлголт, тэмдэг, тэмдэглэгээний талаар санамж, товч тайлбарыг өгсөн.

ГОДОРХОЙЛОЛТ

Тодорхойлолт, дүрэм, чанар
Математикийн хууль, дүрэм, чанар, тодорхойлолтыг бичсэн.

... **Даалгавар** - Дараах төрлийн даалгаврууд байна. Үүнд:

- Математикийн мэдлэг, ойлголтыг шалгах даалгавар
- Математикийн мэдлэг, ойлголтоо математик болон ахуй амьдралд хэрэглэх даалгавар
- Математикийн мэдлэг, ойлголтоо хэрэглэн санал, бодлоо тайлбарлах даалгавар
- Математикийн мэдлэг, ойлголтоо гүнзгийрүүлэх даалгавар
- Сонирхолтой бодлого
- Дараагийн сэдэвтэй холбогдох даалгавар
- Тооны машин хэрэглэх даалгавар
- Дадлага ажил.



Асуудал шийдвэрлэх даалгавар

Математикийн мэдлэг, ойлголтоо хэрэглэн ахуй амьдралын асуудал шийдвэрлэнэ.

- **Өөрийгөө сорих** - Бүлэг сэдвээр зайлшгүй эзэмшсэн байх чадварыг шалгах даалгаврууд байна.
- **Давтах** - Энэ хэсэгт дараах төрлийн даалгаврууд байна. Үүнд:
 - Бүлэг сэдвээр зайлшгүй эзэмшсэн байх чадварыг бататгах
 - Ахуй амьдрал дахь хэрэглээтэй холбогдсон
 - Математик сэтгэлгээг хөгжүүлэх сонирхолтой бодлого, даалгавар байж болно.

Б. АСУУДАЛ ШИЙДВЭРЛЭХ АРГА БАРИЛД СУРАЛЦАХ

Асуудал шийдвэрлэх үе шат

- Асуудлыг олж харах, ойлгох, өөрийн үгээр томьёолох
- Асуудлыг математик аргаар загварчлах, төлөвлөх
- Төлөвлөгөөг хэрэгжүүлэх
- Дүгнэлт гаргах, шалгах, гарсан үр дүнг математик нэр, томьёо, ойлголтоо ашиглан тайлбарлах чадвартай болно.

Бодлого бодох үе шат

- Бодлогын нөхцөлийг ойлгох
- Бодох аргаа сонгох, алхмаа төлөвлөх
- Сонгосон аргаар бодох, төлөвлөсөн алхмын дагуу гүйцэтгэх
- Хариугаа шалгах, үр дүнг тайлбарлах чадвартай болно.

I БҮЛЭГ. ТООН ОЛОНЛОГ, ЗЭРЭГ ЯЗГУУР

Рационал тоо

Улаанбаатар хотын сүүлийн 15 жилийн агаарын дундаж температурыг хүснэгтээр харуулжээ. / Эх сурвалж: <http://www.icc.mn/>

Сар	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
°C	-21.5	-16.8	-7.7	1.7	10.1	15.4	17.9	15.9	9.1	0.7	-11.1	-19.0

- а. Агаарын хэмүүдийг тоон шулуун дээр тэмдэглэ.
- б. Саруудын агаарын дундаж хэмийг харьцуул.
- в. Олон жилийн дунджаар хамгийн хүйтэн, хамгийн дулаан байсан сарыг ол.

Жишээ 1. $0.75, -2.5, \frac{1}{4}, 4\frac{3}{4}$ тоонууд өгөв.

- а. Тоон шулуун дээр тэмдэглэж, жиш.
- б. Дээрх тоонуудыг бүхэл ба натурал тооны ногдвор хэлбэрээр бичээрэй.

Бодолт: а. Өгсөн тоонуудыг тоон шулуун дээр тэмдэглэе.



Тоонууд тоон шулуун дээр зүүн гар талаас баруун гар тийш өсөх эрэмбээр байрладаг.

- б. Өгсөн тоонуудыг бүхэл ба натурал тооны ногдвор хэлбэрт бичье.

$$0.75 = \frac{3}{4}, \quad -2.5 = -2\frac{1}{2} = \frac{-5}{2}, \quad 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

Жишээ 2. Тоонуудыг аравтын бутархайд шилжүүл.

а. $\frac{5}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}, \frac{3}{10}$ б. $\frac{1}{3}, \frac{5}{11}, 1\frac{125}{999}, 1\frac{23}{990}$

Бодолт: а. $\frac{5}{2} = 2.5, \frac{2}{1} = 2, \frac{1}{2} = 0.5, \frac{3}{5} = 0.6, \frac{7}{5} = 1.4, \frac{3}{10} = 0.3$

б. $\frac{1}{3} = 0.3333\dots, \frac{5}{11} = 0.454545\dots, 1\frac{125}{999} = 1.125125125\dots, 1\frac{23}{990} = 1.02323\dots23$

Төгсгөлгүй үргэлжлэх аравтын бутархайн бутархай хэсгийн тодорхой нэг орноос эхлээд цифрүүд давтагдаж байвал уг бутархайг **төгсгөлгүй, үет аравтын бутархай** гэнэ. Давтагдаж байгаа цифрүүдийг үе гэнэ.

Аливаа төгсгөлөг аравтын бутархайг үет бутархай хэлбэртэй бичиж болно. Жишээ нь: $3.5 = 3.5000\dots$

? Төгсгөлгүй, үет аравтын бутархайг энгийн бутархайд хэрхэн шилжүүлэх вэ?

Жишээ 3. $2.(7) = 2.777\dots$ үет аравтын бутархайг энгийн бутархайд шилжүүлэе.

Бодолт: $2.(7) = 2.777\dots = a$ гэж тэмдэглэе.
Тэнцэтгэлийг 10-аар үржүүлбэл: $27.(7) = 27.777\dots = 10a$.

Үет бутархайг тэмдэглэх
 $\frac{1}{3} = 0.3333\dots = 0.(3)$
 $\frac{5}{11} = 0.454545\dots = 0.(45)$
 $1\frac{125}{999} = 1.125125\dots = 1.(125)$

Тэнцэтгэлүүдийг харгалзуулан хасвал: $27.777... = 10a$

$$- \frac{2.777...}{25.0} = \frac{a}{9a}$$

Эндээс $a = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$ гэж олдох тул $2.(7) = 2\frac{7}{9} = \frac{25}{9}$ байна.

Дээрх бодолтыг хамтран ярилцаад $7.0747474...$ үет аравтын бутархайг энгийн бутархайд шилжүүлж, хариугаа тооны машинаар шалгаарай.

РАЦИОНАЛ ТОО

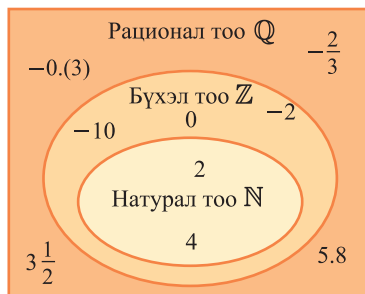
Бүхэл ба натурал тооны ногдвор хэлбэрээр бичигддэг тоонуудыг **рационал тоо** гэнэ.

Рационал тоон олонлогийг \mathbb{Q} үсгээр

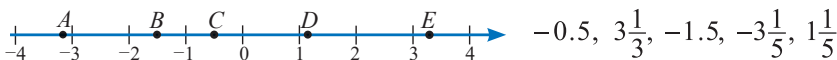
тэмдэглэдэг.
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N} \right\}$$

Бүхэл тоон олонлогийн бүх элемент нь рационал тоон олонлогт орох тул \mathbb{Z} нь \mathbb{Q} -ийн **дэд олонлог** болно.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$



1 Шулуун дээр тэмдэглэсэн цэгүүдийг координаттай нь харгалзуул.



2 Өгсөн тоонуудыг тоон шулуун дээр тэмдэглэ.

$$0, -1, 1.5, -\frac{4}{5}, -3, 1, -1\frac{1}{4}, 5, 4\frac{1}{2}$$

3 Өгсөн тоонууд рационал тоо мөн үү? Хэрэв мөн бол бүхэл ба натурал тооны ногдвор хэлбэрт бич.

$$0.8, 0.125, 11, 3.77, 0.001, -0.7, 0, -1, \frac{3}{10}, \sqrt{16}, \frac{7}{-9}$$

4 Төгсгөлгүй аравтын бутархайг үет бутархайн тэмдэглэгээгээр бич.

а. $0.255555...$ б. $15.345345345...$
 в. $12.1212112121...$ г. $0.01001001001...$

5 Энгийн бутархайг үет аравтын бутархайд шилжүүлж, тэмдэглэ.

а. $\frac{2}{3}$ б. $1\frac{32}{99}$ в. $2\frac{56}{99}$ г. $1\frac{107}{333}$ д. $\frac{73}{99}$ е. $1\frac{23}{90}$

6 Төгсгөлгүй үет аравтын бутархайг энгийн бутархайгаар илэрхийл.

а. $0.(8)$ б. $1.3(67)$ в. $0.0(36)$ г. $3.16(3)$ д. $27.(16)$ е. $0.12(7)$

7 Тоонуудыг жиш.

а. $-4\frac{6}{10} \dots -4.65$ б. $-2\frac{13}{16} \dots -2\frac{11}{14}$ в. $-5\frac{3}{11} \dots -5.(2)$

8 Сурагч математикийн шалгалтын 10 асуултын 2-ыг, физикийн шалгалтын 15 асуултын 4-ийг алджээ. Аль шалгалтад илүү өндөр амжилт үзүүлсэн бэ?

Тоог тоймлох



Дэлхийн хамгийн өндөр цэг Эверест буюу Жомолунгма оргил нь далайн түвшнээс дээш 8848 метрт оршдог.

- а. Энэ тоог аравт, зуут, мянгат, арван мянгатаар тус тус тоймлоорой.
 б. Энэ хэмжээг километрээр илэрхийлж, гарсан хэмжээг бүхлээр болон 0.01, 0.001 нарийвчлалтай тоймлоорой.

- 9 Цэнгэлдэх хүрээлэнд Монголын үндэсний баяр наадмын үйл ажиллагааг 15476 хүн үзжээ. Энэ тоог аравт, зуут, мянгат, арван мянгатаар тус тус тоймло.
- 10 Тоонуудыг 0.1 нарийвчлалтай тоймло.
- | | | | |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|
| а. 12.34 \approx 12.3 | б. 31.95 | в. 95.27 | г. 10.002 |
| д. 15.705 | е. 895.06 | ж. 926.24 | з. 100.99 |
- 11 Тоонуудыг 0.01 нарийвчлалтай тоймло.
- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| а. 34.175 | б. 30.0606 | в. 534.192 | г. 41.097 |
| д. 156.006 | е. 32.036 | ж. 7.7582 | з. 100.074 |
- 12 Дараах үйлдлийг тооны машин ашиглан гүйцэтгэж, хариуг тохирох нарийвчлалыг сонгон тоймло.
- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| а. $4 \div 17.2$ | б. $18 \div 7.1$ | в. $29 \div 3.2$ |
| г. $781 \div 52.2$ | д. $915 \div 12.1$ | е. $18 \div 199.2$ |
- 13 Хэмжээнүүдийг бүхэл нэгж рүү тоймло.
- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| а. 43.83 см -ийг сантиметрээр | б. 74.58 г -ыг граммаар |
| в. 816.502 кг -ыг килограммаар | г. 509.362 м -ийг метрээр |
| д. 601.380 км -ийг километрээр | е. 3.25 цаг -ийг цагаар |
- 14 Хэмжээнүүдийг өгсөн нэгж рүү шилжүүлж, бүхлээр тоймло.
- | | |
|--|---|
| а. 17030.95 см ² -ыг м ² | б. 0.159348 м ² -ыг см ² |
| в. 1638706.4 см ³ -ийг м ³ | г. 0.02831684 м ³ -ийг см ³ |
- 15 0.001 нарийвчлалтай тоймлоход 5.839 гардаг, бутархай хэсэг нь 4 оронтой байх тоонуудыг ол. Хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.
- 16 Тоог бүхлээр тоймлоход уг тооноос 0.396-аар их тоо гарчээ. Тооны бутархай хэсгийг ол. Энэ тоог 0.1 нарийвчлалтай тоймлоход уг тооноос хэдээр зөрөөтэй тоо гарах вэ?
- 17 Гурван сурагчийн хүндийн жинг хэмжиж, ялгаатай нарийвчлалаар тоймлоход Болор 47 кг, Билгүүн 44.5 кг, Амарын жин 49.95 кг болжээ. Сурагч тус бүрийн:
- а. Хүндийн жингийн авч болох хамгийн бага болон хамгийн их утгыг олж, хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.
 б. Хүндийн жинг бүхлээр (кг-аар) тоймлон сурагчдын дундаж жинг ол.

- 18 Голын уртыг 100 км-ээр (зуутаар) тоймлоход 200 км, харин 10 км-ээр (аравтаар) тоймлоход 150 км болжээ. Тэгвэл голын урт ямар байж болох вэ? Хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.

Тоог тэмдэгтийн тоогоор тоймлох

Жишээ 4.

а. 56.37-ийг 3 тэмдэгтийн тоогоор

б. 0.0054 гэсэн тоог 1 тэмдэгтийн тоогоор тус тус тоймлож бич.

Бодолт: а. 56.37 гэсэн тооны 5 цифрийг эхний тэмдэгт, 7 цифрийг дөрөв дэх тэмдэгт гэж үздэг. Зөвхөн эхний 3 тэмдэгтээр тоймлох учраас 4 дэх тэмдэгтийг 5-тай жишиж тоймлоно.

Ингээд: $56.37 \approx 56.4$ болно.

2 тэмдэгтээр тоймлоход 56

56.37

1 тэмдэгтээр тоймлоход 60

б. 0.0054 тооны эхний 3 цифр нь 0 байна. Тоог тэмдэгтээр тоймлохдоо хамгийн эхний 0-ээс ялгаатай тэмдэгтээс эхэлж тооцно.

Иймд 5 цифр нь 1 дэх, 4 цифр нь 2 дахь тэмдэгт болох учраас зөвхөн 1 тэмдэгтээр тоймлож бичвэл: $0.0054 \approx 0.005$ болно.

Жишээ 5.

Дараах тоонуудыг өгсөн тэмдэгтээр тоймло. Хариуг тайлбарлаарай.

а. 21.03 (3 тэмдэгтээр)	$21.03 \approx 21.0$	(3 < 5)
б. 0.068 (1 тэмдэгтээр)	$0.068 \approx 0.07$	(8 > 5)
в. 267.48 (2 тэмдэгтээр)	$267.48 \approx 270.0$	(7 > 5)
г. 28.887 (3 тэмдэгтээр)	$28.887 \approx 28.9$	(8 > 5)
д. 0.02096 (3 тэмдэгтээр)	$0.02096 \approx 0.021$	(6 > 5)

- 19 Тоонуудыг хаалтад бичсэн тэмдэгтийн тоогоор тоймлож бич.

а. 59588 (1 тэмдэгт) б. 59588 (3 тэмдэгт) в. 7951 (1 тэмдэгт)
 г. 8549 (2 тэмдэгт) д. 594.8 (1 тэмдэгт) е. 3.5839 (3 тэмдэгт)
 ж. 880 (1 тэмдэгт) з. 3023 (2 тэмдэгт) з. 23.851 (3 тэмдэгт)

- 20 Тоонуудыг хаалтад бичсэн тэмдэгтийн тоогоор тоймлож бич.

а. 0.094 (1 тэмдэгт) б. 0.4821 (1 тэмдэгт) в. 0.853 (2 тэмдэгт)
 г. 0.845 (1 тэмдэгт) д. 0.845 (2 тэмдэгт) е. 0.0043 (1 тэмдэгт)
 ж. 0.00406 (2 тэмдэгт) з. 0.00862 (2 тэмдэгт) з. 0.00862 (1 тэмдэгт)

- 21 0.7625 тоог тоймло.

а. Бүхлээр б. Зууны хэсгээр в. Аравны хэсгээр г. 3 тэмдэгтээр

Жишээ 6.

$\frac{7.2 \times 4.5}{9.8}$ илэрхийллийн утгыг ойролцоогоор олоод, хариугаа тооны машинаар шалгаарай.

Бодолт: Тоонуудыг бүхлээр тоймловол: $7.2 \approx 7$, $4.5 \approx 5$, $9.8 \approx 10$

Тоймлосон тоонуудын хувьд үйлдлээ гүйцэтгэвэл: 3.5.

Тооны машинаар шалгавал: $3.306 \dots \approx 3.3$ байна. Зөрөө нь 0.2 байна.

- 22 Үйлдлийн хариуг:
1. Тоймлоод цээжээр ол.
 2. Бичиглэл хийж ол.
 3. Ойролцоогоор олсон хариугаа тооцооллын үр дүнтэй харьцуулж, тооны машинаар шалга.
- а. 3.6×7.23 б. 8.6×32.54 в. 22.37×9.03
 г. 28.2×208 д. 75×86 е. 26.3×35.8
- 23 Өрөөний шалны хэмжээсүүд 3.62 м, 5.75 м бол:
- а. Шалны талбайг багцаалж олоорой.
 - б. Бичиглэл хийж олоод, харьцуулж, дүгнэлт гарга.
- 24 3700 төгрөгийн үнэтэй үзэг 23 ширхгийг авахад ойролцоогоор ямар үнэтэй болох вэ?
- 25 Оюун доорх үйлдлийг гүйцэтгээд хариугаа мянганы хэсгээр тоймложээ.
- а. $36.41 \times 37.32 \approx 1358.821$
 - б. $56.2 \times 1.97 \approx 11.071$
 - в. $82.3 \times 0.625 \approx 51.438$
 - г. $(204 + 109) \div 10.2 \approx 3.069$
 - д. $(16.7 + 31.3) \div 4.75 \approx 10.105$
- Илэрхийллийн утгыг ойролцоогоор тоймлон олж, илт алдаатай хариуг ол.
- 26 Илэрхийллийн утгыг ойролцоогоор ол.
- а. $\frac{6.3+5.6}{3.4}$ б. $\frac{49.7 \times 10.2}{24.8}$ в. $\frac{82.4 \times 77.5}{22.3}$ г. $\frac{253.6 - 65.3}{13.8}$
- 27 Машин 1 километр дунджаар 0.12 литр түлш хэрэглэдэг бол
- а. 162 км явахад ойролцоогоор хэдэн литр түлш зарцуулах вэ?
 - б. Тооцооллыг бичиглэл хийж гүйцэтгээрэй.
 - в. Ойролцоогоор олсон хариу тооцооллын жинхэнэ утгад хэр ойрхон байна вэ? Тайлбарла.



Голын урт

Хүснэгтэд Монгол орны зарим голын уртыг километрээр тоймлон өгчээ. Тоймлоход ижил үр дүн гардаг ойролцоо урттай ямар голууд байна вэ?

Голын нэр	Км-ээр тоймлосон урт	100 км-ээр тоймлосон урт	10 км-ээр тоймлосон урт
Орхон	1124		
Туул	819		
Хэрлэн	1264		
Сэлэнгэ	593		
Тэс	568		
Ховд	516		
Завхан	670		

Рационал тооны үйлдэл

Нэмэх, хасах

2011 онд Баянхонгор аймгийн Эхийн голд агаарын температур $+70$ хэм, Завхан аймгийн Тосонцэнгэл суманд -57 хэм хүрсэн байна. I сарын температурын дундаж нь Завхан аймгийн Тосонцэнгэл суманд хамгийн хүйтэн -39.5 хэм, VII сарын температурын дундаж Баянхонгор аймгийн Эхийн голд хамгийн дулаан $+36$ хэм байв.

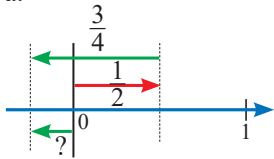
- Бүхэл тооны нэмэх ба хасах дүрмийг ашиглан мэдээлэлд өгсөн тоонуудын зөрөөг олоорой.
- Эерэг ба сөрөг тооны нэмэх, хасах дүрмийг тодорхойлоорой.

Жишээ 7. 1м нэгжтэй тоон шулууны тооллын эх дээр байгаа даамыг:

- Баруун гар тийш $\frac{1}{2}$ м зайд шилжүүлж, дахин зүүн гар тийш $\frac{3}{4}$ м зайд,
- Зүүн гар тийш $\frac{3}{5}$ м зайд, дахин баруун гар тийш $\frac{4}{6}$ м зайд тус тус шилжүүлэв. Даам тооллын эхээс хаашаа, ямар зайд шилжсэн бэ?

Бодолт: Тоон шулуун дээр даам зүүн гар тийш шилжсэнийг ногоон, баруун гар тийш шилжсэнийг улаан сумаар тэмдэглэе.

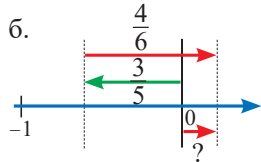
а.



$$0 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = -\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = -\left(\frac{3-2}{4}\right) = -\frac{1}{4} \text{ тул}$$

даам тооллын эхээс зүүн гар тийш $\frac{1}{4}$ метр зайд шилжиж $-\frac{1}{4}$ гэсэн координаттай цэг дээр иржээ.

б.



$$0 - \frac{3}{5} + \frac{4}{6} = -\frac{18}{30} + \frac{20}{30} = \frac{20}{30} - \frac{18}{30} = \frac{20-18}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \text{ тул даам}$$

тооллын эхээс баруун гар тийш $\frac{1}{15}$ м зайд шилжиж $\frac{1}{15}$ гэсэн координаттай цэг дээр иржээ.

28 Нийлбэрийг ол.

а. $\frac{11}{12} + \left(-1\frac{1}{6}\right)$

в. $-\frac{9}{14} + \frac{2}{7}$

д. $4 + \left(-1\frac{2}{3}\right)$

ж. $20.25 + (-15.71)$

б. $-1\frac{1}{5} + \left(-\frac{2}{15}\right)$

г. $-4.2 + 3.3$

е. $3\frac{3}{4} + \left(-4\frac{1}{3}\right)$

з. $\left(-\frac{1}{5}\right) + (-1.5)$

Рационал тооны нэмэх үйлдэл

- Эерэг тоонуудын нийлбэр эерэг тоо, сөрөг тоонуудын нийлбэр сөрөг тоо байна.
- Эерэг тэмдэгтэй хоёр тооны нийлбэрийг олохдоо:

1. Их модултай тооноос бага модултай тоог хасна.
2. Ялгаврын өмнө их модултай тооны тэмдгийг бичнэ.

29 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $6 + \left(-4\frac{3}{4}\right) + \left(-2\frac{1}{8}\right)$

б. $5\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4} + \left(-7\frac{1}{3}\right)$

в. $10.9 + (-15.6) + 2.1$

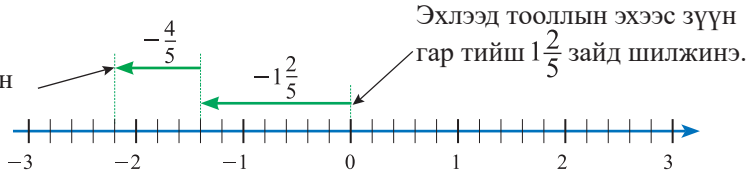
30 Эсрэг тэмдэгтэй хоёр тооны нийлбэр ямар үед эерэг, сөрөг, 0 угтатай байх вэ?

Жишээ 8: Тоон шулуун ашиглан а. $-1\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$, б. $-2\frac{3}{4} - (-3\frac{5}{8})$ утгыг ол.

Бодолт:

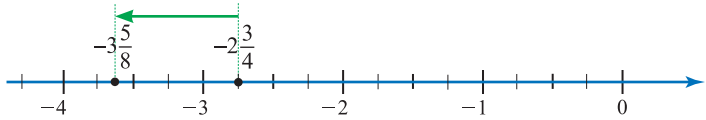
а.

Дараа нь дахин зүүн гар тийш $\frac{4}{5}$ зайд шилжинэ.



$$-1\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = -\left(1\frac{2}{5} + \frac{4}{5}\right) = -1\frac{6}{5} = -2\frac{1}{5} \text{ боллоо.}$$

б. Тоон шулуун дээр хоёр цэгийн хоорондох зайг олох дүрэм ашиглая.



$$-2\frac{3}{4} - \left(-3\frac{5}{8}\right) = -2\frac{3}{4} + 3\frac{5}{8} = \frac{7}{8} \text{ боллоо.}$$

Дээрх загварыг ашиглаад $-3\frac{5}{8} - \left(-2\frac{3}{4}\right)$ ялгаврыг олох дүрэм гаргаарай.

Рационал тооны хасах үйлдэл
Рационал тооны хасах үйлдэл гүйцэтгэхдээ
 $a - b = a + (-b)$
гэдгийг ашиглан нэмэх үйлдэл гүйцэтгэх дүрмийг баримтална.

31 Илэрхийллүүдийн аль нь бусдаасаа ялгаатай вэ? Хариултаа тайлбарла.

$$\frac{-5}{8} - \frac{3}{4} \quad \frac{-3}{4} + \frac{5}{8} \quad \frac{-5}{8} + \left(-\frac{3}{4}\right) \quad \frac{-3}{4} - \frac{5}{8}$$

32 Ялгаврыг ол.

а. $5.5 - 8.1$ б. $-7.34 - (-5.51)$ в. $-1 - 2.5$ г. $-5 - \frac{5}{3}$
 д. $-8\frac{3}{8} - 10\frac{1}{6}$ е. $-\frac{1}{2} - \left(-\frac{5}{9}\right)$ ж. $\frac{5}{8} - \left(-\frac{7}{8}\right)$ з. $-1\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$

33 а. Дэлхийн хамгийн том элсэн цөл Сахарт $+57.8$ хэм байхад Антарктидад -83.3 хэм байв. Сахарт Антарктидаас хэдэн хэмээр дулаан байна вэ?

б. Агаарын температур өдөр $+2\frac{1}{2}$ хэм, шөнө $-1\frac{1}{4}$ хэм байв. Өдөр ба шөнийн агаарын температурын зөрөөг ол.

34 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ б. $\frac{1}{6} - \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{6}$ в. $-8 - \frac{1}{2} - (-8)$
 г. $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) + \frac{4}{3}$ д. $6.59 + (-7.8) - (-2.41)$ е. $-\frac{12}{5} + \frac{13}{6} + \left(-3\frac{2}{3}\right)$
 ж. $1\frac{5}{7} - \left(-3\frac{11}{14}\right) + \left(-2\frac{1}{4}\right)$ з. $8\frac{2}{3} - \left(-4\frac{3}{8}\right) + \left(-6\frac{1}{36}\right)$ и. $\frac{3}{2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) + \left(-2\frac{7}{12}\right)$

35 $x - y = 0.6$ тэнцэтгэлийг үнэн байлгах x ба y -ийн гурван хос сөрөг утга ол.

Үржүүлэх, хуваах

- Хөвсгөл аймгийн Дархадын хотгор орчимд өвөл дунджаар $-26\frac{2}{5}$ хэм, харин
- Өмнөговь аймгийн Ханбогд суманд дунджаар $-8\frac{4}{5}$ хэм хүйтэн байдаг.
- Дархадын хотгор Ханбогдоос хэд дахин хүйтэн байна вэ?
- Үүнийг хэрхэн олж болох вэ? Ярилцаарай.

Жишээ 9. $-\frac{35}{7} \times \left(-\frac{28}{4}\right)$ үйлдлийг хэрхэн гүйцэтгэснийг тайлбарла.

Бодолт: $-\frac{35}{7} = -5$; $-\frac{28}{4} = -7$ тул $-\frac{35}{7} \times \left(-\frac{28}{4}\right) = (-5) \times (-7) = 35$ болно.

Нөгөө талаас $\left(-\frac{35}{7}\right) \times \left(-\frac{28}{4}\right) = \frac{35 \times 28}{7 \times 4} = \frac{35 \times 28}{28} = 35$ болж байна.

Жишээ 10. $-\frac{40}{4} \div \frac{10}{2}$ ногдворыг олъё.

Бодолт: $-\frac{40}{4} \div \frac{10}{2} = -10 \div 5 = -(10 \div 5) = -2$ буюу $-\frac{40}{4} \div \frac{10}{2} = -\left(\frac{40}{4} \div \frac{10}{2}\right) = -\left(\frac{40}{4} \times \frac{2}{10}\right) = -5$

Хоёр бодолтыг харьцуулж, ярилцаарай.

Рационал тооны үржүүлэх, хуваах үйлдлийг гүйцэтгэхдээ бүхэл тооны үржүүлэх, хуваах тэмдгийн дүрмийг баримтална.

- 36** Үйлдлийг гүйцэтгэхгүйгээр үр дүн нь ямар тэмдэгтэй байхыг тогтоо.

$$-\frac{3}{10} \times \left(-\frac{8}{15}\right) \quad 1\frac{1}{2} \div \left(-\frac{1}{4}\right) \quad -6.2 \times 8.18 \quad \frac{-8.16}{-2.72}$$

- 37** Үйлдлийг гүйцэтгэ.

$$\text{а. } \frac{4}{6} \times \frac{3}{8} \quad \text{б. } 3 \times \left(-\frac{2}{5}\right) \quad \text{в. } (-0.4) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \quad \text{г. } \left(-\frac{5}{7}\right) \times \frac{7}{2}$$

$$\text{б. } \left(-\frac{3}{4}\right) \div \frac{8}{6} \quad \text{в. } \left(-\frac{7}{2}\right) \div \left(-\frac{3}{10}\right) \quad \text{г. } \frac{3}{5} \div (-0.6) \quad \text{д. } 4\frac{2}{3} \div \left(-5\frac{2}{3}\right)$$

- 38** $1\frac{3}{5}$ см урт, $2\frac{1}{3}$ см өргөнтэй цонх шиллэх хэрэгтэй болов. Шилний хэмжээг ол.

- 39** Тэгш өнцөгт хэлбэртэй хашааны урт 36 м, өргөн нь уртын $\frac{5}{6}$ -тай тэнцүү. Энэ талбайн хагасыг зүлэгжүүлэхээр болжээ. Ямар хэмжээний газар зүлэгжүүлэх вэ?

- 40** Үйлдлийг гүйцэтгэ.

$$\text{а. } -1\frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times 0.8 \quad \text{б. } \left(-\frac{3}{8}\right) \times \frac{1}{12} \times \left(-\frac{8}{3}\right) \quad \text{в. } -7 \div \left(-5\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\text{г. } 1\frac{5}{9} \div \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-2\frac{3}{5}\right) \quad \text{д. } \left(-3\frac{1}{9}\right) \times \frac{7}{15} \div 1\frac{1}{27} \quad \text{е. } -4 \times \left(-\frac{3}{16}\right) + \frac{1}{6} \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

- 41** 14.6 литрийн багтаамжтай савны $\frac{3}{4}$ хэсэгт ус хийв. Савыг дүүргэхийн тулд хэдэн литр ус нэмэх хэрэгтэй вэ?

- 42** Үржвэр нь $-\frac{3}{5}$ байх гурван хос тоо бич.

Натурал илтгэгчтэй зэрэг

2^4 см, 2^5 см, 2^3 см талуудтай тэгш өнцөгт параллелепипедийн гадаргуугийн талбайг дараах төлөвлөгөөний дагуу олж, дүгнэлт гаргаарай.

- Талуудын уртыг үржвэр хэлбэртэй бичээд талсын талбайг олоорой.
- Ижил талбайтай талсуудын талбайн нийлбэрийг олоорой.
- Гадаргуугийн талбайг олоорой.

Жишээ 11. Илэрхийллийг зэрэг хэлбэртэй бичээд, дүгнэлт гаргаарай.

а. $5^2 \times 5^3 = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

б. $7^5 \div 7^3 = \frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times \cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7}} = 7 \times 7 = 7^2$

в. $(2^2)^4 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2+2} = 2^{2 \times 4} = 2^8$

г. $2^2 \times 5^2 = (2 \times 2) \times (5 \times 5) = (2 \times 5 \times 2 \times 5) = 10 \times 10 = 10^2 = (2 \times 5)^2$

д. $\frac{15^4}{3^4} = \frac{15 \times 15 \times 15 \times 15}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = \left(\frac{15}{3}\right)^4$

Зэргийн чанарууд

$m, n \in \mathbb{N}$ үед

1. $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$,

2. $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$, $m > n$

3. $(a^n)^m = a^{n \times m}$

4. $(ab)^n = a^n \times b^n$

5. $(a \div b)^n = a^n \div b^n$

43 Үйлдлийг гүйцэтгээд, хариуг зэрэг хэлбэрт бич.

а. $6^3 \times 6^7$

б. $7^5 \times 7^5$

в. $13^2 \times 13^5$

г. $(-5) \times (-5)^6$

д. $(-3.2)^4 \times (-3.2)^7$

е. $12^8 \div 12^3$

ж. $312^{21} \div 312^7$

з. $(-5.6)^{22} \div (-5.6)^7$

44 5^4 см, 5^5 см, 5^3 см талуудтай тэгш өнцөгт параллелепипедийн эзлэхүүнийг ол.

45 Үйлдлийг хялбар аргаар гүйцэтгэ.

а. $3^2 \times 3^7$

б. $12^4 \times 12^{11}$

в. $3^5 \times 3^6 \div 3^6$

г. $7^6 \times 7^{13} \div 7^{11}$

д. $5^{12} \times 5^{17} \div 5^{21}$

е. $11^9 \div 11^5 \times 11^6$

ж. $4^2 \div 2^3 \times 4^3$

з. $9^3 \div 3^3 \times 9^4$

46 5^{15} -ийг 5 суурьтай а. 2 зэргийн, б. 3 зэргийн үржвэр хэлбэрт бич. Энэ бодлого хэдэн хариутай вэ?

47 Зэргийг зэрэг дэвшүүл.

а. $(6^3)^6$

б. $(9^5)^{11}$

в. $(8^3)^5$

г. $(11^5)^2$

д. $(3^7)^4$

е. $(7^8)^3$

ж. $(2.5^6)^7$

з. $((7^4)^2)^3$

и. $((110^2)^2)^4$

к. $((13^2)^3)^4$

л. $((-4)^3)^2$

м. $\left(\left(-\frac{3}{4}\right)^5\right)^2$

48 Зэрэг хэлбэрээр бич.

а. $\frac{2^5 \times (2^3)^4}{2^{13}}$

б. $\frac{(5^8)^2 \times 5^7}{5^{22}}$

в. $\frac{(2^5)^2}{2^6 \times 4}$

г. $\frac{3^7 \times 27}{(3^4)^3}$

д. $\frac{(9^4)^2 \times 9^7}{3^{21}}$

е. $\frac{(-8.3)^8}{(-8.3)^7} \times \frac{(-8.3)^4}{(-8.3)^3}$

ж. $\left(\frac{-5^4}{(-5)^4}\right)^4$

з. $\left(\frac{(-2)^6}{-2^6}\right)^6$

49 $n \in \mathbb{N}$ бол илэрхийллийн утгыг ол.

а. $(-1)^n \times (-1)^n \times (-1)^n \times (-1)^n$

б. $(-1)^{2n} \div (-1) \div (-1)$

в. $(-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{2n+4}$

г. $(-1)^{n+3} \times (-1)^n \times (-1)^{2n-1}$

50 $a + b, a - b, a \times b, a \div b$ утгуудыг ол.

а. $a = 2.7 \times 10^7, b = 4.5 \times 10^6$

б. $a = 3.6 \times 10^6, b = 2.4 \times 10^5$

в. $a = 4.2 \times 10^3, b = 2.1 \times 10^2$

г. $a = 6.4 \times 10^4, b = 6.4 \times 10^4$

д. $a = 6 \times 10^{n+1}, b = 3 \times 10^n$

е. $a = 8 \times 10^{n+2}, b = 4 \times 10^{n+1}$

51 Зэрэг хэлбэрт бич.

а. $8^2 \times 9^2 \div 3^2$

б. $5^8 \times 4^8 \div 2^8$

в. $18^3 \div 6^3 \times 2^3$

г. $36^2 \div 12^2 \times 3$

52 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $2^3 \times 4^2 - 9 \times 3^2$

б. $25^4 \div 5^6 - 9^4 \div 3^5$

в. $36^6 \div 6^{10} + 3^7 \div 3^3$

53 Илэрхийллийн утгыг ол.

а. $(5 \times 2^{33} - 4 \times 2^{30}) \div 4^{16}$

б. $(4 \times 3^{22} + 7 \times 3^{21}) \div (19 \times 27^4)^2$

в. $5 \times (3 \times 7^{15} - 19 \times 7^{14}) \div (7^{16} + 3 \times 7^{15})$

г. $(23^5 \times 5 - 23^4 \times 10) \div 21$

Рационал тоог зэрэгт дэвшүүлэх, рационал тооноос язгуур гаргах

Квадратын талбай $1\frac{7}{9}$ см² байв. Талын уртыг нь олохдоо ямар үйлдэл ашиглах вэ? Ярилцаарай.

Рационал тоог зэрэг дэвшүүлэх болон язгуураас гаргахдаа $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}$) хэлбэрийг хэрэглэнэ.

Жишээ 12. а. $(-1\frac{1}{5})^2, (-1\frac{1}{3})^3$ б. $\sqrt{1\frac{11}{25}}, \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$ утгыг ол.

а. Рационал тоог бүхэл ба натурал тооны ногдвор хэлбэрт бичээд ногдворыг зэрэг дэвшүүлэх чанар хэрэглэвэл:

$$\left(-1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{-6}{5}\right)^2 = \frac{(-6)^2}{5^2} = \frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}, \quad \left(-1\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{-4}{3}\right)^3 = \frac{(-4)^3}{3^3} = \frac{-64}{27} = -2\frac{10}{27}$$

б. Рационал тоог бүхэл ба натурал тооны ногдвор хэлбэрт бичээд а. бодлогын үр дүнг ашиглавал:

$$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{6^2}{5^2}} = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}, \quad \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} = \sqrt[3]{\frac{-64}{27}} = \sqrt[3]{\frac{-64}{3^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{-4}{3}\right)^3} = -1\frac{1}{3}$$

Жишээ 13. а. $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ б. $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$ утгыг ол.

а. $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

б. $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$

Үржвэр ба ногдвороос язгуур гаргах

1. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
 $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$

2. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

54 Үржвэрийг зэрэг хэлбэрт бич.

а. $\left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)$

б. $(\sqrt{9}) \times (\sqrt{9}) \times (\sqrt{9}) \times (\sqrt{9}) \times (\sqrt{9}) \times (\sqrt{9})$

55 Зэргийн утгыг ол.

- | | | | | |
|-------------|-------------|---------------|----------------|---------------|
| а. 2^5 | б. 3^4 | в. 0.2^6 | г. 0.05^2 | д. 0.1^3 |
| е. $(-2)^5$ | ж. $(-3)^4$ | з. $(-0.2)^6$ | и. $(-0.05)^2$ | к. $(-0.1)^3$ |
| л. -2^5 | м. -3^4 | н. -0.2^6 | о. -0.05^2 | ө. -0.1^3 |

Аль нь “тооны зэрэг”, аль нь “тооны зэргийн эсрэг тоо” болж байна вэ?

56 Утгыг олохгүйгээр өсөх эрэмбээр байрлуул.

- а. $(-2)^3, 2.4^4, (-3)^4, (-9)^0, (-7)^5, (-1.5)^2$ б. $(3.5)^3, (-2)^2, (-2)^3, (-1)^0, (-4\frac{1}{7})^4, (-11)^5$

57 Зэргийн утгыг ол.

- | | | | | |
|----------------------|---------------|-----------------------|------------------------|----------------|
| а. 8^0 | б. $(-4)^4$ | в. $(-1.5)^2$ | г. 0^6 | д. $(-0.01)^0$ |
| е. $(\frac{3}{7})^4$ | ж. $(-0.5)^3$ | з. $(1\frac{2}{3})^3$ | и. $(-1\frac{5}{7})^2$ | к. $(-0.2)^3$ |

58 Язгуур гарга.

- | | | | | |
|--------------------------|----------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------------------|
| а. $\sqrt{0.36}$ | б. $\sqrt{0.01}$ | в. $\sqrt[3]{-0.001}$ | г. $\sqrt[3]{-0.027}$ | д. $\sqrt{1.44}$ |
| е. $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ | ж. $\sqrt{1\frac{17}{64}}$ | з. $\sqrt[3]{1\frac{61}{64}}$ | и. $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$ | к. $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ |

59 Язгуур гарга.

Жишээ нь: $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

- | | | | | |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| а. $\sqrt{24}$ | б. $\sqrt{32}$ | в. $\sqrt{80}$ | г. $\sqrt[3]{54}$ | д. $\sqrt[3]{-128}$ |
| е. $\sqrt{\frac{3}{4}}$ | ж. $\sqrt{\frac{15}{64}}$ | з. $\sqrt{\frac{18}{16}}$ | и. $\sqrt[3]{\frac{9}{8}}$ | к. $\sqrt[3]{-\frac{16}{27}}$ |

60 Илэрхийллийн утгыг ол.

- | | | |
|---|---|---|
| а. $((-2)^3 + 5^2) \times (-4)$ | б. $2.2^2 + (-0.2)^2$ | в. $(0.1 - 0.2)^3$ |
| г. $2\frac{2}{3} \div (-2)^3$ | д. $(-2)^3 \times \sqrt{12\frac{1}{4}}$ | е. $(-2\frac{1}{2})^3 \times 0.064$ |
| ж. $\sqrt{2.25} \div \sqrt{1\frac{7}{9}}$ | з. $\sqrt[3]{3.375} \div \frac{3}{4}$ | и. $\sqrt{1.(7)} \times (-\frac{3}{4})$ |

61 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

- | | |
|--|---|
| а. $-4^2 \times \frac{1}{24} + (-\frac{2}{3})^0$ | б. $(-2\frac{1}{4})^2 + (-2)^3$ |
| в. $0.2 \times (-5)^2 - 16 \times (\frac{1}{2})^4$ | г. $81 \times (-\frac{1}{3})^4 - 0.05 \times (-10)^3$ |
| д. $(1 - \frac{4}{27} \times (-3)^2)^3$ | е. $(2 + \frac{5}{16} \times (-2)^3)^4$ |

62 $n \in \mathbb{N}$ -ийн ямар утгад $(-5)^n$ ба -5^n зэргийн утгууд тэнцүү байх вэ?



Дискний багтаамж



Компьютерын хатуу дискийн багтаамжийг “байт” (byte-B) нэгжээр хэмждэг бөгөөд 1 гигабайт (GB) нь 2^{30} байттай тэнцдэг. Зурагт компьютерын нийт багтаамжийн хэмжээг (Total Space) өгчээ. Энэхүү хэмжээг байтаар илэрхийл.

10-ын бүхэл илтгэгчтэй зэрэг

..., ..., ..., 10, 100, 1000, 10000, ... дарааллын зүй тогтлыг олж, үргэлжлүүлье. Дарааллын гишүүн бүр өмнөх гишүүнээс 10 дахин ихсэж байна. Тэгвэл “10” гэсэн гишүүний өмнөх 3 гишүүнийг олж.

$$\dots \frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, 1, 10, 100, 1000, 10000, \dots$$

Энэ дарааллыг 10-ын зэрэг хэлбэрээр бичвэл:

$$\dots 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$$

Эндээс ямар дүгнэлт хийж болох вэ? Ярилцаарай.

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1, \quad 10^{-2} = \frac{1}{100} = 0.01, \quad 10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0.001 \dots$$

$$a^{-k} = \frac{1}{a^k} \quad (k > 0)$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

Жишээ 14. Үйлдлийг гүйцэтгэж, дүгнэлт хийгээрэй.

- а. 485.359×0.1 , 485.359×0.01 , $485.359 \div 10$, $485.359 \div 100$
 б. $2461.7 \div 0.1$, $2461.7 \div 0.01$, 2461.7×0.001 , 2461.7×10 , 2461.7×100



Тоог 10, 100, 1000, 10000-аар үржүүлж, хуваах нь 0.1, 0.01, 0.001 гэх мэт тоогоор үржүүлж, хуваахтай ямар хамааралтай вэ? Ярилцаж, дүгнэлт гаргаарай.

63 Утгыг ол.

- а. 10^0 б. 10^1 в. 10^{-4} г. 10^{-6} д. 0.1^3

64 Илэрхийллийн утгыг ол.

- а. 2×10^4 б. 3.1×10^8 в. 8.169×10^5
 г. 837×10^{-2} д. 97.1×10^{-3} е. 275.02×10^{-5}

65 Тоонуудыг 10-ын зэрэг агуулсан үржвэр хэлбэрт бич.

- а. 10000 б. 4200 в. 23000 г. 10000000
 д. 8000000000 е. 12000000000 ж. 2354000 з. 42100000000

66 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

- а. 9.17×100 б. 12.212×10000 в. 0.12362×1000000
 г. 6.2×0.01 д. 62739×0.0001 е. 63234×0.00001
 ж. $28.7 \div 10$ з. $358 \div 100$ и. $928 \div 1000$
 к. $81.45 \div 0.1$ л. $0.009 \div 0.001$ м. $0.4059 \div 0.00001$

67 Хоосон нүдэнд тохирох тоог нөхөж бич.

- а. $26.4 \times \square = 0.264$ б. $\square \times 0.001 = 78.2$ в. $315 \div 10000 = \square$
 г. $10.82 \times 1000 = \square$ д. $20202 \times 0.01 = \square$ е. $0.5225 \times \square = 522500$
 ж. $0.09 \times \square = 0.00009$ з. $0.007 \times \square = 700$ и. $0.35 \div \square = 350$

Давтах

- 68) Үет аравтын бутархайн тэмдэглэгээ хэрэглэн бич.
 а. 0.121212... б. 17.453453... в. 9.57878... г. 90.03678678...
- 69) Энгийн бутархайг аравтын бутархайгаар илэрхийл.
 а. $1\frac{3}{10}$ б. $6\frac{5}{9}$ в. $9\frac{3}{11}$ г. $19\frac{2}{9}$
- 70) Тоонуудыг өсөх эрэмбээр бич.
 а. -1.2, -1.22, 1.2, (-1.2)² б. 0.15, -0.15, (-0.15)², (-0.15)³
- 71) Бутархайнуудыг энгийн бутархайд шилжүүл.
 а. 0.3535... б. 1.3(6) в. 1.30(6) г. 1.305(6)
- 72) Туулайн жин 1473 грамм байжээ.
 Энэ хэмжээг а. 100г-аар, б. 10г-аар, в. кг-аар тус тус тоймло.
- 73) Хөлөг онгоцны хүндийн жинг тонноор тоймлоход 47384 тонн болжээ.
 Дараах хоёр өгүүлбэрийн аль нь зөв бэ?
 а. Масс нь 47384.5 т-оос бага б. Масс нь 47384.4 т-оос их
 Тоймлохын өмнө ямар жинтэй байсан байж болох вэ?
- 74) Машины зогсоол квадрат хэлбэртэй бөгөөд квадратын нэг талыг 0.1 нарийвчлалтай тоймлоход 4.7 м болсон бол тоймлохын өмнөх:
 а. Квадратын нэг талын (a) б. Квадратын периметрийн (p)
 в. Квадратын талбайн (S) авч болох хамгийн бага болон хамгийн их утгыг олж, хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.
- 75) Тооцооллыг гүйцэтгээд, хариугаа тоймлож ол.
 а. $\frac{5}{6} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 1$ б. $\frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}}$ в. $\frac{1}{1 + (\frac{1}{4} + 1)}$
- 76) Тооны машин ашиглан тооцооллыг гүйцэтгээд, хариугаа 3 тэмдэгтээр тоймло.
 а. $(5.73 - 2.9)^2$ б. $(5.61 + 2.75)^3$ в. $\sqrt{5.1 + 6.8}$ г. $7.3^2 \times (15.4 - 7.05)$
 д. $(4.57 + 3.52) \times (9.32 - 4.05)$ е. $22.3^2 + (3.7 - 5.1)^2$
- 77) a ба b -ын 0.1 нарийвчлалтай ойролцоо утга нь $a \approx 4.3$, $b \approx 12.5$ бол дараах илэрхийллийн утгыг олж, хариугаа бүхлээр тоймло.
 а. $a + b$ б. $b - a$ в. ab г. a^2
- 78) Илэрхийллийн утгыг харьцуулж ярилцаарай.
 а. $-7 \times 1.25 + 10$ ба $-7 \times (1.25 + 10)$ б. $-5 \times (-3.6) - 3.8$ ба $-5 \times (-3.6 - 3.8)$
- 79) Үржвэр ба ногдворыг ол.
 а. $-1.44 \times \frac{5}{12}$ б. $-2.2 \div (-1\frac{1}{3})$ в. $1\frac{1}{15} \times (-0.5)$ г. $0.28 \div (-\frac{14}{17})$
- 80) Дөрвөн өдрийн турш усны түвшний өөрчлөлтийг хэмжихэд -0.05см, 0.09см, -0.04см ба -0.08см байв.

- а. Өөрчлөлтийн арифметик дундаж хэд вэ?
 б. Дахин нэг өдрийн дараа тооцоход арифметик дундаж нь -0.01 см болсон байв.
 Тав дахь өдрийн өөрчлөлт хэд байсан бэ?

81 Илэрхийллийн утгыг ол.

а. $5 \div \left(-\left(-\frac{1}{12}\right)\right) \div \left(\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{6} \div (-2)\right) + 1\frac{1}{3}$ б. $\left(3\frac{2}{15} - 5\frac{5}{6} + 1\frac{1}{15}\right) \div \left(0.014 - 1\frac{1}{4}\right)$
 в. $-1\frac{1}{4} \times (-25) \times \frac{4}{5} - (-36) \div \frac{3}{4} + (-16.5) \times 4\frac{1}{4}$ г. $-\frac{5}{8} \times 3.2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-7\frac{2}{5}\right) \times (-1.5)$
 д. $5\frac{1}{4} \times \left(-2\frac{2}{7}\right) - (-4.2) \div 3\frac{3}{5} + \left(-\frac{6}{7}\right) \times \left(-2\frac{1}{3}\right) \times \left(-3\frac{1}{4}\right)$
 е. $4\frac{2}{3} \div \left(-5\frac{1}{3}\right) - \frac{5}{8} \times 3\frac{1}{5} \times (-0.6) + \left(-7\frac{1}{5}\right) \div (-1.5)$

82 Зэрэг хэлбэрт бичих боломжтой тоонуудыг зэрэг хэлбэрт бич.

а. 128 б. 0.0016 в. 0.0009 г. $15\frac{5}{8}$ д. 12.25
 е. -128 ж. -0.0016 з. -0.0009 и. $-15\frac{5}{8}$ к. -12.25

83 Зэргийн утгыг ол.

а. 10^5 б. 10^{-3} в. 10^{-5} г. 0.1^4 д. $(0.1)^{-3}$

84 Илэрхийллийн утгыг ол.

а. 3.5×10^5 б. 0.36×10^6 в. 4.56×10^{-2} г. 456×10^{-2} д. 200×10^{-2}

85 Тоог 10-ын зэрэг агуулсан үржвэр хэлбэрт бич.

а. 45000 б. 327000 в. 7800000000 г. 2560000000000
 д. 0.45 е. 3.27 ж. 0.000005 з. 0.00000024

86 Язгуураас гарга.

а. $\sqrt[3]{0.008}$ б. $\sqrt[3]{1\frac{13}{36}}$ в. $\sqrt{(-1.75)^2}$ г. $\sqrt[3]{-1.728}$

87 Илэрхийллийн утгыг ол.

а. $((-2)^4) + (-1)^3 \times 7 \div (-3)^3$ б. $-2 \times (-5)^3 \div 6\frac{1}{4} + \left(-3 \div \frac{3}{2}\right)^2 - (-2)^5$
 в. $-0.5^2 - \frac{1}{4} \times (0.05 \div (-0.1)^2 - 2^3)$ г. $\left(-0.6^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(2\frac{1}{2} - (-4)^2\right)\right) \div (-0.1)^2$

88 Тооцоол.

а. $\frac{3^{10} \times (3^2)^4}{(3^5)^2 \times 3}$ б. $\frac{(5^2)^6 \times (5^7 \div 5^4)}{(-125)^5}$ в. $\frac{(-3)^9 \times 9^2 \times 81^2}{-27^{10} \div 3^5}$ г. $\frac{32^4 \times (-2)^8 \div 64^3}{-128^3 \div (-8)^4}$

89 Илэрхийллийн утгыг ол.

а. $\frac{4^5 \times 2^6}{32^3}$ б. $\frac{9^5 \times 3^3}{81^3}$ в. $1.1^5 \times \left(\frac{10}{11}\right)^5$ г. $2.3^7 \times \left(\frac{10}{23}\right)^7$

90* Зэргүүдийг жиш.

а. 2^{10} ба 10^3 б. 10^{100} ба 100^{10} в. 2^{300} ба 3^{200} г. 31^{16} ба 17^{20}

Өөрийгөө сорих - 1

1. Энгийн бутархай хэлбэрт бич.
 а. -0.9 б. 0.45 в. -0.258 г. -0.312
2. Энгийн бутархай хэлбэрт бич.
 а. $0.(1)$ б. $1.(2)$ в. $2.(3)$ г. $3.(45)$
3. 7 тамирчин уралдав. Түрүүлсэн тамирчин барианд орж байх үед бусад тамирчид барианаас ямар зайтай байсныг хүснэгтээр харуулжээ.

Тамирчин	А	Б	В	Г	Д	Е
Зай (м)	-1.264	$-\frac{5}{4}$	-1.015	-0.48	$-\frac{14}{25}$	$-\frac{13}{8}$

Тамирчдын барианд орсон дарааллыг тогтоо.

4. Тоон шулуун дээр $-\frac{1}{2}$ болон $-\frac{1}{3}$ тоонуудын хооронд орших
 а. төгсгөлөг аравтын бутархай б. төгсгөлгүй үет аравтын бутархай
 тус тус ол.
5. a тоог 0.01 нарийвчлалтай тоймлоход 6.37 болсон бол тоймлохын өмнө ямар тоо байсан бэ? Хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.
6. $-3\frac{1}{4} - (-\frac{5}{8})$ ялгавартай тэнцүү угтгатай илэрхийлэл бүрийг ол.
 а. $-3\frac{1}{4} - (\frac{5}{8})$ б. $-3\frac{1}{4} + (\frac{5}{8})$ в. $-3\frac{1}{4} + (-\frac{5}{8})$ г. $-3\frac{1}{4} + (+\frac{5}{8})$
 д. $(-\frac{5}{8}) - 3\frac{1}{4}$ е. $(\frac{5}{8}) - 3\frac{1}{4}$ ж. $(-\frac{5}{8}) + 3\frac{1}{4}$ з. $(\frac{5}{8}) + 3\frac{1}{4}$
7. Тоог 10-ын зэрэг агуулсан үржвэр хэлбэрт бич.
 а. $2405000000 = 240.5 \times \underline{\hspace{2cm}}$ б. $0.0000012 = 12 \times \underline{\hspace{2cm}}$
8. Үржвэр ба ногдворыг ол.
 а. $2.1 \div (-0.7)$ б. $-2.5 \times (-0.4)$ в. $3.9 \times (-\frac{2}{3})$ г. $-\frac{4}{7} \div (-1\frac{2}{7})$
9. Утгыг ол.
 а. $\sqrt{0.04}$ б. $\sqrt[3]{-0.064}$ в. $\sqrt{1\frac{23}{121}}$ г. $\sqrt[3]{1\frac{61}{64}}$
10. Зэргийн чанар ашиглан хялбар аргаар тооцоол.
 а. $0.4^2 \times 250^2$ б. $1.25^4 \times 8^4$ в. $\frac{125 \times 5^4}{5^6}$ г. $\frac{6^{12}}{36 \times 6^9}$
11. Илэрхийллийн утгыг ол.
 а. $(-1\frac{1}{2})^2 \times (-2)^3$ б. $(2\frac{2}{3})^3 \div (\frac{2}{3})^2$ в. $(-7^4) \times (-\frac{2}{7})^3$ г. $(-5^4) \div (-2\frac{1}{2})^4$

II БҮЛЭГ. ПРОЦЕНТ, ХАРЬЦАА, ПРОПОРЦ

Процент



Дорж банкны зээлээр шинэ машин худалдаж авахыг хүсжээ. Машины үнийн $\frac{2}{5}$ -ыг урьдчилж төлөөд үлдсэн 9 сая төгрөгийг 2 жилийн хугацаатай сарын 1.8%-ын хүүтэй зээлээр төлөх гэрээ хийжээ. 2 жилийн дараа машины үнэд хэдэн төгрөг төлсөн байх вэ? Төлөвлөгөө зохиож бодоорой.

Жишээ 1. 200 г давсны уусмалд 50 г давс байв. 10%-ын хольцтой уусмал болгохын тулд хэчнээн хэмжээний ус нэмэх вэ?

Бодолт: 200 г -ын 50 г нь хэдэн процент болохыг олъё.

$$\frac{50}{200} = \frac{25}{100} = 25\% \text{ буюу } 200 \text{ г уусмалын } 25\% \text{ нь давс байсан байна.}$$

Шинэ уусмалын 10% нь 50 г давс байх тул шинэ уусмалын хэмжээ.

$$50 \div 0.1 = 500 \text{ г байх ёстой. Иймд } 500 \text{ г} - 200 \text{ г} = 300 \text{ г ус нэмнэ.}$$

1. Энгийн бутархайг процентоор илэрхийл.

а. $\frac{19}{100}$ б. $\frac{7}{10}$ в. $\frac{4}{5}$ г. $\frac{3}{8}$ д. $\frac{1}{3}$ е. $1\frac{1}{8}$

2. Процентыг энгийн бутархайд шилжүүл.

а. 45% б. 2.4% в. 8% г. 0.5% д. 112% е. $33\frac{1}{3}\%$

3. Цээжээр тооцоолж ол.

а. 400-ийн 10% б. 7-ийн 50% в. 12-ын 20% г. 300-ийн 25%
д. 20 кг-ын 40% е. 500 м-ийн 90% ж. 12 цагийн 75% з. 50 см-ийн 120%

4. Процентоор илэрхийл.

а. 8 нь 50-ын б. 7 нь 25-ын в. 12 нь 20-ын г. 28 нь 70-ын
д. 84 нь 200-ийн е. 27 нь 30-ын ж. 260 нь 400-ийн з. 24 нь 150-ын

5. Ангийн сурагчдын 60% нь ямар нэг төрлийн дугуйланд хамрагддаг. Дугуйланд огт хамрагддаггүй 16 сурагч байдаг бол анги хэдэн сурагчтай вэ?

6. Баярын хямдралаар 360 000 төгрөгийн үнэтэй хивсний үнэ 35% хямдарчээ. Хивс ямар үнэтэй болсон бэ?

7. Билгүүний аав нь эртний үнэт эдлэлийг 1.5 сая төгрөгөөр худалдан авчээ. Хоёр жилийн дараа уг үнэт эдлэлийн үнэ 25%-оор өссөн бол ямар үнэтэй болсон бэ?

8. Шинэ төрсөн хүүгийн биеийн жин 3 сарын дараа 60%-оор нэмэгдэж 6.4 кг болжээ.

а. Хүү анх төрөхдөө ямар жинтэй байсан бэ?

б. Жин нь хэдэн килограммаар нэмэгдсэн бэ?

- 9 Математикийн бодлогыг ангийн сурагчдын $\frac{3}{20}$ нь огт бодоогүй, 25% нь буруу бодсон ба харин 18 сурагч зөв бодсон бол анги хэдэн сурагчтай вэ?
- 10 Компани шинэ жилээр бүх ажилчдадаа шагналт цалин олгов. Ажилчин бүр шагналынхаа 10%-ыг татварт өгч, 360000 төгрөг хүлээн авчээ. Дараа жил нь шагналт цалингийн хэмжээ 5% өссөн бол ажилчид хэдэн төгрөг авах вэ?
- 11 250 000 төгрөгийг жилийн 8%-ийн хүүтэйгээр банканд хадгалуулав. 3 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болсон байх вэ?
- 12 Интернет сүлжээний компани сарын хураамжаа 20%-оор хямдруулжээ. Мөн хэрэглэгчид интернетийн төлбөрөө шууд банкаар төлбөл 5%-ын урамшуулал олгох болжээ. Хэрэв нэгэн өрх сард 35000 төгрөг төлдөг бол уг хоёр урамшууллын дараа сард хэдэн төгрөг төлөх вэ?

Жишээ 2. 48 кг жинтэй зэс ба тугалганы хайлш 40%-ын зэс агуулна. 50%-ын зэстэй болгохын тулд уг хайлш дээр ямар хэмжээний цэвэр зэс нэмэх вэ? Төлөвлөгөөний дагуу бодоорой.

Төлөвлөлт:

I алхам. Хайлш дахь зэс болон тугалганы жинг олно.

II алхам. 50%-ын зэс болон 50%-ын тугалганы хольцтой хайлшны жинг олно.

III алхам. Нэмэх зэсийн хэмжээг олно.

Бодолт: I алхам. 48 кг-ийн 40%-ын зэсийн жин $48 \times 0.4 = 19.2$ кг,

60%-ын тугалганы жин $48 \times 0.6 = 28.8$ кг болно.

II алхам. Тугалганы жин хэвээр байх бөгөөд 28.8 кг нь шинэ хайлшны 50% болох тул зэсийн хэмжээ ч мөн адил шинэ хайлшны 50% буюу 28.8 кг болно.

III алхам. $28.8 - 19.2 = 9.6$ кг зэс нэмнэ.

Байгаль дээр тоо томшгүй олон хольц байдаг бөгөөд эдгээрээс дараах төрлийн хольцуудыг авч үзье.

Уусмал буюу шингэн хольц. Энэ нь усанд уусгасан ямар нэгэн бодис. Давс, чихэр, иод гэх зэрэг. Усан доторх бодисын эзлэх хувийг **концентраци** гэнэ.

Хайлш буюу хатуу хольц. Хоёр буюу хэд хэдэн төрлийн металлыг хольж хайлуулсан хайлш. Алиных нь ч эзлэх хувийг концентраци гэж нэрлэх боломжтой.

Хүдэр. Энэ бол ихэвчлэн байгалийн гарлаараа байгаа олборлон авсан ашигт малтмалын боловсруулаагүй түүхий эд. Хүдэр нь чулуу ба түүнд холилсон металл. Металлын эзлэх хувийг **агууламж** гэнэ.

Жимс буюу чийглэг хольц. Аливаа жимс нь жимсний амтлаг бодис ба уснаас тогтох бөгөөд шинэ жимсэнд усны эзлэх хувь их, хатаасан жимсэнд ус тун бага хувь эзэлдэг байна. Хадсан өвс, талх гээд олон янзын хольц байдаг.

13. Өвсийг хатаахад түүний жингийн 70% -оор багасдаг.
 а. 10 т, 15 т, 20 т өвсийг хатаахад ямар жинтэй болох вэ?
 б. Хатаасан өвс 300 кг, 150 кг, 18 т жинтэй бол өвс анх ямар жинтэй байсан бэ?
14. Зэсийн хайлшинд зэс ба хүдэр 8 : 5 харьцаатай оржээ. Хайлшинд:
 а. 60 г хүдэр хэрэглэсэн бол зэс ямар хэмжээтэй орсон бэ?
 б. 80 г зэс хэрэглэсэн бол хүдэр ямар хэмжээтэй орох вэ?
15. Тэнгисийн ус 5%-ын давс агуулдаг. 40 кг жинтэй тэнгисийн усан дээр ямар хэмжээний ус нэмбэл 2%-ын давсны уусмал болох вэ?
16. 40%-ын 200 г давсны уусмал дээр хэдэн грамм ус нэмж хийвэл 20%-ын давсны уусмал болох вэ?
17. 60%-ын сүү агуулсан 10 л шингэрүүлсэн сүү байв.
 а. 75%-ын шингэрүүлсэн сүү бэлтгэхийн тулд хэдэн литр цэвэр сүү нэмэх вэ?
 б. Сүүний эзлэх хувийг 30%-оор багасгахын тулд хэдэн литр цэвэр ус нэмэх вэ?
 в. 5 л ус нэмэхэд хэдэн хувийн шингэрүүлсэн сүү болох вэ?
18. 18% алтны агууламжтай 40 кг зэс-алтны хайлш байв. Алтны агууламжийг 15% болгохын тулд хэдэн килограмм зэс холих хэрэгтэй вэ?
19. Уусмал дахь давсны хэмжээ 32% эзэлж байв.
 а. 75 кг уусмал дахь давсны хэмжээг ол.
 б. Хэдэн килограмм уусмалд 12.8 кг давс агуулагдах вэ?
20. 40 процентын 1200 г давсны уусмал байв. Давсны концентрацийг 75% болгохын тулд ямар хэмжээний усыг ширгээх хэрэгтэй вэ?
21. 17 процентын хүчил агуулсан 3 литр уусмал дээр 19 процентын хүчил агуулсан 7 литр уусмал нэмэв. Шинэ уусмал дахь хүчлийн эзлэх хувийг ол.
22. 20% болон 40% хүчил агуулсан хоёр төрлийн уусмал байв. Нэг дэх уусмалаас 200 г, хоёр дахь уусмалаас 300 г-ыг авч шинэ төрлийн уусмал бэлтгэв. Энэхүү уусмал дахь хүчлийн концентрацийг ол.
23. Харгалзан 25%, 40%, 30% концентрацтай 200 г, 500 г, 300 г давсны уусмал байв. Эдгээрийг холиход үүсэх уусмалын концентрацийг ол.
24. Харгалзан 20%, 30%, 40% концентрацтай 250 г, 300 г, 450 г азотын хүчлийг хольжээ. Үүссэн уусмалын концентрацийг ол.
25. 3 төрлийн металл хольж хайлш бэлтгэв. I төрлийн металл нь II төрлийн металаас 20%-оор их, III төрлийн металаас 1.5 дахин их бол металл бүрийн хайлш дахь концентрацийг ол.

Жишээ 3. Нэг төрлийн бодис шингэн төлөвөөс хатуу төлөвт шилжихдээ эзлэхүүн нь 15% нэмэгддэг бол хатуу төлөвөөс шингэн төлөвт шилжихдээ эзлэхүүнийхээ хэдэн процентыг алддаг вэ?

Бодолт: Хатуу төлөвт шилжихэд эзлэхүүн нь

$$100\% + 15\% = 115\% = 1.15 \text{ болж өснө.}$$

Буцаад шингэн төлөвт шилжсэн эзлэхүүн нь хатуу төлөв дэх эзлэхүүний

$$\frac{1}{1.15} = \frac{20}{23} = \frac{2000}{23}\% = 86\frac{22}{23}\% \text{ болно.}$$

Иймд эзлэхүүнийхээ

$$100\% - 86\frac{22}{23}\% = 13\frac{1}{23}\% \text{ -ийг алдаж байна.}$$

- 26** Дүрсийн талын уртыг
 а. 25% б. 20%
 томсгож зурав. Буцаагаад анхны дүрстэй тэнцүү дүрс зурахын тулд хэдэн процентоор багасгах вэ?
- 27** Тэгш өнцөгтийн тал бүрийг 30% томсгож зурав. Шинэ үүссэн тэгш өнцөгтийн талбай нь анхны тэгш өнцөгтийн талбайн хэдэн хувьтай тэнцэх вэ?
- 28** Ажилчдын цалин эхлээд 20%-оор нэмэгдээд, дараа нь 20%-оор буурсан бол цалин анхныхаасаа хэдэн процентоор өөрчлөгдсөн бэ?
- 29** Барааны үнэ 3 жил дараалан 20% өсөв.
 а. 3 жилийн өмнөх үнэтэй харьцуулахад хэдэн процентоор өссөн бэ?
 б. Үүний дараа эдийн засгийн өсөлтөөс хамааран барааныхаа үнийг 3 жилийн өмнөхтэй нь тэнцүү байхаар тогтоожээ. Үнээ хэдэн процентоор буулгасан бэ?



Хадгаламжийн хүү тооцох

Банкны хадгаламжийн хүү тооцох нөхцөлийг хүснэгтээр өгчээ.

- а. 3 сая төгрөгийг 3 сар, 6 сар, 1 жил, 2 жилийн хугацаатай хадгалуулахад хадгаламжийн хүү нь хэд болох вэ? Тооцоолж олоорой. Энэ тохиолдолд хүүгээс хүү тооцохгүй. Үүнийг энгийн хүү гэдэг.
- б. 3 сая төгрөгийг 3, 3 сараар хугацааг нь сунгаж 1 жил хадгалуулах, эсвэл 1 жилийн хугацаатай хадгалуулах хоёр ижил үү? Ялгаатай юу? Хариугаа тайлбарлаарай.

Хугацаа	3 сар	6 сар	9 сар	12 сар	13-18 сар	19-24 сар
Сар	0.90%	1.12%	1.15%	1.266%	1.283%	1.283%
Жил	10.80%	13.44%	13.80%	15.20%	15.40%	15.40%

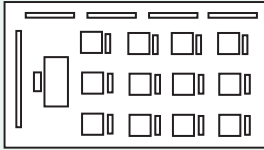
<http://www.golomtbank.com/mn>

в. Хүснэгтийг ашиглан, бодлого зохиож бодоорой.

Масштаб

Дадлага ажил: Ангийн план зураг зурцгаая.

Хэрэглэгдэхүүн: А4 цаас, харандаа, метр, шугам, баллуур



а. Ангийнхаа урт, өргөнийг болон сандал, ширээ, шүүгээ, самбар гэх мэт эд зүйлсийг хэмжинэ.



- б. Хэмжсэн үр дүнгээ хэд дахин багасгавал ангийн бодит хэмжээ А4 цаасан дээр бүрэн багтахыг тооцоолж, цаасан дээрээ зурна.
- в. Цаасан дээрх зургийн нэг сантиметрт бодит биетийн хэдэн сантиметр харгалзаж байгааг тооцоолж $1:n$ гэсэн харьцаа зохио.

Жишээ 4. Улаанбаатар - Өндөрхаан - Баруун Урт - Шилийн Богд гэсэн аяллын маршрутын замын урт ойролцоогоор 1700 км байжээ.

- а. $1:10000000$ масштабтай газрын зураг дээр энэ зай хэдэн сантиметрээр зурах вэ?
- б. Энэ зайг газрын зураг дээр 3.4 см -ээр зурсан бол түүний масштабыг ол.

Бодолт:

а. $1:10000000$ масштаб гэдэг нь газрын зураг дээрх 1 см зай нь бодит хэмжээний 10 000 000 см -тэй тэнцэнэ гэсэн үг.

1700 км-ыг см нэгжээр илэрхийлбэл:

$$1700 \text{ км} = 1700 \times 1000 = 1700000 \text{ м} = 170000000 \text{ см} \text{ болно.}$$

Иймд газрын зураг дээр $170000000 \div 10000000 = 17 \text{ см}$ урттай зурна.



МАСШТАБ

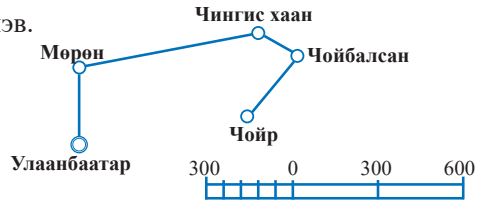
Бодит хэмжээг хэд дахин багасгаж цаасан дээр буулгасаныг **план зураг** гэдэг. План зургийн нэг сантиметрт харгалзах бодит хэмжээг сантиметрээр илэрхийлснийг **масштаб** гэж нэрлэдэг.

Масштаб ба бодит хэмжээ өгсөн үед план зураг дээрх хэмжээг яаж олох вэ?
 ? Масштаб ба план зураг дээрх хэмжээ өгсөн үед бодит хэмжээг яаж олох вэ?
 Бодит хэмжээ болон план зураг дээрх хэмжээ өгсөн үед масштабыг хэрхэн олох вэ?

- 30 План зураг дээр бодит хэмжээг сантиметрээр илэрхийлжээ. Масштабыг ол.
 а. 50 км \rightarrow 1 см б. 500 км \rightarrow 20 см в. 50 км \rightarrow 100 см г. 150 км \rightarrow 5 см

- 31 Газрын зургийн масштаб $1:100000$ бол:
 а. 20 км зайг газрын зураг дээр хэдэн сантиметрээр дүрслэх вэ?
 б. Газрын зураг дээр 4.5 см урттай дүрслэгдсэн замын бодит урт хэд вэ?

- 32 Зургийн масштаб 1 : 20 000 бол
 а. 2 км ба 4.5 км зай зураг дээр хэдэн сантиметрээр дүрслэгдсэн бэ?
 б. Зурагт 5 см хэмжээтэй дүрслэгдсэн замын бодит урт хэдэн километр байх вэ?
- 33 Дэлхийд өндрөөрөө хоёрдугаарт ордог Токио Скайтрий телевизийн цамхаг нь 634 м өндөртэй. Энэхүү цамхаг 350 м, 450 м өндөрт орших хоёр тавцантай. Цамхгийн багасгасан загвар нь 6.34 см өндөртэй бол:
 а. Зургийн масштабыг ол.
 б. 450 м өндөрт орших тавцан нь загварын сууриас ямар өндөрт байх вэ?
 в. Загварын сууриас 3.5 см өндөрт байх тавцан бодит байдалд хэдэн метр өндөрт байх вэ?
- 34 Автобусны эцсийн буудал хоорондын зай 32 км бол энэ зайг 1 : 100 000 масштабтай план зураг дээр ямар хэмжээгээр зурах вэ?
- 35 1 : 1000 масштабтай план зураг дээр байшингийн урт ба өргөнийг 2 см, 1.5 см хэмжээгээр зуржээ.
 а. Бодит хэмжээг ол.
 б. Байшингийн суурийн талбай болон план зураг дээрх талбайн харьцааг ол.
- 36 Зурагт агаарын харилцааны замыг үзүүлэв. Улаанбаатараас гарсан нисэх онгоц аймгийн төвүүдийг дайран нисэж Чойр хотод очсон бол нийт хэчнээн километр зам туулсан вэ? Масштабыг ашиглаарай.



- 37 96 ширхэг харандааг а. 2 тооны б. 3 тооны в. 4 тооны харьцаагаар тус бүр 3 янзаар хуваа. Жишээ нь, 4 тооны харьцаагаар буюу 1 : 2 : 4 : 5 харьцаатай хуваахад $96 \div 12 = 8$ гэдгээс 8, 16, 32, 40 харандаа болно.

Сагсан бөмбөгийн талбай

Өгсөн мэдээллийг ашиглан асуултад хариул.

а. Насанд хүрэгчдийн сагсан бөмбөгийн талбайн бодит хэмжээг 1 : 500 масштабтаар багасган зурвал урт ба өргөн нь ямар хэмжээтэй болох вэ?

б. Сагсан бөмбөгийн талбайн 1 : 1000 масштабтай план зургийг зур.

в. Талбайн урт ба өргөнийг харьцааг ол.

г. Мини сагсан бөмбөгийн талбайн уртыг 18 м гэж авбал өргөн нь ямар хэмжээтэй болох вэ? Өргөнийг 12 м гэж авбал урт нь ямар хэмжээтэй болох вэ? Тохиолдол бүрд 1 : 500 масштабтай план зургийг зураарай.

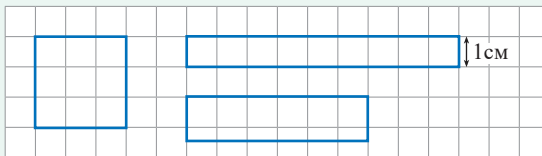
The diagram shows a rectangular basketball court with a length of 28 м and a width of 15 м. The basket height is 6 м, and the key length is 3.6 м. The court is divided into three sections by a vertical line.

Насанд хүрэгчдийн сагсан бөмбөгийн талбай 28 м × 15 м хэмжээтэй байдаг. Мини сагсан бөмбөгт хэмжээг 12 м × 7 м-ээс 26 м × 14 м хүртэл үндсэн харьцааг алдагдуулалгүй өөрчилж болдог.

Урвуу пропорционал хамаарал

9 см² талбайтай тэгш өнцөгтүүдийг олцгооё.

Өөр ямар боломжууд байж болох вэ?



Олсон тэгш өнцөгтүүдийн урт, өргөний хэмжээг олж, хүснэгтийг нөхөөрэй.

Урт /см/	1	1.5	3	4.5	6	9
Өргөн /см/						

- а. Урт нь ихсэхэд өргөн нь хэрхэн өөрчлөгдөж байна вэ?
- б. Урт нь багасахад өргөн нь хэрхэн өөрчлөгдөж байна вэ?
- в. Өргөнийг y -ээр, уртыг x -ээр тэмдэглэвэл ху үржвэр тогтмол хэд байх вэ?
- г. y -ийг x -ээр илэрхийлсэн томъёо зохиож болох уу?

Жишээ 5. Автомашин 60 км/ц хурдтайгаар 6 цаг явжээ. Хэрэв хурдаа 2 дахин ихэсгэсэн бол хугацаа хэрхэн багасах вэ?

Бодолт: Явсан зам: $60 \text{ км/ц} \times 6 \text{ ц} = 360 \text{ км}$
 2 дахин их хурд: $60 \text{ км/ц} \times 2 = 120 \text{ км/ц}$
 120 км/ц хурдтайгаар явах хугацаа: $360 \text{ км} \div 120 \text{ км/ц} = 3 \text{ цаг}$.

Дүгнэлт: Хурд 2 дахин ихсэхэд хугацаа $6 \text{ ц} \div 2 = 3 \text{ ц}$ болж 2 дахин багасаж байна.

УРВУУ ПРОПОРЦИОНАЛ ХАМААРАЛ

Нэг хэмжигдэхүүний утга тодорхой тоо дахин ихсэхэд (багасахад) нөгөө хэмжигдэхүүний утга пропорционалаар уг тоо дахин багасдаг (ихэсдэг) бол эдгээрийг **урвуу пропорционал хамааралтай** гэдэг.

Жишээ 6. Хоорондын хамаарал нь $y = \frac{12}{x}$ томъёогоор өгөгдсөн хоёр хэмжигдэхүүний утгын хүснэгтийг нөхөөд, асуултад хариулаарай.

- а. x нь 3 дахин,
2 дахин, 5 дахин
ихсэж байхад y нь хэд
дахин багасаж байна вэ?

x	1		3		5		8	
y		6		3		2		1.2

- б. y нь 2 дахин,
3 дахин багасахад x нь
хэд дахин ихсэж байна вэ?
Тайлбарлаарай.

x	1		3		5		8	
y		6		3		2		1.2

38 Дараах хэмжигдэхүүнүүд ямар хамааралтай вэ? Ярилцаж, дүгнэлт хийгээрэй.

- а. Тэгш өнцөгтийн урт нь тогтмол тоо бол түүний өргөн ба талбай
- б. Тогтмол хурдтай машины явах хугацаа ба зам
- в. Нэгэн ижил зайг туулах машинуудын хурд ба хугацаа

39 x ба y нь пропорционал хамааралтай эсэх, хэрэв тийм бол шууд эсвэл урвуу хамаарлын аль нь болохыг тогтоо.

а.

x	2	4	6	8	10
y	4	16	36	64	100

б.

x	2	5	10	12	15
y	30	12	6	5	4

в.

x	1	5	8	20	50
y	5	1	0.625	0.25	0.1

г.

x	2	5	8.4	12	15
y	0.5	1.25	2.1	3	3.75

40 Хос хэмжигдэхүүн бүр шууд эсвэл урвуу хамааралтай байгаа эсэхийг тогтоо. Хүснэгт ашиглан хариултаа тайлбарла.

а. Баярт зориулж 200 жигнэмэг хийжээ.

Баярт оролцох хүний тоог n , нэг хүнд ногдох жигнэмэгийн тоо s .

б. Оюутан 20 цаг цагийн ажил хийв. Нэг цагийн цалин r , нийт цалин p .

Жишээ 7. Улаанбаатараас Хархорин хүртэл 640 км бөгөөд энэ зайд машин дараах хурдтайгаар явбал ямар хугацаа зарцуулах вэ?

Бодолт:

Хурд	40 км/ц	50 км/ц	60 км/ц	80 км/ц
Хугацаа				

Зам тогтмол байх үед хурд ба хугацаа нь урвуу хамааралтай байна.

Хэрэв хурдыг x , хугацааг y гэж тэмдэглэвэл $x \times y = 640$ болох ба

эндээс хугацааг олбол: $y = \frac{640}{x}$ болно.

УРВУУ ПРОПОРЦИОНАЛ ХАМААРЛЫН ТОМЬЁО

Урвуу пропорционал хамааралтай x ба y хэмжигдэхүүнүүдийн хамаарлыг $y = \frac{k}{x}$ томьёогоор илэрхийлж болно (Энд k - тогтмол тоо)

Урвуу пропорционал хамааралтай x , y хэмжигдэхүүний x нь x_1, x_2 байх үед y нь харгалзан y_1, y_2 байдаг гэвэл $\frac{x_1}{x_2} = m$ үед $\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{m}$ байна. Өөрөөр хэлбэл $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ байна.

Жишээ 8. 8 хүнтэй бригад 12 хоногт дуусгах ажлын захиалга авчээ.

а. 2 хүн өвдсөн бол захиалгат ажлыг хэдэн өдөрт дуусгах вэ?

б. Ажлыг 8 өдөрт дуусгахын тулд хэдэн хүн ажиллах вэ?

Бодолт: Хүний тоо ихсэхэд ажлын хоног цөөрөх тул эдгээр нь урвуу хамааралтай хэмжигдэхүүнүүд юм. Хүний тоо x , ажлын хоног y гэе.

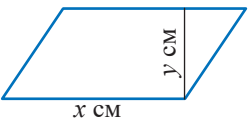
а. $\frac{x_1}{x_2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{y_2}{12}$ тул $y_2 = 12 \times \frac{4}{3} = 16$ болов.

б. $\frac{y_1}{y_2} = \frac{12}{8} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_2}{8}$ тул $x_2 = 8 \times \frac{12}{8} = 12$ болов.

41 Тогтмол хурдтай явж байгаа дугуйчин тодорхой зайг 6 цагт туулжээ.

а. Үүнээс 1.5 дахин их замыг ямар хугацаанд туулах вэ?

б. Дээрх зайг 2 цагаар бага хугацаанд туулахын тулд хурдаа хэрхэн өөрчлөх вэ?

42. Машин тогтмол 56 км/ц хурдтай явдаг бол 30 мин, 45 мин, 90 мин, 2 цаг, 5 цаг, 6 цаг явахад ямар зам туулах вэ? Явсан замыг олох томъёо зохио.
43. Параллелограммын талбай нь 12 см^2 бол түүний нэг талын урт ба уг талд буусан өндөр нь ямар байж болох вэ?
- а. Боломжит хэд хэдэн тохиолдлыг олж, хүснэгт зохио.
- б. Талбай тогтмол үед талын урт ба өндөр нь ямар хамааралтай байна вэ? Пропорционал хамаарлын томъёог бич.
- в. Томъёог ашиглан параллелограммын өндөр нь 1.5 см, 2.4 см байхад суурь нь ямар урттай байхыг ол.
- 
44. 9 барилгачин 12 өдөрт ханыг барьж дуусгана. Тэгвэл ижил хөдөлмөрийн бүтээмжтэй 6 барилгачин уг ханыг хэдэн өдөрт барьж дуусгах вэ?
45. 6 ижил цоргоор усан санг 24 минутад дүүргэнэ.
- а. 9 ижилхэн цоргоор ийм усан санг хэдэн минутад дүүргэх вэ?
- б. 36 минутад дүүргэхийн тулд хэдэн цорго хэрэгтэй вэ?
46. Тогтмол хурдтай дугуйчин S зайг 6 цагт туулав.
- а. Яг ийм хурдтай 5 цаг явбал өмнөхөөс хэд дахин бага зам туулах вэ?
- б. S зайг өмнөхөөс 1.5 дахин бага хурдтай туулах болов. Хэдэн цагт туулах вэ?
47. 100 км замд 7.5 л түлш зарцуулдаг автомашинаар 255 км зам туулав. 100 км замд 12.5 л түлш зарцуулдаг автомашин яг ийм хэмжээний түлшээр хэдэн километр зам туулах вэ?
48. 12 хүн 36 өдөрт байшинг барьж дуусгадаг бол 9 хүн энэ байшинг хэдэн өдөрт барьж дуусгах вэ?
49. Усан санг нэг хоолойгоор 45 минутад, нөгөө хоолойгоор 1 цаг 15 минутад дүүргэж чадна. Эхний хоолойгоор секундэд 2 литр ус шахагддаг бол хоёр дахь хоолойгоор секундэд хэдэн литр ус шахагдах вэ?



Шатахуун зарцуулалтын тооцоо

Тээврийн хэрэгслийн 100 км-т зарцуулах түлшний хэмжээг хүснэгтээр өгчээ.

Машины төрөл	Суудлын машин	Гэр бүлийн машин	Автобус	Тээврийн машин
100 км-т зарцуулах түлш /литр/	12	15	18	24

- а. 240 л түлшээр тээврийн хэрэгсэл тус бүр хэдэн километр зам туулах вэ? Энэ тохиолдолд замыг ямар томъёогоор олох вэ? Хамгийн бага ба хамгийн их зам туулж байгаа тээврийн хэрэгслийг олж, тайлбарлаарай.
- б. Тээврийн хэрэгсэл тус бүр 10 км, 25 км, 50 км, 75 км зайд ямар хэмжээний түлш зарцуулах вэ? Хариугаа тайлбарлаарай. Дээрх 2 тохиолдол тус бүр ямар хамаарлыг илэрхийлэх вэ?

Давтах

- 50 Саруул өөрт байсан мөнгөнийхөө $\frac{2}{5}$ -оор дэвтэр, $\frac{4}{15}$ -өөр бал худалдан авчээ. Тэр мөнгөнийхөө хэдэн процентыг хэрэглэсэн бэ?
- 51 Дэлгүүр барааны сурталчилгаа хийснээр борлуулалт нь 16%-оор өсөв. Анх сар тутам 6 сая төгрөгийн борлуулалт хийдэг байсан бол сурталчилгаанаас хойш сард хэдэн төгрөгийн борлуулалт хийдэг болсон бэ?
- 52 Бат спортоор хичээллэж эхэлснээс хойш 3 сарын дараа биеийн жингээ үзэхэд өмнөхөөс 10%-оор хасагдаж 46 кг болсон байв. Тэр хэдэн килограмм жинтэй байсан бэ?
- 53 Гар утасны үнэ 450 000 төгрөг байжээ. а. Хэрэв утасны үнэ 12%-оор хямдарсан бол ямар үнэтэй болсон бэ? б. Хямдралын дараа гар утасны үнэ 2.5%-оор өссөн бол ямар үнэтэй болсон бэ?
- 54 Нэг сая төгрөгийг жилийн 15%-ийн энгийн хүүтэй хадгалуулахад:
а. 5 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ? Тооны машин ашиглан ол.
б. 10 жилийн дараа, 15 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ? Томьёогоор олж болох уу?
- 55 Шинэ мөөгний чийгшил 85% байдаг. 8 кг мөөгийг хэсэг хатаасны дараа чийгшил нь 20% болтлоо буурсан байв. Мөөгний жин хэд болсон бэ?
- 56 Шинэ усан үзэм 75%-ын ус агуулна. Харин хатаасан усан үзэм 5%-ын ус агуулна. Хэдэн килограмм шинэ усан үзмийг хатааж 40 кг хатаасан усан үзэм гарган авах вэ?
- 57 15%-ын 4 л давсны уусмал дээр 20%-ын 5 л давсны уусмал ба 1 л цэвэр ус нэмэв. Үүссэн уусмал дахь давсны концентрацийг ол.
- 58 Болд 20% болон 40% хүчил агуулсан хоёр уусмал хольж 32.5% хүчил агуулсан 4 литр уусмал бэлтгэжээ. 20%-ын уусмал 1.5 л бол 40%-ын уусмал ямар хэмжээтэй байсан бэ?
- 59 Хөл бөмбөгийн тэмцээн үзэхээр ирсэн эрэгтэй ба эмэгтэй хүмүүсийн тооны харьцаа 4:3 байв. Эрэгтэйчүүд эмэгтэйчүүдээс 12000-аар олон байсан бол эрэгтэй ба эмэгтэй үзэгчдийн тоог ол.
- 60 a ба b тооны харьцаа $2\frac{2}{3}$ бол дараах харьцаануудыг хялбар хэлбэрт бич.
а. $\frac{a+b}{b}$ б. $\frac{a-b}{b}$ в. $\frac{a+2b}{a}$ г. $\frac{a-b}{3a}$
- 61 Гурван тооны харьцаа 5:4:3 бөгөөд нийлбэр нь 150 бол эдгээр тоог ол.
- 62 Бялуу хийхээр 300 г цөцгийн тос, 800 г гурил бэлтгэжээ.
а. Цөцгийн тос ба гурилын харьцааг хялбар хэлбэрт бич.
б. Харьцаагаа $1:k$ хэлбэрт бич.
- 63 750 км зайг газрын зураг дээр 15 см-ээр зуржээ. Зургийн масштабыг ол.

Дадлага ажил: Монгол улсын газар нутгаар аялцгаая.

Зорилго: Монгол улсын хамгийн баруун цэгээс зүүн цэг хүртэл 2300 км байдгийг ашиглан газрын зургийн масштабыг олох, хэрэглэх

а. Өгсөн зураг дээр баруун зүүн талын хоёр цэгээ тэмдэглэн холбож уртыг нь хэмжинэ.

б. Олсон уртад 2300 км харгалзаж байгааг тооцож масштабаа олно.

в. Тухайн орон нутгаас Улаанбаатар хот хүртэлх зайг олно. Мөн аялахыг хүссэн маршрутаа гаргаж бодит уртыг нь ойролцоогоор олоорой.



- 64 Газрын зургийн масштаб $1 : 50\,000$ бол өгсөн хэмжээний бодит зайг ол.
а. 2 см б. 9 см в. 30 см
- 65 Газрын зургийн масштаб $1 : 200\,000$ байв. Хэрэв хоёр хотын хоорондох зай 60 км бол энэ зайг зураг дээр хэдэн сантиметрээр дүрслэх вэ?
- 66 Хөх ба шар өнгийн будгийг $3 : 5$ харьцаатай хольж ногоон өнгө гаргах болжээ. 40 мл ногоон будаг гаргахын тулд дээрх өнгө тус бүрээс ямар хэмжээтэй авах вэ?
- 67 Ханборгоцой, жүрж, алимын шүүсийг $7 : 5 : 4$ харьцаатай хольж, жимсний ундаа хийх болжээ.
а. 80 мл б. 1 литр
жимсний ундаа бэлтгэхэд жимсний шүүс тус бүрээс ямар хэмжээтэй авах вэ?
в. Алимын шүүсийг 120 мл авбал бусад шүүс ямар хэмжээтэй орох вэ?
- 68 Хөх, улаан, шар өнгийн будгуудыг хольж 200 мл хэмжээтэй өөр өнгийн будаг гаргахаар болжээ. Хэрэв дээрх өнгийн будгуудыг:
а. $1 : 1 : 2$ б. $3 : 3 : 2$ в. $9 : 4 : 3$
харьцаатай авбал тус бүр ямар хэмжээтэй орох вэ? Ямар өнгийн будаг гарах бол?
- 69 Жижиг бизнес эрхлэхээр 3 найз хамтран ажиллахаар болжээ. Тэд $8 : 1 : 7$ харьцаатай 8 сая төгрөг зарцуулсан бол тус бүр хэдэн төгрөг зарцуулсан бэ?
- 70 10 ширхэг жигнэмгийн 2-ыг нь Билгүүн, 6-г нь Марал, үлдсэнийг нь Эрхэс иджээ. Энэ харьцаагаар 25 жигнэмгийг хэрхэн хувааж идэх вэ?
- 71 Аялагч 420 км замыг 50 км/ц хурдтай явахаар төлөвлөж байгаад 70 км/ц-ийн хурдтай явжээ. Хэдий хэмжээний хугацаа хэмнэсэн бэ?
- 72 Нэг ажилтан 1 цагт 200 захиаг дугтуйлдаг байв. Тэгвэл 200 захиаг:
а. 4 ажилтан б. 6 ажилтан в. 10 ажилтан
дугтуйлбал ямар хугацаа шаардагдах вэ?
- 73 Саран найзынхаа хамтаар 1 цагт 15 ширхэг шинэ жилийн ил захидал хийж чадна. Тэгвэл Саран 4 найзынхаа хамтаар а. 300 ил захидал б. 1050 ил захидал

хийхэд зарцуулах хугацааг ол.

- 74 Билгүүн эцэг, эхийнхээ хамт өвөөгийн дөө айлчлахаар машинаар 96 км давхижээ. Хэрэв машинаар а. 40 км/ц б. 50 км/ц в. 60 км/ц хурдтай явбал тус бүр хэдий хэмжээний хугацаа зарцуулах вэ?
- 75 Мод бэлтгэлийн компани нутгийн иргэдэд дараах тайлбарыг өгчээ. “Энэ ойн моддын 99%-ийг хар мод эзэлж байна. Бид зөвхөн хар мод тайрах бөгөөд биднийг ажлаа дуусгасны дараа ойн нийт моддын 98%-ийг хар мод эзэлж байх болно” гэжээ. Үнэн хэрэгтээ ойн хэдэн хувийг тайрахаар төлөвлөж байна вэ?
- 76 Уянга аав, ээж, өвөөгийн хамт амьдардаг. Тэдний гэр бүлийн нийт орлого хэрэв Уянгын сургалтын урамшуулал хоёр дахин нэмэгдвэл 5%-аар, ээжийн нь цалин хоёр дахин нэмэгдвэл 30%-аар, аавын нь цалин хоёр дахин нэмэгдвэл 40%-аар тус тус нэмэгдэнэ. Хэрэв өвөөгийн тэтгэмж хоёр дахин нэмэгдвэл гэр бүлийн орлого хэрхэн нэмэгдэх вэ?
- 77 Аялагчид аяллын нийт замын 90%-д шороон замаар явсан ба нийт хугацааны 85%-д бороо оржээ. Аяллын хугацааны 37.5%-ийг шөнө гэж тооцвол хамгийн багадаа аяллын хэдэн процентыг бороотой шөнө, шороон замд өнгөрүүлсэн бэ?

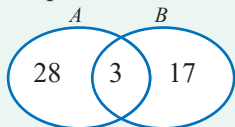
Өөрийгөө сорих - 2

- 1 Процентыг энгийн бутархайд, энгийн ба аравтын бутархайг процентод шилжүүл.
- | | | | |
|----------|-------|-----------------|---------------|
| а. 115%, | 0.01% | $\frac{1}{2}\%$ | 100.5% |
| б. 0.45 | 5.8 | 0.01 | $\frac{2}{3}$ |
- 2 75% -ын 1200г давсны уусмал дээр ямар хэмжээний цэвэр ус нэмэхэд давсны концентрац 40% болох вэ?
- 3 Барааны үнэ 2 жил дараалан 5% өсөв. 2 жилийн дараах үнэ нь анх байснаас хэдэн процентоор нэмэгдсэн байна вэ?
- 4 Хоёр суурингийн хоорондох зай газрын зураг дээр 3.6 см-ээр дүрслэгдсэн байв.
- а. Газрын зургийн масштаб 1 : 200 000 бол бодит зайг ол.
- б. Хоёр суурингийн хоорондох зай 10.8 км бол газрын зургийн масштабыг ол.
- 5 Тэмцээнд түрүүлсэн 3 сурагчтай баг 300 000 төгрөгөөр шагнуулжээ. Тэд оролцооныхоо дагуу 10 : 11 : 9 харьцаатай хувааж авсан бол тус бүр хэдэн төгрөг авсан бэ?
- 6 Тогтмол хурдтай явж байгаа дугуйчин тодорхой зайг 10 цагт туулжээ.
- а. Өмнөхөөс 1.2 дахин их хурдтай явбал дээрх зайг хэдэн цагт туулах вэ?
- б. Дээрх зайг 8 цагт туулахын хурдаа хэрхэн өөрчлөх вэ?
- 7 8 хүнтэй бригад төлөвлөгөөт ажлыг 12 өдөрт гүйцэтгэх ёстой байв.
- а. Хүний тоо 2-оор цөөрвөл нийт ажлыг хэдэн өдөрт хийх вэ?
- б. Төлөвлөгөөт ажлыг 8 хоногт дуусгахын тулд хэдэн хүн нэмж авах вэ?

Ш БҮЛЭГ. МАГАДЛАЛ

Олонлог, түүн дээрх үйлдэл

50 сурагчаас хөл бөмбөг, одон бөмбөг сонирхдог эсэх талаар судалгаа авч үр дүнг харуулав. A нь хөлбөмбөг, B нь одон бөмбөг сонирхогчдын олонлог бол диаграмм ашиглан асуултад хариул.



- Хэдэн сурагч хөл бөмбөг сонирхдог вэ?
- Хэдэн сурагч одон бөмбөг сонирхдог вэ?
- Хэдэн сурагч хоёуланг нь сонирхдог вэ?
- Хэдэн сурагч хоёр спортын аль нэгийг сонирхдог вэ?

Ерөнхий шинж чанартай ялгаатай юмсын цуглуулгыг олонлог гэх ба бүрдүүлж буй юмсыг түүний элемент гэнэ. Олонлогийг A, B, C гэх мэт латин цагаан толгойн том үсгээр, олонлогийн элементийг жижиг үсгээр тэмдэглэнэ.

a нь A олонлогийн элемент бол $a \in A$ гэж тэмдэглэнэ.

A олонлогийн элементийн тоог чадал гэж нэрлээд $|A|$ гэж тэмдэглэдэг.

Жишээ 1. $A = \{1, 2, 3\}$ олонлог өгөгдөв. A олонлогийн бүх дэд олонлогийг бич.

Бодолт: а. Хоосон олонлог: $\{\emptyset\}$

б. 1 элементтэй дэд олонлог: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

в. 2 элементтэй дэд олонлог: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\},$

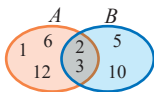
г. 3 элементтэй дэд олонлог: $\{1, 2, 3\}$

n элементтэй олонлогийн ялгаатай дэд олонлогийн тоо 2^n байна.

Дэд олонлог, олонлогийн нэгдэл, огтлолцол, гүйцээлтийн талаар хүснэгт ашиглан тайлбарлаарай

<p>B олонлогийн бүх элемент A олонлогт харьяалагддаг бол B олонлогийг A олонлогийн дэд олонлог гээд $B \subset A$ гэж тэмдэглэнэ.</p>	<p>A, B олонлогийн ядаж нэгд нь харьяалагдах элементүүдийн олонлогийг тэдгээрийн нэгдэл гээд $A \cup B$ гэж тэмдэглэнэ.</p>
<p>A, B олонлогт нэгэн зэрэг харьяалагдаж буй элементийн олонлогийг тэдгээрийн огтлолцол гээд $A \cap B$ гэж тэмдэглэнэ.</p>	<p>A олонлогийн B олонлогт ордоггүй элементүүдийн олонлогийг B олонлогийн A олонлог хүртэлх гүйцээлт гээд $A \setminus B$ гэж тэмдэглэнэ.</p>

Жишээ 2.



A ба B олонлогийг дүрсэлжээ.

- Олонлог бүрийн элементийн тоо (чадал)-г олоорой.
- Нэгдэл ба огтлолцол олонлогийн чадлыг олоорой.

Бодолт: $A = \{1, 6, 2, 3, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 10\}$ байна. Иймд

а. $|A| = 5$, $|B| = 4$

б. $|A \cup B| = 7$, $|A \cap B| = 2$ байна.

НЭГДЭЛ ОЛОНЛОГИЙН ЭЛЕМЕНТИЙН ТОО (ЧАДАЛ)-Г ОЛОХ

Хоёр олонлогийн нэгдлийн элементийн тоог олохдоо: Олонлог тус бүрийн элементийн тооны нийлбэрээс огтлолцлын элементийн тоог хасна.

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Жишээ 3. 90 сурагчийн 62 нь англи хэл, 48 нь монгол хэлний дугуйланд явдаг, харин 24 нь аль ч дугуйланд явдаггүй байв.

- а. Ядаж нэг дугуйланд явдаг б. Хоёр дугуйланд хоёуланд явдаг
в. Яг нэг дугуйланд явдаг хүүхдийн тоог тус тус ол.

Бодолт: $A = \{\text{Англи хэлний дугуйланд явдаг сурагчдын олонлог}\}$
 $B = \{\text{Монгол хэлний дугуйланд явдаг сурагчдын олонлог}\}$ гэвэл өгсөн нөхцөлөөс $|A| = 62, |B| = 48$ байна.

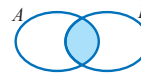
- а. Ядаж нэг дугуйланд явдаг сурагчийн тоо:

$$|A \cup B| = 90 - 24 = 66 \text{ болно.}$$



- б. Хоёр дугуйланд хоёуланд нь явдаг сурагчийн тоо:

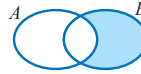
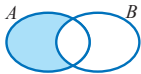
$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 62 + 48 - 66 = 44$$



- в. Зөвхөн англи хэл, зөвхөн монгол хэлний дугуйланд явдаг сурагчийн тоо:

$$|A| - |A \cap B| = 62 - 44 = 18$$

$$|B| - |A \cap B| = 48 - 44 = 4$$



Яг нэг дугуйланд явдаг сурагчийн тоо $18 + 4 = 22$

- Асуултад хариулж, олонлогийн хэл дээр дүрсэл.
 - Танай анги хэдэн сурагчтай вэ? Үүнээс спортоор хичээллэдэг сурагчдын олонлогийг бичээрэй. Энэ олонлог хэчнээн элементтэй вэ?
 - Дөрвөн өнцөгтүүдийн олонлогт ямар дүрс багтах вэ? Энэ олонлогийн элементүүдийг ямар шинжээр ангилж болох вэ? Жишээ гаргаарай.
- Олонлогуудын дэд олонлогийн тоог ол.
 - $|A| = 7$ б. $|A| = n$ в. $|A| = 3n$ г. $|A| = 3m + 2n$
- Хоёр олонлогийн хувьд Эйлер-Веннийн диаграмм өгөв. Будсан хэсгийг үгээр тайлбарла. Тэмдэглэгээ ашиглан бич.
 -
 -
 -
 -

- Олонлогуудын үйлдлийг диаграммаар дүрслэн харуулаарай.
 - $(A \cup B) \cap C$
 - $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

- $A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$ тус бүрийн чадлыг ол.

-
- $A = \{0, 10, 20, 20.5, 30, 51, 52.5\}$,
 $B = \{0, 11, 21, 20.5, 31, 51, 53.5\}$

- A нь 1-ээс 100 хүртэлх тэгш тоонууд,
 B нь 1-ээс 100 хүртэлх 3-д хуваагддаг тоонууд

Нийцтэй ба нийцгүй үзэгдлүүд



52 модтой хөзрөөс нэг хөзөр сугалах туршилт хийхэд 52 ялгаатай үр дүн гарна. Жишээлбэл, сугалсан хөзөрт цэцгийн тамга гарч ирэх нь зөвхөн нэг үр дүн юм.

Энэ туршилтаар илрэх ялгаатай үр дүнгүүдийн хэд нь ноён хөзөр гарч ирэх үзэгдэл байх вэ?

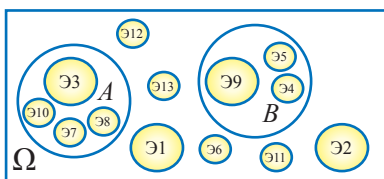
Хэд нь бундан хөзөр гарч ирэх үзэгдэл байх вэ?

ЭГЭЛ ҮЗЭГДЭЛ, ҮЗЭГДЭЛ

Аливаа туршилтын нэг үр дүнг **эгэл үзэгдэл** гэнэ. Эгэл үзэгдлүүдийн дурын олонлогийг **үзэгдэл** гэнэ.

Туршилтаар илрэх бүх эгэл үзэгдлүүдийн олонлогийг ихэвчлэн Ω үсгээр тэмдэглэдэг.

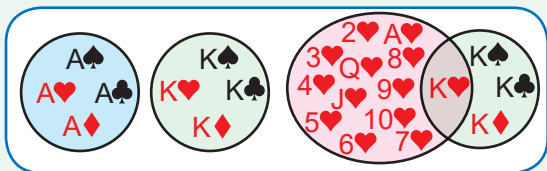
Дээрх туршилтаар бундан хөзөр гарч ирэх үзэгдэлд 13 эгэл үзэгдэл харьяалагдах ба ноён хөзөр гарч ирэх үзэгдэлд 4 эгэл үзэгдэл харьяалагдана.



Зурагт нэгэн туршилтын үр дүнг дүрсэлжээ.

Бүх эгэл үзэгдлүүдийн олонлог Ω хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтож байна вэ?

A, B үзэгдэл тус бүрд ямар эгэл үзэгдлүүд харьяалагдаж байна вэ?



а. Сугалсан хөзөрт тамга таарах ба ноён таарах үзэгдлүүдэд нэгэн зэрэг харьяалагдах эгэл үзэгдэл олдох уу?

б. Сугалсан хөзөрт ноён таарах ба бундан таарах үзэгдлүүдэд ямар эгэл үзэгдэл нэгэн зэрэг харьяалагдах вэ?

Хөзрийн мод нэгэн зэрэг тамга ба ноён байх боломжгүй. Харин бундангийн ноён сугалсан тохиолдолд тэр нь бундан хөзөр байх, ноён хөзөр байх гэсэн хоёр үзэгдэл зэрэг илэрч байна.

НИЙЦТЭЙ БА НИЙЦГҮЙ ҮЗЭГДЛҮҮД

Нэгэн зэрэг илрэх боломжгүй үзэгдлүүдийг **нийцгүй үзэгдлүүд** гэнэ. Нэгэн зэрэг илрэх боломжтой үзэгдлүүдийг **нийцтэй үзэгдлүүд** гэнэ.

- а. Хулан 4-д хуваагддаг хоёр оронтой тоонууд, Халиун 3-д хуваагддаг хоёр оронтой тоонууд бичжээ. б. Хулан 4-д хуваагддаг хоёр оронтой тоонууд, Халиун 3-д хуваагддаг хоёр оронтой сондгой тоонууд бичжээ.

Хоёр оронтой тоонуудаас нэг тоо санамсаргүй сонгоход

“Халиуны бичсэн тоо байх”, “Хулангийн бичсэн тоо байх” үзэгдлүүд нь

- а. тохиолдлын хувьд нийцтэй б. тохиолдлын хувьд нийцгүй юм.

Энэ дүгнэлтийг Эйлер-Веннийн диаграмм ашиглан харуулаарай.



- а. Сугалсан хөзөрт ноён таарах, бундан таарах, бундангийн ноён таарах үзэгдлүүдийн магадлал тус тус ямар байх вэ?
- б. Бундан хөзөр таарах ба ноён хөзөр таарах үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлал ямар байх вэ?
- в. Тамга хөзөр таарах ба ноён хөзөр таарах үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлал ямар байх вэ?
- г. 52 модтой хөзрийн цэцэг хөзрүүдийн олонлог ба 10-аас дээш хөзрүүдийн олонлогт нэгэн зэрэг харьяалагдах ямар хөзөр байх вэ?

- 6 “Тэнгэр цэлмэг байх”, “бороо орох” үзэгдлүүд нийцтэй үзэгдлүүд мөн үү?
- 7 Шагай орхих туршилтад бог буух үзэгдэл эгэл үзэгдэл болох уу?
- 8 Шоо орхих туршилтад анхны тоогоор тусах нь эгэл үзэгдэл болж чадах уу? Чадахгүй бол учрыг тайлбарлаарай.
- 9 Шоо орхих туршилтад 3-аас их тоогоор тусах үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ?
- 10 Хоёр зоосон мөнгийг зэрэг хаях туршилтад нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Яг нэг сүлд буух нь эгэл үзэгдэл мөн үү?
- 11 Шагай ба зоос зэрэг орхих туршилтын дүнд нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Шагай хонь буух, зоос сүлд буух нь эгэл үзэгдэл мөн үү?
- 12 Шоо орхих туршилтад A нь “4-өөс бага нүдээр буух”, B нь “2-оос багагүй нүдээр буух” үзэгдэл бол $A \cup B$, $A \cap B$ үзэгдэлд харьяалагдах эгэл үзэгдлүүдийг бич. Эйлер-Веннийн диаграммаар харуул.
- 13 Эсрэг үзэгдлүүд нийцтэй байж болох уу?
- 14 Эсрэг үзэгдлүүд тус бүр нь яг нэг эгэл үзэгдлээс тогтох туршилтын жишээ гарга.
- 15 Шагай орхих туршилтад бог буух ба ямаа буух үзэгдлүүд нийцгүй үзэгдлүүд болж чадах уу?
- 16 Арван талтай ээрүүлийг эргүүлэхэд хэсэг хугацааны дараа аль нэг тоогоор тогтоно. “Анхны тоогоор тогтох” үзэгдэл ба “3-д хуваагдах тоогоор тогтох” үзэгдлүүд нийцтэй юу?
- 17 Зоосон мөнгийг хоёр удаа орхих туршилтад ядаж нэг сүлд буух ба хоёр удаа сүлд буух үзэгдлүүд нийцтэй юу?
- 18 Шоо орхих туршилтад илрэх дараах үзэгдлүүд нийцтэй юу? Хэрэв нийцтэй бол 2 үзэгдэлд хоёуланд нь харьяалагддаг эгэл үзэгдлүүдийг тоочиж бич.
 - а. Тэгш тоогоор тусах ба зохиомол тоогоор тусах;
 - б. 3-аас их тоогоор тусах ба 5-аас бага тоогоор тусах;
 - в. Сондгой тоогоор тусах ба 5-аас их тоогоор тусах.
- 19 Жуулчны баазад 100 жуулчин ирэв. Тэдний 60 нь морь, 38 нь тэмээ унасан ба 27 нь тэмээ морины алиныг нь ч унаагүй бол санамсаргүй нэг жуулчин сонгоход “Тэмээ унасан байх”, “Морь унасан байх” үзэгдлүүд нийцтэй эсэхийг тогтоо.



Үзэгдлийн магадлал

Жишээ 4. 8 дугаар ангийн сурагчид “Агшин” тэмцээн зохиохоор шийдэж, 16 тэнцүү сектор бүхий өнгөт хүрд бүтээжээ. Хүрдийг эргүүлэхэд хэсэг хугацааны дараа зогсож, дээр нь бэхэлсэн заагч аль нэг секторыг заана.



- а. Энэ туршилтын дүнд илрэх эгэл үзэгдлүүдийн магадлалыг тооцоолоорой.
- б. Бүх боломжит эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэр хэдтэй тэнцүү вэ?
- в. Хүрдний заагч улаан, шар, ногоон, цэнхэр секторыг заах үзэгдэл тус бүрд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ?

Бодолт:

	Сектор				Нийлбэр
	Ногоон	Шар	Улаан	Цэнхэр	
Магадлал	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{16}$	1

- а. Хүрдний заагч ногоон эсвэл цэнхэр секторыг заах үзэгдлийн магадлалыг шар эсвэл улаан секторыг заах үзэгдлийн магадлалтай харьцуулаарай.
- б. “Хүрдийг дараалан хоёр удаа эргүүлэхэд хоёуланд нь шар сектор дээр зогссон бол гурав дахь удаа эргүүлэхэд шар сектор дээр зогсох магадлал 0-тэй тэнцүү байна” гэсэн өгүүлбэр үнэн үү?
- в. Хүрдийг дараалан хоёр удаа эргүүлэхэд нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илэрч болох вэ?

Жишээ 5. Шоо ба зоосон мөнгийг зэрэг орхих туршилт хийв.



- а. Туршилтын дүнд нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Эдгээр үзэгдлүүд нийцтэй юу? Бүх боломжит эгэл үзэгдлийн магадлалыг хүснэгтэд нөхөж бичээрэй.
- б. Бүх боломжит эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэр 1-тэй тэнцүү болохыг шалгаж учрыг нь тайлбарлаарай.
- в. Шоо ямар нүдээрээ тусах нь зоос аль талаараа буухаас хамаарах уу?

Бодолт:

Шоо \ Зоос	1	2	3	4	5	6
Сүлд	$\frac{1}{12}$					
Тоо						

- а. Туршилтад нийт 12 эгэл үзэгдэл илрэх бөгөөд эдгээр үзэгдлүүд нийцгүй. Бүх эгэл үзэгдлийн илрэх боломж ижил учраас магадлал нь $\frac{1}{12}$ -тэй тэнцүү байна.
- б. Нийт эгэл үзэгдлийн тоо 12, эгэл үзэгдэл тус бүрийн магадлал нь $\frac{1}{12}$ тул бүх магадлалын нийлбэр 1 байна.
- в. Уг туршилт нь шоо орхих ба зоос хаях гэсэн нэгэн зэрэг хийх хоёр туршилтаас тогтож байна. Энд илрэх үзэгдлүүд нь нэг туршилтын үр дүн нөгөө туршилтын үр дүнгээс хамаарахгүй бөгөөд $\frac{1}{12} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}$ болохыг ажиглаарай.



- Зоосон мөнгө сүлдээр, шоо тэгш тоогоор тусах үзэгдлийн магадлал хэдтэй тэнцүү вэ?
- Зоосон мөнгө сүлдээр буух ба шоо тэгш тоогоор тусах үзэгдлийн ядаж нэг нь илрэх магадлал ямар байх вэ?
- Хэрэв дээрх туршилтын оронд хоёр зоосон мөнгө, нэг шоо зэрэг орхих туршилт хийсэн бол нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Эдгээр эгэл үзэгдлүүдийн илрэх боломж тэнцүү юу? Эгэл үзэгдэл тус бүрийн магадлал ямар байх вэ?

- 20 Хар, цагаан хоёр шоог зэрэг орхих туршилтын дүнд нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Бүх боломжит эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэр хэдтэй тэнцүү вэ? Энэ туршилтад илрэх нийцтэй, нийцгүй үзэгдлийн жишээ гаргаарай. Учрыг тайлбарла.
- 21 “НАР” гэсэн үгнээс таамгаар нэг үсэг сонгох туршилт хийжээ. Сонгосон үсэг а. гийгүүлэгч байх б. эгшиг байх үзэгдлийн магадлалыг тус тус ол.
- в. Олсон магадлалуудынхаа нийлбэрийг тооцоолж, дүгнэлт гарга.

БҮХ ЭГЭЛ ҮЗЭГДЛИЙН МАГАДЛАЛЫН НИЙЛБЭР

Аливаа туршилтад илэрч болох бүх эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэр 1-тэй тэнцүү байна.

- 22 Эсрэг үзэгдлүүдийн магадлалын нийлбэр ямар учраас 1-тэй тэнцүү байдаг вэ?
- 23 Хүү “100-аас ихгүй натурал тоо таамгаар сонгож авахад, тэр нь анхны эсвэл зохиомол байх үзэгдлийн магадлал 1-тэй тэнцүү” гэжээ. Түүний алдааг ол.
- 24 Шагайг нэг удаа орхих туршилтын дүнд илрэх бүх боломжит эгэл үзэгдлүүдийн магадлалын нийлбэр 1.5 байж болох уу?
- 25 Багш цаасан дээр хэдэн гурвалжин зуржээ. Сурагч тэдгээрээс нэгийг нь таамгаар сонгох туршилт хийж байна. Түүний хурц өнцөгт гурвалжин сонгох магадлал a -тай тэнцүү, мохоо өнцөгт гурвалжин сонгох магадлал b -тэй тэнцүү бол тэгш өнцөгт гурвалжин сонгох магадлал хэд вэ?

Магадлалыг ихэвчлэн P үсгээр тэмдэглэдэг. Жишээлбэл: $P(A)$, $P(B)$, $P(\text{тоо})$, $P(\text{сүлд})$

$$P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$$

- 26 Хоёр зоосон мөнгийг зэрэг орхих туршилт хийжээ. Нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү байх уу? Бүх эгэл үзэгдлүүдийн магадлалын нийлбэр хэдтэй тэнцэх вэ?
- 27 Хайрцагт улаан, ногоон, хөх өнгийн харандаанууд байв. Хайрцгаас нэг харандаа таамгаар авахад улаан өнгийн харандаа гарч ирэх магадлал 0.6, ногоон өнгийн харандаа гарч ирэх магадлал 0.2 бол
- Улаанаас өөр өнгийн харандаа гарч ирэх магадлалыг ол.
 - Улаан эсвэл ногоон өнгийн харандаа гарч ирэх магадлал ямар байх вэ?
 - Хөх өнгийн харандаа гарч ирэх магадлалыг ол.
- 28 Ширээн дээр 200 ширхэг цаасан гурвалжин дэлгэж тавьснаас 60% нь адил хажууг гурвалжин, бусад нь зөв гурвалжин ба элдэв талт гурвалжин байв. Нэг гурвалжин таамгаар сонгож авахад зөв гурвалжин таарах үзэгдлийн магадлал 0.2 байсан бол ширээн дээр хэдэн ширхэг элдэв талт гурвалжин байсан бэ?
- 29 Туршилтад илрэх 10 эгэл үзэгдэл тус бүрийн магадлал 0.1 бөгөөд A үзэгдэлд 6 эгэл үзэгдэл харьяалагддаг бол A үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?

Жишээ 6. Туршилтад илрэх бүх эгэл үзэгдлүүдийн олонлог $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$ бөгөөд $P(a) = 0.12$, $P(b) = 0.24$, $P(c) = 0.26$, $P(d) = 0.35$ бол $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$, $C = \{e\}$ үзэгдлүүдийн магадлалыг ол.

Бодолт: $A = \{a, b, c\}$ үзэгдэл нь эгэл үзэгдлээс тогтох $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$ гэсэн гурван олонлогийн нэгдэл юм. Нэгэнт эгэл үзэгдлүүд нийцгүй учраас

$$P(\{a, b, c\}) = P(a) + P(b) + P(c) = 0.12 + 0.24 + 0.26 = 0.62 \text{ байна.}$$

Үүнтэй адилаар, $P(\{b, c, d\}) = P(b) + P(c) + P(d) = 0.24 + 0.26 + 0.35 = 0.85$ болох ба $\{a, b, c, d\}$, $\{e\}$ үзэгдлүүд эсрэг үзэгдлүүд байна.

$$P(\{a, b, c, d\}) = 0.12 + 0.24 + 0.26 + 0.35 = 0.97 \text{ учраас } P(C) = 1 - 0.97 = 0.03 \text{ болно.}$$

ҮЗЭГДЛИЙН МАГАДЛАЛ

Үзэгдлийн магадлал нь уг үзэгдэлд харьяалагдах бүх эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэртэй тэнцүү байна.

- 30 Туршилтад илрэх бүх эгэл үзэгдлүүд ижил магадлалтай бөгөөд $\Omega = \{\text{эрхий, долоовор, дунд, ядам, чигчий}\}$ бол $A = \{\text{эрхий, долоовор}\}$, $B = \{\text{дунд, ядам, чигчий}\}$ үзэгдлүүдийн магадлалыг ол.
- 31 Туршилтад илрэх бүх эгэл үзэгдлүүд ижил магадлалтай бөгөөд $\Omega = \{\text{зун, намар, өвөл, хавар}\}$ бол $A = \{\text{зун, намар, өвөл}\}$, $B = \{\text{өвөл, хавар}\}$ үзэгдлүүдийн магадлал ямар байх вэ?
- 32 Хоёр шоог зэрэг орхих туршилт хийжээ.
- Нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
 - Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү байх уу?
 - Туссан нүдний нийлбэр нь 9 байх үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ? Уг үзэгдлийн магадлалыг олоорой.
 - Туссан нүднүүд ижил байх үзэгдлийн магадлал ба уг үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийн магадлалыг ол.



Нийцгүй үзэгдлүүдийн нэгдлийн магадлал

Жишээ 7. A, B үзэгдлүүд нийцгүй. $P(A)=0.16$, $P(B)=0.24$ бол эдгээр үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг олоорой.

Бодолт: A, B үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх үзэгдэл нь $A \cup B$ юм.
 A, B үзэгдлүүд нийцгүй учраас $A \cap B$ нь хоосон олонлог байна.
 Иймд $|A \cup B| = |A| + |B|$ болох ба эндээс
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.16 + 0.24 = 0.4$ болно.

НИЙЦГҮЙ ҮЗЭГДЛҮҮДИЙН НЭГДЛИЙН МАГАДЛАЛ

A, B үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг $P(A \cup B)$ гэж тэмдэглэдэг.
 Нийцгүй A, B үзэгдлүүдийн магадлал харгалзан $P(A), P(B)$ бол
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ байна.

- 33 Байт харвааны тамирчны нэг удаагийн харвалтад арван оноо авах магадлал 0.3, есөн оноо авах магадлал 0.4 бол нэг удаагийн харвалтаар 8-аас их оноо авах үзэгдлийн магадлалыг ол.
- 34 Хоёр оронтой тоо таамгаар сонгоход тэр тоо нь 7-оор төгсөх ба 5-аар төгсөх үзэгдлүүд нийцтэй юу? Эдгээр хоёр үзэгдлийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг ол.
- 35 Шагайг нэг удаа орхиход морь буух магадлал a , тэмээ буух магадлал b бол бод буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ? Бог буух үзэгдлийн магадлалыг ол.
- 36 Туршилтын дүнд илрэх бүх эгэл үзэгдлүүдийн олонлог $\Omega = \{5, 7, 6, 8\}$ ба $P(5) = 0.1$, $P(7) = 0.15$, $P(6) = 0.25$ бол $P(8)$ -г ол.
- 37 Туршилтад илрэх бүх эгэл үзэгдлүүд улаан, шар, хөх, ногоон, цэнхэр, улбар шар ба $A = \{\text{улаан, шар}\}$, $B = \{\text{хөх, ногоон, цэнхэр}\}$, $C = \{\text{улбар шар}\}$, $P(C) = 0.25$ бол A, B үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлал ямар байх вэ?
- 38 $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.25$ бол A ба B үзэгдлүүд нийцгүй байж чадах уу?
- 39 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.5$ бол A ба B үзэгдлүүд нийцгүй гэсэн дүгнэлт гаргаж болох уу? Жишээ гаргаж тайлбарла.
- 40 Математикийн шалгалтын үеэр Болд 10-аас олон бодлого зөв бодох магадлал 0.65, 9-өөс олон бодлого зөв бодох магадлал 0.8 байв. Яг 10 бодлого зөв бодсон байх магадлалыг ол.
- 41 Дөрвөн оронтой тоо таамгаар сонгоход
 - а. Ядаж хоёр цифр нь ижил тоо байх
 - б. Ядаж гурван цифр нь ижил тоо байх магадлалыг ол.



Хэнийх нь зөв бэ?

Мөнхөө, Гэрлээ хоёр 100-аас ихгүй натурал тоо санамсаргүйгээр бичихэд тэр тоо нь тэгээр төгсөх үзэгдэл ба 7-д хуваагдах үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг олох бодлого бодов. Мөнхөө 0.23, Гэрлээ 0.25 гэсэн хариу гаргажээ. Хэнийх нь зөв бэ?

Жишээ 8. Уутанд улаан, хөх, ногоон өнгийн нийт 10 шагай байв. Гэхдээ хэд нь улаан, хэд нь хөх, хэд нь ногоон өнгөтэй байгаа нь мэдэгдэхгүй байжээ. Уутнаас таамгаар нэг шагай гаргаж үзээд өнгийг нь бүртгэн буцааж хийх туршилтыг 30, 100, 200 удаа хийж, хүснэгтэд бүртгэв.

Туршилтын тоо	Улаан	Хөх	Ногоон
30	13	15	2
100	48	43	9
200	83	97	20

Дараа нь шагайны өнгө улаан, хөх, ногоон байх үзэгдлүүдийн харьцангуй давтамжийг олж, хүснэгтэд бичив.

Туршилтын тоо	Улаан	Хөх	Ногоон
30	0.43	0.5	0.07
100	0.48	0.43	0.09
200	0.42	0.49	0.10

Одоо уутанд 4 улаан, 5 хөх, 1 ногоон шагай байна гэсэн таамаглал дэвшүүлж болохоор байна.

- Энэ таамаглал зөв үү? Ярилцаарай.
- Ямар учраас ногоон шагай ядаж нэг байна гэсэн дүгнэлт хийсэн бэ?
- Уутанд өнгө тус бүрээс хэдэн шагай байгааг 30-аас цөөн туршилт хийгээд таамаглал дэвшүүлж болох байсан уу?
- Туршилтын тоог ихэсгэснээр ямар дүгнэлт хийх боломж бүрдэж байна вэ?

42 Уутанд хөх, улаан, ногоон өнгийн 10 бөмбөг байв. Өмнөх дасгалд хийсэнтэй адил туршилтыг 100 удаа давтан хийхэд хөх, улаан, ногоон бөмбөгний давтамж харгалзан 18, 77, 5 гарчээ.

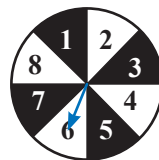
- Таамгаар гаргаж ирсэн бөмбөгний өнгө хөх, улаан, ногоон байх үзэгдлүүдийн харьцангуй давтамжийг тооцоол.
- Уутанд өнгө тус бүрээс хэдэн бөмбөг байгаа тухай дүгнэлт хийх боломжтой юу?
- Дүгнэлт хийх боломжгүй тохиолдолд яах хэрэгтэй вэ?

43 Компьютерын эд ангийн нэгэн үйлдвэр гологдлын харьцангуй давтамж 0.05 болохыг тогтоожээ.

- Санамсаргүй сонгосон эд анги гологдолгүй гарах магадлалын тухай юу хэлж болох вэ?
- Агуулахад байгаа 1000 бараанд хэдэн гологдол байх боломжтой вэ?

Давтах

- 44 Шоо орхих туршилтад анхны тоогоор тусах үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ? Уг үзэгдлийн магадлалыг ол.
- 45 52 модтой багц хөзрөөс таамгаар нэгийг сугалахад боол таарах ба дөрвөлжин таарах үзэгдлүүд нийцтэй юу?
- 46 Шагайг нэг удаа орхих туршилтад морь буух ба бод буух үзэгдлүүд нийцгүй байж чадах уу?
- 47 Эгэл үзэгдлүүд нийцтэй байж болох уу?
- 48 Шоо орхих туршилтад тэгш тоогоор тусах ба анхны тоогоор тусах үзэгдлүүд нийцтэй юу? Эдгээр үзэгдлүүдийнх ядаж нэг нь илрэх магадлалыг ол.
- 49 “Маргааш бороо орох”, “өнөөдөр салхитай байх” үзэгдлүүд нийцтэй байж болох уу?
- 50 Өөрөөсөө бага бүх хуваагчийнхаа нийлбэртэй тэнцүү тоог төгс тоо гэдэг. Шоо орхих туршилтад төгс тоогоор буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ? Төгс тоогоор буух, сондгой тоогоор буух үзэгдлүүд нийцтэй юу?
- 51 Туршилтын дүнд илрэх бүх үзэгдлүүдийн олонлог $\Omega = \{\text{тамга, ноён, хатан}\}$ ба $P(\text{тамга}) = 0.5$, $P(\text{ноён}) = \frac{1}{3}$, $P(\text{хатан}) = \frac{1}{6}$ байв. Тэгвэл $A = \{\text{тамга, ноён}\}$, $B = \{\text{ноён, хатан}\}$, $C = \{\text{тамга, хатан}\}$ үзэгдлүүдийн магадлалыг ол.
- 52 Дугуйн төвийг тойрон эргэлдэгч зүү аль нэг секторт санамсаргүй зогсоно. Зүү эргүүлэх туршилтыг хоёр удаа давтан хийхэд нэг удаад нь хар дээр, нөгөө удаад цагаан дээр тогтжээ. Үзэгдлүүдийн байж болох бүх боломжийг хүснэгтэд тэмдэглэв.



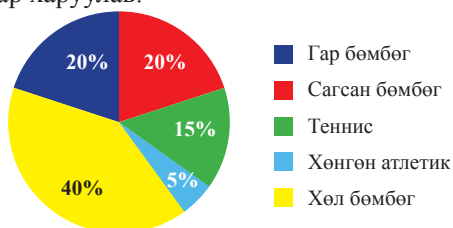
		Цагаан			
		2	4	6	8
Хар	1	2, 1	4, 1	6, 1	8, 1
	3	2, 3	4, 3	6, 3	8, 3
	5	2, 5	4, 5	6, 5	8, 5
	7	2, 7	4, 7	6, 7	8, 7

- а. Хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх боломжтой вэ?
- б. Нийлбэр нь тэгш байх үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
- в. Нийлбэр нь сондгой байх үзэгдлийн магадлалыг олоорой.
- г. Зүү ядаж нэг удаа 5, 4 гэсэн секторуудад тогтох үзэгдэлд хэчнээн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ? Уг үзэгдлийн магадлалыг ол.
- 53 Туршилтын дүнд илрэх бүх эгэл үзэгдлүүдийн олонлог $\Omega = \{a, b, c, d\}$ ба $P(a) = 0.21$, $P(b) = 0.31$, $P(c) = 0.33$ бол $P(d)$ -г ол.
- 54 10-аас бага хоёр натурал тоо таамгаар сонгоход ядаж нэг нь 6-д хуваагдах магадлал ямар байх вэ?


- 55 Болороо найзынхаа утасны дугаарын сүүлийн хоёр орныг мартсан байв. Гэвч тэр цифрууд нь ялгаатай ба 30-аас бага тоо байсныг санаж байв. Нэг удаа залгаад таах магадлалыг ол.
- 56 Шагайг 2 удаа орхих туршилт хийв. Ядаж нэг морь буух үзэгдэлд хэчнээн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ?
- 57 Хар ба цагаан шоог зэрэг орхих туршилтад
 а. Нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
 б. Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү юу?
 в. Ядаж нэг шоо нь 5-аар буух үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ? Энэ үзэгдлийг магадлалыг олоорой.
 г. Хоёр шоо хоёулаа 6-аар буух үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж магадлалыг ол.
- 58 52 модтой хөзрөөс нэгийг сугалах туршилтад
 а. Нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
 б. Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү юу?
 в. Тамга, ноён, хатан, боол хөзрийн аль нэг нь гарч ирэх үзэгдэлд хэчнээн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ? Энэ үзэгдлийг магадлалыг олоорой.
 г. Бундан гарч ирэх үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, магадлалыг нь олоорой.
- 59 Шинэ угаалгын машин 1-ээс олон жил эвдрэлгүй ажиллах магадлал 0.9, 2-оос олон жил эвдрэлгүй ажиллах магадлал 0.82 байв. Угаалгын машин 1 жилээс урт боловч 2 жилээс богино хугацаанд эвдрэлгүй ажиллах магадлалыг ол.
- 60 Улаанбаатараас Дархан орох автобус даваа гаргийн өглөө 16-аас цөөн зорчигчтой хөдлөх магадлал 0.96, 10-аас цөөн зорчигчтай хөдлөх магадлал 0.55 байдаг. Зорчигчийн тоо 10-аас цөөнгүй, 15-аас олонгүй байх магадлалыг ол.
- 61* Ангид 6 эрэгтэй, 4 эмэгтэй сурагч байв. Багш эдгээр сурагчаас таамгаар хоёрыг нь жижүүрээр томилно.
 а. Хоёр эрэгтэй сурагч томилогдох магадлал ямар байх вэ?
 б. Хоёр эмэгтэй сурагч томилогдох магадлалыг олоорой. Энэ үзэгдлийн эсрэг үзэгдэл нь хоёр эрэгтэй сурагч томилогдох үзэгдэл гэх нь зөв үү?
 в. Эрэгтэй, эмэгтэй хоёр сурагч томилогдох магадлалыг хэрхэн хялбар аргаар олж болох вэ?
 г. Энэ туршилтыг 6 хар, 4 цагаан бөмбөгнөөс хоёрыг таамгаар сонгох туршилттай харьцуулж үзээрэй.
- 62 Мөнхгэрэл 32 модтой хөзрөөс нэгийг таамгаар сугалж “бундан эсвэл тамга хөзөр гарч ирвэл гадаа гарч сагсан бөмбөг тоглоно” гэж өөртөө амлажээ. Түүний тоглохоор гарах магадлал ямар байх вэ?
- 63 A, B үзэгдлүүд нийцтэй бөгөөд нэгэн зэрэг илрэх магадлал нь 0.2 байв. Эдгээр үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг хэрхэн олох вэ?
- 64 Нэг хайрцагт 3 хар бөмбөг, 2 цагаан бөмбөг, нөгөө хайрцагт 4 хар бөмбөг, 1 цагаан бөмбөг байв. Хайрцаг бүрээс нэгийг таамгаар гаргаж ирэх туршилтад хоёр хар бөмбөг гарч ирэх магадлал 0.48 бол ядаж нэг цагаан бөмбөг гарч ирэх магадлал ямар байх вэ?

Өөрийгөө сорих - 3

- 1 52 модтой хэзрөөс таамгаар нэгийг сугалахад хатан таарах ба бундан таарах үзэгдлүүд нийцтэй юу?
- 2 8в анги 40 сурагчтай. Тэдний хичээллэдэг дугуйлангийн төрлийг дугуй диаграммаар харуулав.



Санамсаргүй нэг сурагч сонгоход

- а. гар бөмбөг эсвэл сагсан бөмбөгөөр хичээллэдэг байх магадлалыг ол.
 - б. илрэх магадлал нь 0.5-аас их байх 3 үзэгдэл бич.
- 3 Том жижиг хоёр зоосон мөнгийг зэрэг орхих туршилт хийжээ.
 - а. Нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
 - б. Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү байх уу?
 - в. Яг нэг удаа сүлд буух үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ?
Уг үзэгдлийн магадлалыг ол.
 - г. Ядаж нэг удаа тоо буух үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ?
Уг үзэгдлийн магадлал ба эсрэг үзэгдлийн магадлалыг олоорой.
- 
- 4 Эгэл үзэгдлүүдийн олонлог нь {а, б, в, г} байв. $P(a)=0.15$, $P(b)=0.32$, $P(v)=0.18$ бол $P(g)$, $P(\{a, б\})$, $P(\{a, в, г\})$ -г тус тус ол.
 - 5 Дэлгүүрт I сортын төмс 4 шуудай, II сортын төмс 5 шуудай, III сортын төмс 7 шуудай, IV сортын төмс 4 шуудай байв. Санамсаргүй нэг шуудай төмс задлахад I эсвэл III сортын төмс байх магадлалыг ол.
 - 6 Хоёр оронтой тоо таамгаар сонгоход бичиглэлд нь 5 ба 7 цифрүүдийн ядаж нэг нь оролцсон байх магадлалыг ол.
Энэ үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, магадлалыг нь ол.
 - 7 Ангийн 20 сурагчийн 7 нь төгөлдөр хуур, 6 хийлийн дугуйланд явдаг бөгөөд 2 сурагч эдгээр хоёр дугуйланд хоёуланд явдаг.
 - а. Санамсаргүй нэг сурагч сонгоход хөгжмийн энэ хоёр төрлийн ядаж нэгээр нь хичээллэдэг байх үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ?
 - б. Энэ үзэгдлийн магадлалыг хэрхэн олох вэ?
 - 8 61 мм диаметртэй дугуй эдлэл зорох автомат машин 0.01 мм-ээс хэтрэхгүй зөрөө гаргах магадлал 0.976 байв. Санамсаргүй нэг эдлэл сонгоход диаметр нь 60.99 мм-ээс бага, эсвэл 61.01 мм-ээс их байх магадлалыг ол.

IV БҮЛЭГ. ИЛЭРХИЙЛЭЛ, ТЭГШИТГЭЛ, ТЭНЦЭТГЭЛ БИШ

Нэг ба олон гишүүнт

Сурагч илэрхийллийг хоёр аргаар хялбарчлаад, дүгнэлт гаргажээ.

$$\left. \begin{array}{l} \text{I арга (зэргийн чанар ашиглах): } a^2 \div a^5 = a^{2-5} = a^{-3} \\ \text{II арга (хураах): } a^2 \div a^5 = \frac{a^2}{a^5} = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \frac{1}{a^3} \end{array} \right\} \Rightarrow a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

- а. Сурагчийн гаргасан дүгнэлтийн талаар ярилцаарай.
- б. Натурал илтгэгчтэй зэргийн чанаруудыг зэргийн илтгэгч n , m нь дурын натурал тоо байх үед батлаарай.
- в. Сурагчийн дүгнэлтийг ашиглаад “ n натурал тоо бол $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ байна” гэсэн ерөнхий дүгнэлтийг батлаарай.
(Заавар: $-n = 0 - n$ тэнцэл болон зэргийн II чанарыг ашиглаарай)

1. Илэрхийллийг хялбарчилж, хариуг натурал тоон илтгэгчтэй зэрэг хэлбэрт бич.

- | | | | |
|---------------------|------------------------|-------------------------|----------------------------|
| а. $x^2 \times x^7$ | б. $x^{100} \div x^7$ | в. $8x^{29} \times x^7$ | г. $82a^{200} \div a^{75}$ |
| д. a^{-5} | е. $a^2 \times a^{-5}$ | ж. $(3m^3) \times 2m$ | з. $b^{-2} \div b^4$ |

2. Илэрхийллийг хялбарчил.

- | | | | |
|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| а. $a^4 \times a^2 \times a^3$ | б. $c^4 \times c^7 \div c^9$ | в. $\frac{x^3 \times x}{x^2}$ | г. $\frac{x \times x^4}{x^5}$ |
| д. $(a^4)^3 \times a$ | е. $(a^4)^3 \times a$ | ж. $((y^3)^4)^5$ | з. $(((-a)^3)^2)^4$ |

3. Илэрхийллүүдээс нэг гишүүнтийг ялгаж бич.

$$\frac{1}{3}xy, x-5a, x, -2a^2b, 3x^2y^3, 4-x+3x^2y^3, -5a, 4+x$$

4. Илэрхийллүүдээс нэг гишүүнтийг ялгаж бич.

$$\frac{2x^2y^7}{z^2}, \frac{2x^2y^7}{273}, \frac{2x^2y^7}{273}, \frac{x^2y^7z^2}{-2^3}$$

Тоо ба хувьсагчийн натурал илтгэгчтэй зэргийн үржвэрийг **нэг гишүүнт** гэнэ. Нэг гишүүнтийн тоон үржигдэхүүнийг **коэффициент** гэдэг.

Жишээ 1. Орхигдсон тоог нөх.

а. $\frac{(2x^3y^2)(3xy^4)^2}{4x^2y^3} = 1.5x^{\square}y^{\square}$ б. $\frac{(3a)^3}{(9a)^4} = 3^{\square}a^{\square} = \frac{1}{\square}a$

Бодолт: а. $\frac{(2x^3y^2)(3xy^4)^2}{4x^2y^3} = \frac{2x^3y^2 \times 3xy^4 \times 3xy^4}{4x^2y^3} = \frac{2 \times 3 \times 3}{4} x^{3+1+1-2} y^{2+4+4-3} = 4.5x^{\square}y^{\square}$

б. $\frac{(3a)^3}{(9a)^4} = \frac{3^3 a^3}{3^{2 \times 4} a^4} = 3^{3-8} a^{3-4} = 3^{\square} a^{\square} = \frac{1}{3^5} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{\underline{243}a}$

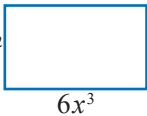
5. Нэг гишүүнтүүдийг стандарт хэлбэрт бич.

$2a^34x^5(-3)az^2$ -ийг хялбарчилж $-24a^4x^5z^2$ хэлбэрт бичсэнийг стандарт хэлбэр гэнэ.

- | | | | |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|---|
| а. $4b^2c \times 0.5ac$ | б. $(-8x^2y) \times 2xy^2$ | в. $2ab^2 \times (-3a^2b)$ | г. $(-x) \times \left(\frac{1}{2}x^2y\right)$ |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|---|

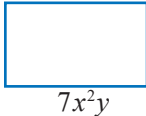
6 Тэгш өнцөгтийн талбайг ол.

а. $4x^2$



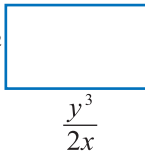
б.

$5xy$



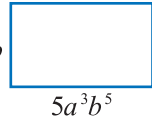
в.

$6x^2$



г.

$4a^2b$



7 Зэрэг дэвшүүл.

а. $(-3ab)^3$

б. $(-2ab)^4$

в. $(-2x^4)^4$

г. $(-7y^3)^2$

д. $(\frac{1}{2}nm^2)^3$

е. $(\frac{1}{3}n^2m^3)^4$

ж. $(-0.1a^3b^3)^3$

з. $(0.4a^3b^2)^2$

8 Нэг гишүүнтийн зэрэг хэлбэрт бич.

а. $9a^2$

б. $16x^4$

в. $25a^2b^4$

г. $81x^6y^2$

д. $27a^3b^6$

е. $27a^3b^{15}$

ж. $\frac{1}{125}x^9y^{12}$

з. $-0.027x^3y^{15}$

9 Илэрхийллийг хялбарчил.

а. $(-a^7b^3)^2 \times 4ab^5$

б. $8x^5y \times (-x^3y^4)^4$

в. $(-\frac{1}{3}ab^3)^3 \times 81a^5b$

г. $(3xy^3)^4 \times (-\frac{1}{27}xy^2)$

10 Илэрхийллийг хялбарчил.

а. $\frac{5ab^2 \times 12ab}{6ab}$

б. $\frac{6a^2b \times ab^3}{2ab \times 3ab}$

в. $\frac{(2n^3)(3n^{-4})}{12n^{-2}}$

г. $\frac{(12a^2b) \times (15ab^3)}{75a^4b^5}$

Жишээ 2. $17kp - 5p^2x + kp - 19kx + 5p^2x + 8kx + 3$ илэрхийллийг хялбарчил.

Бодолт. Олон гишүүнтийн төсөөтэй гишүүдийн доогуур зурья.

$$\begin{aligned} & \underline{17kp} - \underline{5p^2x} + \underline{kp} - \underline{19kx} + \underline{5p^2x} + \underline{8kx} + 3 = \\ & = \underline{17kp} + \underline{kp} - \underline{5p^2x} + \underline{5p^2x} - \underline{19kx} + \underline{8kx} + 3 = \\ & = 18kp - 11kx + 3 \text{ боллоо.} \end{aligned}$$

Нэг гишүүнтүүдийн нийлбэрээс тогтох илэрхийллийг **олон гишүүнт** гэнэ. Зөвхөн коэффициентээрээ ялгаатай (ижил байж болно) нэг гишүүнтүүдийг **төсөөтэй гишүүд** гэнэ.

11 Төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэ.

а. $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}y$

б. $\frac{1}{5}a^2 + \frac{3}{4}b^2 + \frac{4}{5}a^2 - \frac{3}{4}b^2$

в. $m^2 - 3m + m^3 - 4m^2 + 3m - 2$

г. $-2m + 4m^2 - m^3 + m - m^2$

12 Олон гишүүнтүүдийн нийлбэр ба ялгаврыг ол.

а. $2x^2 - 3x$ ба $5x - x^2$

б. $4x^2 + 2x$ ба $3x - 2x^2$



Зоос ба багс

60 м өндрөөс зоосон мөнгө унав. Яг энэ үед 30 м өндрөөс будгийн багс унажээ. Зоосон мөнгөний өндөр хугацаанаас (секунд) хамаарч $H_1 = -5t^2 - 12t + 60$ гэж илэрхийлэгдэх бол багсны өндөр $H_2 = -5t^2 + 30$ гэж илэрхийлэгдэнэ. Хугацааны t эгшинд зоосон мөнгө ба багсны хоорондох зай ямар байх вэ? $t = 10$ секунд үед илэрхийллийн утгыг ол.

$-5t^2 - 12t + 60$

$-5t^2 + 30$



Нэг гишүүнтээр олон гишүүнтийг үржүүлэх, ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гаргах

Зурагт өгсөн $S_1 = ab$, $S_2 = cb$ талбайтай хоёр тэгш өнцөгтийг ижил урттай талуудаар нь нийлүүлж нэг тэгш өнцөгт үүсгээд талбайг олъё.

Зургаас харвал үүссэн тэгш өнцөгтийн талбай: нэг талаас $S = (a + c)b$, нөгөө талаас, анхны хоёр тэгш өнцөгтийн талбайн нийлбэр $S = S_1 + S_2 = ab + cb$ -тэй тэнцүү байна.

Эдгээрээс $(a + c)b = ab + cb$ гэсэн дүгнэлт гарлаа.

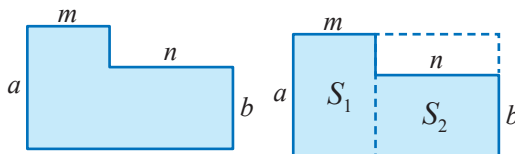
ГИШҮҮНЧЛЭН ҮРЖҮҮЛЭХ ДҮРЭМ

Олон гишүүнтийг нэг гишүүнтээр үржүүлэхдээ гишүүн бүрийг уг нэг гишүүнтээр үржүүлж нэмнэ.

Жишээ нь өмнөх зураг дээрх нийлмэл тэгш өнцөгтийн периметрийг олбол:
 $P = ((a + c) + b) \times 2 = 2 \times (a + c) + 2b = 2a + 2c + 2b$ болно.

Жишээ 3. Дүрсийн периметр ба талбайг олоорой.

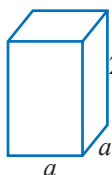
Бодолт. Дүрсийн периметр нь түүнийг тэгш өнцөгт болгон гүйцээхэд үүсэх тэгш өнцөгтийн периметртэй тэнцүү байна. (Учрыг тайлбарлаарай.)



$$P = (a + m + n) \times 2 = 2a + 2m + 2n$$

$$S = S_1 + S_2 = a \times m + b \times n = am + bn$$

Жишээ 4. Тэгш өнцөгт параллелепипедийн ирмэгүүд a , a , $2p + q$ бол эзлэхүүнийг ол.



Бодолт: Тэгш өнцөгт параллелепипедийн эзлэхүүн
 $V = a \times a \times (2p + q) = a^2 \times (2p + q) =$
 $= a^2 \times 2p + a^2 \times q = 2a^2p + a^2q$ болно.

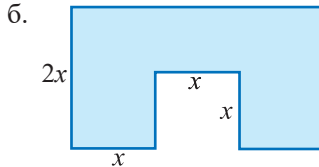
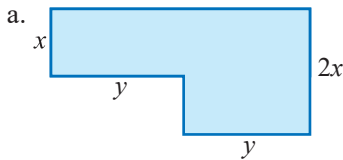
13 Гишүүнчлэн үржүүлж, хаалт задал.

- а. $2a^2(a + 1)$ б. $5ab(a + b)$ в. $7b(2a - 3)$ г. $-(3.7 - m^2)$
 д. $-c^3(5c^2 - 7)$ е. $3x\left(-\frac{1}{3}x - \frac{7}{15}\right)$ ж. $-\frac{1}{4x^2}(8x + 3)$ з. $-6y\left(\frac{3}{4}y^2 - \frac{5}{12}\right)$

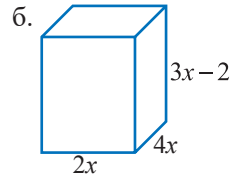
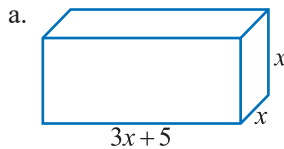
14 Хаалт задал.

- а. $-ab(2c + y - z)$ б. $(-2a + 3b + 5c) \times 7c$ в. $(x^2 + x^3 - x^4) \times (-x^6)$
 г. $-\frac{1}{3}(6b - 3c + 2a)$ д. $-\frac{a^2}{3}(6ba - 3c + 2a)$ е. $\frac{2}{3}mn^2\left(\frac{9}{4}mn - 3m + 12n\right)$
 ж. $x^2y(3x^2 + y^3 - xy^2)$ з. $(-7b^2 - b + 2)(-2b^3)$ и. $-3a^2(-a + 9a^2 - 2)$

15 Дүрсүүдийн талбай ба периметрийг олох илэрхийлэл бич.



16 Тэгш өнцөгт параллелепипедийн эзлэхүүнийг ол.



17 Үйлдлийг гүйцэтгээд илэрхийллийг хялбарчил.

- а. $(2a - b) \times 8b + 8b^2$ б. $5a(a - 2b) + 10ab$
 в. $2(x - 1) + 3(x + 2)$ г. $8y(4y - 3) + 2y(y - 5)$
 д. $0.5a(2a - b) + 0.5b(2b - a)$ е. $10x(y - 0.2x) - 10y(x - 0.2y)$

Жишээ 5. Ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гаргаарай.

- а. $9 \times 17 - 9 \times 7$ б. $8a + 8b$ в. $6ab - 3ac$ г. $3x^2y - 6xy$

Бодолт: а. I. $9 \times 17 - 9 \times 7 = 153 - 63 = 90$.

II. $9 \times 17 - 9 \times 7 = 9 \times (17 - 7) = 9 \times 10 = 90$ болно.

Аль бодолт нь хялбар байна вэ?

- б. $8a + 8b = 8(a + b)$
 в. $6ab - 3ac = 3a \times 2b - 3a \times c = 3a(2b - c)$
 г. $3x^2y - 6xy = 3xy(x - 2)$

Коэффициентүүдийн ХИЕХ ба ижил хувьсагчдын бага зэрэгтүүдийн үржвэрийг олон гишүүнтийн ерөнхий үржигдэхүүн гэдэг.

18 Тооцооллыг хялбар аргаар гүйцэтгэ.

- а. $10 \times 11 - 8 \times 11$ б. $7 \times 92 - 14$ в. $10 \times 13 - 15 \times 9$ г. $91 \times 13 + 9 \times 13$
 д. $23 \times 47 - 27 \times 23$ е. $99 \times 71 + 33 \times 87$ ж. $3\frac{1}{4} \times 2.1 + 6\frac{3}{4} \times 2.1$ з. $37 \times 19 - 37 \times 9$

19 Ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гарга.

- а. $ax + bx$ б. $ax - 8x$ в. $3xy - 5xz$ г. $5a + 15b$
 д. $15a - 10b$ е. $-5ac + 10ab$ ж. $x^4 + x^3$ з. $y^3 - y^4$
 и. $2ab^2 - ab$ к. $9y^6 - 6y^4$ л. $18x^4 + 12x^3$ м. $9x^2y^2 - 18xy^2$

20 $2a - b = 5$ бол а. $4a - 2b$ б. $6a - 3b$ илэрхийллийн утгыг ол.

21 а. $8^5 + 2^{13}$ нь 10-д хуваагдана гэж батал. б. $9^6 - 3^{10}$ нь 24-д

22 Ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гарга.

- а. $-a^7 - 5a^{11} - 3a^6$ б. $-x^4 - 3x^7 - 2x^5$ в. $3x^3y - 6x^3y^2 + 9x^4y$
 г. $8a^4b^2 - 12a^2b^3 + 4a^2$ д. $6x^2y^5 + 12x^5y^3 - 2y^3$ е. $8x^4y^2 - 12x^2y^3 + 4x^2y^2$

23 Хаалтад байгаа хоёр гишүүнтийг нэг үржигдэхүүн гэж үзээд ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гарга.

- а. $x(y + 5) - 6(y + 5)$ б. $a(3 - b) - 2(3 - b)$ в. $ab(3 + b) + (3 + b)$
 г. $3m(2 - m) + 5(m - 2)$ д. $2c(c - 1) - 4(c - 1)$ е. $2c(c - 1) - 3(1 - c)$

Олон гишүүнтийг олон гишүүнтээр үржүүлэх

$(x+3)$ ба $(x+2)$ хоёр олон гишүүнтийг хэрхэн үржүүлэх вэ?
Эхний олон гишүүнтийг бүхэлд нь нэг тоо гэж төсөөлье.

$$(x+3) = a$$

Гишүүнчлэн үржүүлж хаалт задалъя:

$$\begin{aligned} (x+3)(x+2) &= a(x+2) = a \times x + a \times 2 = && \text{(хаалт задлав)} \\ &= (x+3) \times x + (x+3) \times 2 = && \text{(} a \text{-г } (x+3)\text{-аар солив)} \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 = && \text{(нэмэгдэхүүн бүрд} \\ & && \text{хаалт задлав)} \\ &= x^2 + 5x + 6. && \text{(төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэв)} \end{aligned}$$

Олон гишүүнтийг олон гишүүнтээр үржүүлэхдээ нэг үржигдэхүүний гишүүн бүрийг нөгөө үржигдэхүүний гишүүн бүрээр үржүүлж нэмнэ.

Гишүүнчлэн үржүүлэх үйлдлийг товч бичвэл:

$$(x+3)(x+2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6 \text{ болно.}$$

24 Хоёр гишүүнтийг хоёр гишүүнтээр үржүүл.

- а. $(a+8)(a-3)$ б. $(x+5)(x+6)$ в. $(x+2y)(x-5y)$
г. $(2a-4)(a+2)$ д. $(3x+9)(2x+3)$ е. $(x-3y)(x-4y)$

25 Үйлдлийг гүйцэтгээд, хялбарчил.

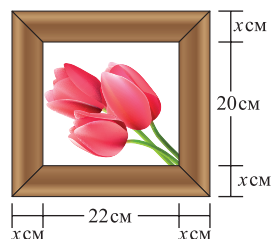
- а. $(x^2+8)(x^2-2)$ б. $(x^2+5)(x^3+x)$ в. $(x^3-9)(x^3-1)$
г. $(4n-3m)(4n-3m)$ д. $(w+6)(w^2+3w)$ е. $(v-3)(v^2+8v)$
е. $(2m^2-5n^2)(m^2+n^2)$ ж. $(r^3-6t^4)(r^3+2t^4)$ з. $(x^2y+2x)(y^2-5xy^2)$

26 Үйлдлийг гүйцэтгээд, хялбарчил.

- а. $(x+4)(x^2+3x+2)$ б. $(m+1)(m^2+4m+8)$ в. $(y+3)(y^2+8y-2)$
г. $(t-2)(t^2-5t+1)$ д. $(4-b)(5b^2+5b-4)$ е. $(d+6)(2d^2-d+7)$
ж. $(3e^2-5e+7)(6e+1)$ з. $(6v^2+2v-9)(4-5v)$ и. $(y^2+3y-3)(y+9)$

27 Тэгш өнцөгт хэлбэрийн зургийн гадуур x см өргөнтэй жааз хийх болов.

- а. Жаазны гадуур хүрээний уртыг ол.
б. Зураг болон жаазны нийт талбайг ол.
в. Жаазны өргөн 4 см байх үед зураг болон жаазны нийт талбайг ол.



28 $(x+m)(x+n)$ үржвэрийг x^2+bx+c гэвэл

- а. $c > 0$ үед m ба n нь ямар чанартай байх вэ?
б. $c < 0$ үед m ба n нь ямар чанартай байх вэ?

29 Үржвэр нь $x^3 + 2x^2 + x + 2$ гарах хоёр олон гишүүнт ол.

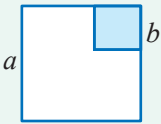
30 Үйлдлийг гүйцэтгээд, хялбарчил.

- а. $2x(x^2-1)(2+x)$ б. $m^2(m-3)(2+m^2)$ в. $(n-6)(n-4)(n-2)$
г. $(n+6)(n+4)(n+2)$ д. $(3t-2)(5t+1)(t-1)$ е. $(d+6)(d-2)(d^2-1)$

31 Үйлдлийг гүйцэтгээд, хялбарчил.

- а. $a(a-5) - (a-2)(a-3)$ б. $a(a+4) - (a-2)(a+6)$

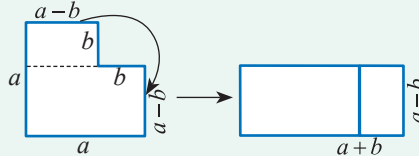
Квадратуудын ялгавар, нийлбэр ба ялгаврын квадрат



a талтай квадратын нэг булангаас b талтай квадратыг огтолж авахад үлдэх дүрсийн талбайг хоёр аргаар олж.

I. Том квадратын талбайгаас жижиг квадратын талбайг хасах илэрхийлэл бич.

II. Үлдсэн дүрсийн талбайг дараах зурагт үзүүлсэн тасархай шугамын дагуу хоёр хэсэгт хуваагаад өөрөөр эвлүүлж.



Эвлүүлсэн тэгш өнцөгтийн талбайг олох илэрхийлэл бич.

Бичсэн хоёр илэрхийллийн утга яагаад тэнцүү байгаа талаар ярилцаарай.

ХУРААНГУЙ ҮРЖҮҮЛЭХИЙН I АДИЛТГАЛ

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \quad (1)$$

адилтгалыг хураангуй үржүүлэхийн нэгдүгээр адилтгал буюу **квадратуудын ялгаврын томъёо** гэдэг.

Хувьсагчийн дурын утгад тэнцүү утгатай байдаг илэрхийллүүдийг адилтгал тэнцүү илэрхийлэл гэнэ.

Жишээ 6. Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $(x+4)(x-4)$ б. $(3-2m)(3+2m)$ в. $(2x+3y)(2x-3y)$

Бодолт: 1 дүгээр адилтгалыг ашиглавал:

а. $(x+4)(x-4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$

б. $(3-2m)(3+2m) = 3^2 - m^2 = 9 - m^2$

в. $(2x+3y)(2x-3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 2^2x^2 - 3^2y^2 = 4x^2 - 9y^2$

32. Гишүүнчлэн үржүүлэх дүрэм ашиглан $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ байхыг батал.

33. Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $(m+7)(m-7)$

б. $(2a-5)(2a+5)$

в. $(x+3y)(x-3y)$

г. $(x+10)(x-10)$

д. $(2x+1)(2x-1)$

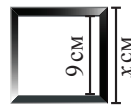
е. $(4d-3e)(4d+3e)$

ж. $\left(\frac{1}{2}n-m\right)\left(\frac{1}{2}n+m\right)$

з. $\left(3a-\frac{2}{3}b^2\right)\left(3a+\frac{2}{3}b^2\right)$

и. $(0.5-0.2x)(0.5+0.2x)$

34. Зурагт үзүүлсэн жаазны талбайн хэмжээг олох илэрхийлэл бич.



35. (1) адилтгал ашиглан утгыг ол.

Жишээ нь $26 \times 34 = (30-4)(30+4) = 30^2 - 4^2 = 900 - 16 = 884$

а. 16×24

б. 33×27

в. $10\frac{1}{3} \times 9\frac{2}{3}$

г. 111×89

36. Олон гишүүнт хэлбэрт бич.

а. $(-y+4)(-y-4)$

б. $(-5g-2h)(-5g+2h)$

в. $(6a-2b)(-6a-2b)$

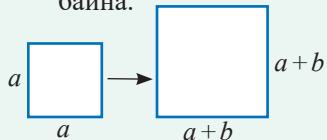
г. $(r^3-3t^4)(-r^3-3t^4)$

д. $(b-2)(b+2)(b^2+4)$

е. $(x+3)(x-3)(x^2+9)$

a нэгж талтай квадратын талуудыг b нэгжээр ихэсгэв. Том квадратын талбайг олж, дүгнэлт гаргаарай.

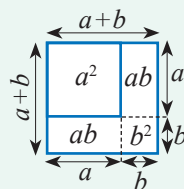
I арга. Зургаас харвал том квадратын талбай $(a+b) \times (a+b) = (a+b)^2$ байна.



II арга. Том квадратыг зурагт үзүүлснээр хэсгүүдэд хуваая.

Хуваагдсан тэгш өнцөгт бүрийн дотор тэдгээрийн талбайг бичье.

Зургаас харвал нийт талбай $a^2 + b^2 + 2ab$ байна.



Хоёр илэрхийлэл адилтгал тэнцүү байж чадах уу?

Гишүүнчлэн үржүүлэх дүрэм ашиглан:

а. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (2)

б. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (3) адилтгалуудыг батлаарай.

ХУРААНГУЙ ҮРЖҮҮЛЭХИЙН II, III АДИЛТГАЛ

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (2) адилтгалыг **нийлбэрийн квадратын томьёо**,

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (3) адилтгалыг **ялгаврын квадратын томьёо** гэнэ.

Жишээ 7. Илэрхийллийг олон гишүүнт хэлбэртэй бичээрэй.

а. $(2n+3)^2$ б. $(2a + \frac{1}{2}b)^2$ в. $(3-4y)^2$

Бодолт: а. $(2n+3)^2 = (2n)^2 + 2 \times (2n) \times 3 + 3^2 = 4n^2 + 12n + 9$

Зөвлөмж: (2) томьёонд $a = 2n$ ба $b = 3$ гэж орлуулав.

б. $(2a + \frac{1}{2}b)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times \frac{1}{2}b + (\frac{1}{2}b)^2 = 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2$

в. $(3-4y)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 4y + (4y)^2 = 9 - 24y + 16y^2$

37 Олон гишүүнт хэлбэрт бич.

а. $(d+4)^2$

б. $(m-9)^2$

в. $(6p-5)^2$

г. $(4x+6)^2$

д. $(2x - \frac{1}{4})^2$

е. $(-7t+4)^2$

ж. $(\frac{1}{3}p + \frac{3}{2}q)^2$

з. $(6x-3y)^2$

и. $(2a+b)^2$

к. $(-12-n)^2$

л. $(2m^2-5n)^2$

м. $(2m^3+5n^2)^2$

38 Илэрхийллийг хялбарчил.

а. $5(x+2)^2$

б. $-3(n-1)^2$

в. $2(\frac{3}{4}x+2)^2$

г. $(x+y+2)^2$

д. $(x-y+z)^2$

е. $(2x-3)^2 - 2(x-2)^2 - 5$

39 (2), (3) адилтгал ашиглан утгыг ол.

а. 42^2

б. 29^2

в. 30.5^2

г. 98^2

40 $9x^2 - 48x + k$ нь хоёр гишүүнтийн квадрат байхын тулд k хэд байх вэ?

41 $(a+b)(a-b) < (a-b)^2 < (a+b)^2$ чанарыг хангаж байхаар a ба b тоо ол.

Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлах

- $2xy + 5y + 4x + 10$ олон гишүүнтийг зааврын дагуу үржигдэхүүн болгон задлаарай.
- I. Бүх гишүүнд орсон ерөнхий үржигдэхүүн байвал түүнийг хаалтаас гарга.
- II. Ерөнхий үржигдэхүүн байхгүй бол гишүүдийг ерөнхий үржигдэхүүн агуулсан байдлаар бүлэглэж, бүлэг тус бүрээс ерөнхий үржигдэхүүн гарга.
- III. Хаалтад үлдсэн илэрхийллүүд ижил байвал эдгээрийг бүхэлд нь нэг гишүүнт мэтээр төсөөлж, хаалтаас гарга.

Гишүүдийг бүлэглэхдээ ерөнхий үржигдэхүүн агуулсан эсэхийг нь анхаар.

Жишээ 8. Бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задлаарай.

а. $3xy + 9x + 4y + 12$ б. $ax - bx + ca - cb$ в. $4x^2 + x - 8xy - 2y$

Бодолт: а. $3xy + 9x + 4y + 12 = 3x \times y + 3x \times 3 + 4 \times y + 4 \times 3 = 3x(y + 3) + 4(y + 3)$ болно.

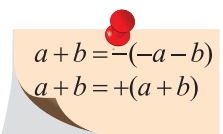
Хэрхэн бүлэглэснийг ялгаатай өнгөөр ялган харуулав.

Хоёр бүлэгт $(y + 3)$ гэсэн ерөнхий үржигдэхүүн байна.

Түүнийг хаалтаас гаргавал: $(y + 3)(3x + 4)$ болно.

б. $ax - bx + ca - cb = x(a - b) + c(a - b) = (a - b)(x + c)$

в. $4x^2 + x - 8xy - 2y = x(4x + 1) - 2y(4x + 1) = (4x + 1)(x - 2y)$



42 Бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а. $3a + 3b + ac + cb$ б. $2m + 2n + km + kn$ в. $by + 4y + 4x + bx$
 г. $ax - ay + bx - by$ д. $3b - 3c + ab - ac$ е. $ab + 2b - 2d - ad$

43 Бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а. $km - k - 2m + 2$ б. $3x - 3y - 2ax + 2ay$ в. $x^2 + y + x + xy$
 г. $2xy - 3x + 3y - 2y^2$ д. $x^2 + 2xy - x - 2y$ е. $8b^2 - 4ba - 18b + 9a$
 ж. $4s^2 - s + 12st - 3t$ з. $6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2$ и. $x^3 + xy^2 - x^2y - y^3$
 к. $m^3 + m^2n - mn - n^2$ л. $xy - xz - y^2 + yz$ м. $4y^2 - 7y + 28 - 16y$

44 Олон гишүүнт үржигдэхүүн болон задарч байхын тулд цэгийн оронд ямар нэмэгдэхүүн байх вэ?

а. $ax + bx + ca + \dots$ б. $mc + c - mb - \dots$ в. $n^3 - 2n^2 + n - \dots$ г. $m^2n - mn - 2m + \dots$

Жишээ 9. Гурван гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а. $x^2 + 5x + 6$ б. $x^2 + 3x - 4$ в. $x^2 - 4x - 5$

Бодолт: Гурван гишүүнт бүрийг $(x + a)(x + b)$ хэлбэрт задална гэж үзнэ.

а. $ab = 6$ байна. Иймд 5-ийг үржвэр нь 6 байх хоёр тооны нийлбэрт задална.

$x^2 + 5x + 6 = x^2 + 2x + 3x + 6 = (x^2 + 2x) + (3x + 6) = x(x + 2) + 3(x + 2) = (x + 2)(x + 3)$

б. $x^2 + 3x - 4 = x^2 + 4x - x - 4 = (x^2 + 4x) - (x + 4) = x(x + 4) - 1(x + 4) = (x + 4)(x - 1)$

в. $x^2 - 4x - 5 = x^2 + x - 5x - 5 = (x^2 + x) - (5x + 5) = x(x + 1) - 5(x + 1) = (x + 1)(x - 5)$

45 Гурван гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а. $x^2 + 8x + 7$ б. $z^2 + 10z + 21$ в. $n^2 + 9n + 20$ г. $s^2 + 11s + 30$
 д. $v^2 - 5v + 4$ е. $x^2 - 13x + 22$ ж. $d^2 - 5d + 6$ з. $k^2 - 10k + 24$
 и. $x^2 - x - 2$ к. $j^2 + j - 42$ л. $w^2 + 34w - 72$ м. $z^2 + 7z - 18$

46 Олон гишүүнтээс эхлээд нэг гишүүнтийг ерөнхий үржигдэхүүн болгон хаалтаас гаргаад, хаалтад үлдсэн илэрхийллийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. $5x^2+15x+10$ б. $4k^2+28k+48$ в. $6y^2-24y+18$ г. $3x^2+3x-6$
 д. $9a^2-36a-45$ е. $7b^2-63b+140$ ж. $8x^2-56x+48$ з. $2a^3-4a^2-30a$

47 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. $x^2+6xy+8y^2$ б. $r^2+7rs+12s^2$ в. $x^2-2xy-35y^2$ г. $a^2+11ab-26b^2$

Жишээ 10. Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. $4x^2+13x+3$ б. $2x^2+x-3$ в. $-4x^2-8x+5$

Бодолт: Олон гишүүнт бүрийг $(ax+b)(cx+d)$ хэлбэрт задална гэж үзнэ.

а. $ac=4, bd=3$ байна. $13x$ -ийг $ad+bc=13$ байхаар нийлбэрт задална.

$4=1 \times 4=4 \times 1=2 \times 2, 3=1 \times 3=3 \times 1$ гэдгийг ашиглавал:

$a=4, c=1$ ба $b=1, d=3$ үед $3 \times 4+1 \times 1=13$ байна.

$4x^2+13x+3=4x^2+x+12x+3=x(4x+1)+3(4x+1)=(4x+1)(x+3)$

б. $2x^2+x-3=2x^2-2x+3x-3=2x(x-1)+3(x-1)=(x-1)(2x+3)$

в. Эхлээд -1 гэсэн ерөнхий үржигдэхүүн гаргана.

$-4x^2-8x+5=- (4x^2+8x-5)$

$- (4x^2+8x-5)=- (4x^2-2x+10x-5)=- (2x(2x-1)+5(2x-1))=- (2x-1)(2x+5)$

48 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. $3h^2+11h+6$ б. $8m^2+30m+7$ в. $6x^2-5x+1$ г. $10w^2-31w+15$
 д. $3n^2+5n-2$ е. $4z^2+4z-3$ ж. $8g^2-10g-12$ з. $18v^2-15v-18$
 и. $14x^2+31x+15$ к. $2x^2-7x+5$ л. $3x^2-14x+8$ м. $4x^2-19x-5$

49 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. $-2y^2-5y-3$ б. $-5m^2+6m-1$ в. $-3x^2-x+2$ г. $-3t^2+11t-6$
 д. $-7v^2-25v-12$ е. $-4c^2+19c+5$ ж. $-8h^2-13h+6$ з. $-15w^2-w+28$

50 Сургуулийн сагсан бөмбөгийн аварга шалгаруулах тэмцээний зарлалын самбарын талбай $(14x^2+x-3)$ м² хэмжээтэй байв.

а. Самбарын уртыг олох илэрхийллийг ол.

б. $x=4$ үед урт болон талбайн хэмжээг ол.



51 t -ийн ямар утгад $2x^2+tx+10$ олон гишүүнт нь бүхэл коэффициенттэй хоёр олон гишүүнтийн үржвэр болж задрах вэ?

52 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. $4k^2+7jk-2j^2$ б. $-6a^2+19ab-14b^2$
 в. $6x^2+5xy-4y^2$ г. $18m^3+39m^2n-15mn^2$

53 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

- а. x^4+4x^2+3 б. x^4+8x^2+15 в. $2x^5+5x^4-2x^2-5x$
 г. $x^7+9x^6-x^2-9x$ д. $3a-3b+(a-b)^2$ е. $(a+b)^2+2a+2b$

Жишээ 11. Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлаарай.

а. $64c^2 - 1$ б. $16x^2 - 4a^2x^2$ в. $2x^2 + 8$

Бодолт: Хураангуй үржүүлэхийн (1) адилтгал ашиглана.

а. $64c^2 - 1 = (8c)^2 - 1^2 = (8c + 1)(8c - 1)$

б. Эхлээд нэмэгдэхүүн бүрд байгаа ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтаас гаргана.

$16x^2 - 4a^2x^2 = 4x^2(4 - a^2) = 4x^2(2 - a)(2 + a)$

в. $2x^2 + 8 = 2(x^2 + 4)$ (Энд: $x^2 + 4$ нь үржигдэхүүн болон задрахгүй)

54 Хоёр гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а. $a^2 - 36$ б. $4a^2 - 49b^2$ в. $36a^4 - 25b^4$ г. $2m^2 - 50$
 д. $18x^2 - 32y^2$ е. $0.01x^2 - 1.44k^2$ ж. $18w^3 + 2w$ з. $4e^2 - \frac{9}{64}$
 и. $3z^2 - 27$ к. $54v^2 - 6u^2$ л. $am^2 - 36a$ м. $-72x^2 + 2x^2y^2$

55 Адилтгал ашиглан утгыг ол.

а. $36^2 - 34^2$ б. $47^2 - 44^2$ в. $55^2 - 50^2$ г. $28^2 - 24^2$
 д. $12^2 - 9^2$ е. $19^2 - 11^2$ ж. $11 \cdot 78^2 - 72^2$ з. $54^2 - 52^2$

56 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а. $9n^2m^2 - 25m^2$ б. $9x^2a^2 - 16x^2b^2$ в. $-0.25x^2 + y^2z^2$ г. $-0.04a^2 + b^2c^2$
 д. $(x + 1)^2 - 4$ е. $(x - 1)^2 - 9$ ж. $4z^2 - (z + 1)^2$ з. $25b^2 - (2b + 5)^2$
 и. $64x^2 - (x - 1)^2$ к. $25x^2 - (x + y)^2$ л. $(x - 1)^2 - (x + 1)^2$ м. $(3x - 2)^2 - (x + 1)^2$

57 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

Жишээ нь: $3x^4 - 48y^4 = 3(x^4 - 16y^4) = 3(x^2 - 4y^2)(x^2 + 4y^2) = 3(x - 2y)(x + 2y)(x^2 + 4y^2)$

а. $7x^4 - 343y^4$ б. $c^4 - 4c^2$ в. $2x^4r - 72y^4r$ г. $125m^4 - 20n^4$
 д. $4x^4 - 144y^4$ е. $4x^4m - 36y^4m$ ж. $2x^4 - 162y^4$ з. $216x^4ay - 6y^5a$

58 у-ийн зэрэг нь ямар байх үед $81x^8 - 64y^4$ хоёр гишүүнт нь (1) адилтгал ёсоор хоёр гишүүнтүүдийн үржвэр хэлбэрт бичигдэх вэ?

59 а. $n^3 - n$ нь 6-д хуваагдана гэж батал.

б. Хэрэв $n^2 - 1$ нь тэгш тоо бол энэ тоо 8-д хуваагдана гэж батал.



Чөлөөт уналт



Бөмбөг зууж явсан шувуу бөмбөгөө алдав. Бөмбөг чөлөөтэй унаж явсаар хэсэг хугацааны дараа 32 м өндөр модны оройд тогтжээ. Бөмбөг унаж эхэлснээс хойших t (секунд) хугацааны дараах бөмбөгний өндрийг $h = 81 - 9t^2$ томъёогоор олдог гэе. Тэгвэл хэдэн секундйн дараа бөмбөг модон дээр унасан бэ?

Жишээ 12. Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлаарай

а. $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ б. $9x^2 - 3x + \frac{1}{4}$ в. $25a^2 - 2ab + \frac{b^2}{25}$

Бодолт: Хураангуй үржүүлэхийн (2), (3) адилтгал ашиглана.

Үүний тулд $a^2 \pm 2 \times a \times b + b^2$ хэлбэрт бичих хэрэгтэй.

а. $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

б. $9x^2 - 3x + \frac{1}{4} = (3x)^2 - 2 \times 3x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$

в. $25a^2 - 2ab + \frac{b^2}{25} = (5a)^2 - 2 \times 5a \times \frac{b}{5} + \left(\frac{b}{5}\right)^2 = \left(5a - \frac{b}{5}\right)^2$

60 Нийлбэр, ялгаврын квадрат хэлбэрт бич.

а. $x^2 + 8x + 16$ б. $4x^2 - 20x + 25$ в. $9x^2 - 6x + 1$ г. $1 - 2a + a^2$
 д. $y^2 - 16y + 64$ е. $y^2 + 14y + 49$ ж. $q^2 + 20q + 100$ з. $x^2 + 28x - 196$
 и. $9z^2 + 36z + 36$ к. $y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{16}$ л. $\frac{4}{9} - \frac{3}{4}x + x^2$ м. $w^2 - 2\frac{1}{3}w + 1\frac{13}{36}$

61 Квадратын талбай $d^2 + 8d + 16$ (см²) бол

а. Талын уртыг олох илэрхийлэл бич.
 б. Периметрийг олох илэрхийлэл бич.

62 Нийлбэр, ялгаврын квадрат хэлбэрт бич.

а. $x^2 - 2xy + y^2$ б. $p^2 + 8pq + 16q^2$ в. $4a^2 - 12ab + 9b^2$ г. $4p^2 + 20pq + 25q^2$
 д. $36p^2 + 24pq + q^2$ е. $9n^2 - 24mn + 16m^2$ ж. $9c^2 - 12cd + 4d^2$ з. $n^2 - 12mn + 36m^2$
 и. $25x^2 + 20xy + 4y^2$ к. $16a^2 + 24ab + 9b^2$ л. $x^4 + 4x^2y + 4y^2$ м. $16a^2 + 8ab^3 + b^6$

63 Цэгийн оронд тохирох нэг гишүүнтийг бич.

а. $(4b + \dots)^2 = \dots + \dots + 9c^2$
 б. $(\dots - 3c)^2 = 16b^2 - \dots + \dots$
 в. $(\dots - 4)^2 = 0.25k^2 - \dots + \dots$
 г. $(\dots + p)(\dots + p) = (k^2 + \dots)^2 = \dots + \dots + \dots$

64 Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

Эхлээд ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гаргаарай.

а. $4y^2 - 16y + 16$ б. $8k^2 + 80k + 200$ в. $50y^2 + 120y + 72$ г. $27m^2 - 36m + 12$
 д. $6g^3 - 24g^2 + 24g$ е. $-15d^3 + 21d^2 - 6d$ ж. $3r^5 + 3r^4 - 90r^3$ з. $5a^4 - 40a^3 + 80a^2$

65 Адилтгалыг батал.

а. $(a^2 + 4)^2 - 16a^2 = (a + 2)^2(a - 2)^2$ б. $(16a^2 + 1)^2 - 64a^2 = (4a + 1)^2(4a - 1)^2$

66 Олон гишүүнтийг гурван ширхэг хоёр гишүүнтийн үржвэр болгон задал.

а. $b^3 - 5b^2 - 4b + 20$ б. $h^3 + 4h^2 - 25h - 100$
 в. $x^3 + 2x^2y - x - 2y$ г. $8b^3 - 4b^2a - 18b + 9a$

Алгебрын бутархай

- Тэгш өнцөгтийн талбай $S=a^2-6a+5$, урт нь $l=a-1$ олон гишүүнтүүдээр тус тус илэрхийлэгдэж байв.
- а. Тэгш өнцөгтийн өргөнийг хэрхэн олох талаар ярилцаарай.
- б. Тэгш өнцөгтийн өргөнийг олох илэрхийллийг $\frac{S}{l}$ хэлбэртэй бичээрэй.

АЛГЕБРЫН БУТАРХАЙ

P ба Q нь ($Q \neq 0$) олон гишүүнт, эсвэл нэг гишүүнтүүд байх $\frac{P}{Q}$ хэлбэрийн илэрхийллийг **алгебрын бутархай** гэнэ.

Жишээ нь, $\frac{5x^2}{8}, \frac{2x+1}{3x-6}, \frac{9}{y^2+6y+9}, -\frac{a+b}{a^2+b^2}$ гэх мэт нь алгебрын бутархай юм.

Алгебрын бутархай дээр үйлдэл гүйцэтгэхдээ рационал тоо болон олон гишүүнтийн үйлдлийн дүрэм баримтална.

Жишээ 13. Дээрх тэгш өнцөгтийн өргөнийг ол.

Бодолт: Тэгш өнцөгтийн өргөнийг $\frac{S}{l} = \frac{a^2-6a+5}{a-1}$ гэж олно.

Гурван гишүүнтийг хоёр гишүүнтүүдийн үржвэрт задалбал бутархай

$$\frac{a^2-6a+5}{a-1} = \frac{(a-1)(a+5)}{a-1}$$

хэлбэртэй болно. Алгебрын бутархайн хоёр гишүүнт бүрийг нэг үржигдэхүүн гэвэл хуваарь болон хүртвэрт байгаа ижил үржигдэхүүнийг **хурааж** болно.

$$\frac{(a-1)(a+5)}{(a-1)} = a+5 \text{ боллоо.}$$

67 Олон гишүүнтийн ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтаас гаргаад, бутархайг хураа.

- | | | | |
|----------------------------|------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| а. $\frac{a^2-a}{a^2}$ | б. $\frac{a^2-ab}{a-b}$ | в. $\frac{3b}{b^2-b}$ | г. $\frac{a-b}{b-a}$ |
| д. $\frac{ab^3-b^2}{ab^2}$ | е. $\frac{12a^3-8a^2}{2-3a}$ | ж. $\frac{5a-10a^2}{2a-1}$ | з. $\frac{6a^2-6a}{6a+3a^2}$ |

68 Бутархайг хураа.

- | | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| а. $\frac{a^2-9}{3a-9}$ | б. $\frac{4a-16}{(a-4)^2}$ | в. $\frac{(a-b)^2}{b^2-a^2}$ | г. $\frac{a-1}{1-a^2}$ |
| д. $\frac{2b+18}{b^2+18b+81}$ | е. $\frac{a^2-2a+1}{1-a^2}$ | ж. $\frac{4-b^2}{b^2-4y+4}$ | з. $\frac{a^4+2a^2b^2+b^4}{a^2b+b^3}$ |

69 Бутархайн хүртвэр, хуваарийг ижил үржигдэхүүнээр үржүүлж, өгсөн хуваарьтай болго.

- | | | | |
|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| а. $\frac{3m+2}{2m}, 4mn$ | б. $\frac{z^2-1}{3z}, 6z^2$ | в. $\frac{3-b}{3b^3}, 6b^4$ | г. $\frac{3y-1}{y+1}, (y+1)^2$ |
| д. $\frac{s-t}{s+t}, s^2-t^2$ | е. $\frac{m+1}{2m}, 6m^2-8m$ | ж. $\frac{6}{4c-3}, 16c^2-9$ | з. $\frac{3}{x+2}, x^2+5x+6$ |

Жишээ 14. Нэмэх ба хасах үйлдлийг гүйцэтгэе.

а. $\frac{2}{13} + \frac{5}{13} = \frac{2+5}{13} = \frac{7}{13}$

б. $\frac{2a}{13} + \frac{5a}{13} = \frac{2a+5a}{13} = \frac{7a}{13}$

в. $\frac{m}{4x} - \frac{3n}{4x} = \frac{m-3n}{4x}$

г. $\frac{3a}{a+b} + \frac{3b}{a+b} = \frac{3a+3b}{a+b} = \frac{3(a+b)}{a+b} = \frac{3}{1} = 3$

Жишээ 15. Үйлдлийг гүйцэтгэе.

а. $\frac{5a}{6} - \frac{2a}{3} = \frac{5a}{6} - \frac{4a}{6} = \frac{5a-4a}{6} = \frac{1a}{6} = \frac{a}{6}$

б. $\frac{k^{\sqrt{2}}}{5m} + \frac{k^{\sqrt{5}}}{2m} = \frac{2k}{10m} + \frac{5k}{10m} = \frac{7k}{10m}$

в. $n^{\frac{6}{6}} - \frac{n}{6} = \frac{6n}{6} - \frac{n}{6} = \frac{5n}{6}$

г. $3x^{\frac{x-1}{x-1}} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{3x(x-1)}{x-1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{3x^2-3x+x+1}{x-1} = \frac{3x^2-2x+1}{x-1}$

Ижил биш хуваарьтай алгебрын бутархайнуудын хуваарийг нь ижил болгоод, нэмэх, хасах үйлдлийг гүйцэтгэнэ.

70 Алгебрын бутархайн нэмэх, хасах үйлдлийг гүйцэтгэе.

а. $\frac{3}{10} + \frac{7}{10}$

б. $\frac{a}{7} + \frac{3a}{7}$

в. $\frac{3m}{4} + \frac{n}{4} - \frac{2m}{4}$

г. $\frac{m}{3n} + \frac{2m}{3n} + \frac{1}{3n}$

д. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{3} + \frac{5x}{3}$

е. $\frac{3a}{a-4} - \frac{a+8}{a-4}$

ж. $\frac{3x+5}{x+5} + \frac{15+x}{x+5}$

з. $\frac{p^2+3p}{p+2} + \frac{2}{p+2}$

и. $\frac{2z}{z-1} - \frac{z+1}{z-1}$

к. $\frac{4x}{x+1} - \frac{x-3}{x+1}$

л. $\frac{5x}{x+y} + \frac{5y}{x+y}$

м. $\frac{3m}{m^2-4} - \frac{6}{m^2-4}$

71 Илэрхийллийг хялбарчил.

а. $\frac{3x}{10} + \frac{x}{5}$

б. $\frac{2a}{7} + \frac{3a}{14}$

в. $\frac{7x}{y} + \frac{2x}{3y}$

г. $\frac{3y}{5x} - \frac{4y}{15x}$

д. $\frac{3mn}{xy} + \frac{2mn}{3xy}$

е. $6n - \frac{2n}{3}$

ж. $m + \frac{m}{2}$

з. $\frac{3-b}{3b^3} + \frac{2-9b}{6b^2}$

72 Илэрхийллийг хялбарчил.

а. $\frac{8}{x-6} + \frac{3}{6-x}$

б. $\frac{y-x}{y-9} - \frac{x-3}{9-y}$

в. $\frac{2-m}{4-m} - \frac{m+n}{m-4}$

г. $\frac{8}{x-6} + \frac{3}{6-x}$

д. $\frac{15}{x-8} + \frac{9}{8-x} - \frac{6}{x-8}$

Заавар:
 $+\frac{c}{a-b} = -\frac{c}{b-a}$
 болохыг батал.

73 Олон гишүүнтүүдийн

хамгийн их ерөнхий хуваагч, хамгийн бага ерөнхий хуваагдагчийг тус тус ол.

а. $9x^3, 3x^2 - 21x$

б. $x+5, 2x^2+11x+5$

в. $x^2+5x+6, x^2-3x-18$

74 Алгебрын бутархай хэлбэрт бич.

а. $t - \frac{25}{t-5}$

б. $\frac{d^2-a}{d^2-dx} + \frac{a-d}{d-x}$

в. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$

г. $\frac{2m}{4m^2-1} - \frac{3}{2m-1}$

д. $\frac{y^2-2y-3}{y^2-1} + \frac{2}{y-1}$

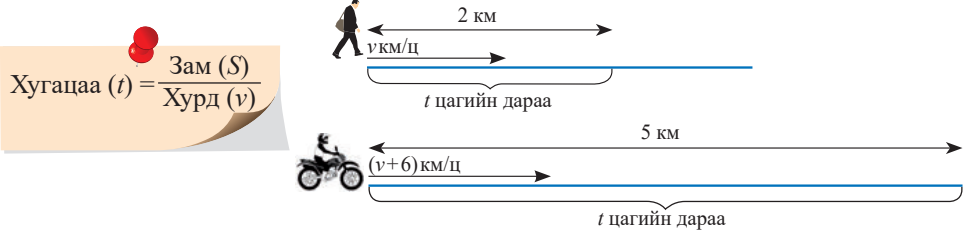
е. $\frac{3}{x+2} + \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$

Рационал тэгшитгэл

Жишээ 16. Явган хүн 2 км зам явах хугацаанд түүнээс 6 км/ц-аар илүү хурдтай мотоциклтэй хүн 5 км зам явжээ. Хөдөлгөөний томъёо ашиглан

- а. Хугацааг олох
- б. Явган болон мотоциклтэй хүн бүрийн хурдыг олох тэгшитгэл зохио.

Бодолт: а. Явган хүн 2 км замыг t цагт явсан гэж үзээд зураглал хийе.



Хугацаа $(t) = \frac{\text{Зам } (S)}{\text{Хурд } (v)}$

Зургаас хүн бүрийн хурдыг олох илэрхийлэл бичье.

Явган хүн - $\frac{2}{t}$ км/ц, Мотоциклтэй хүн - $\frac{5}{t}$ км/ц.

Өгсөн ёсоор $\frac{5}{t} = \frac{2}{t} + 6$ буюу хялбарчилбал $\frac{3}{t} = 6$ ($t > 0$) боллоо.

б. Зургаас хүн бүрийн хувьд хугацааг олох илэрхийлэл бичье.

Явган хүн - $\frac{2}{x}$ ц, Мотоциклтэй хүн - $\frac{5}{x+6}$ ц

Өгсөн ёсоор $\frac{2}{x} = \frac{5}{x+6}$ ($x > 0$) тэгшитгэл бичиж болно.

Алгебрын бутархай агуулсан $\frac{3}{t} = 6$ ($t \neq 0$) ба $\frac{2}{x} = \frac{5}{x+6}$ ($x > 0$) хэлбэрийн тэгшитгэлийг рационал тэгшитгэл гэнэ.

Рационал тэгшитгэлийг алгебрын бутархайн үйлдлүүд болон пропорцын чанар ашиглан бодно.

$\frac{2}{x} = \frac{5}{x+6}$ тэгшитгэлийг бодвол

Алгебрын бутархайн чанараар: $x(x+6) \neq 0$ байна.

Пропорцын чанараар: $2(x+6) = 5x \Leftrightarrow 2x+12 = 5x \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$ км/ц болов.

75 Голын урсгалын хурд 2.9 км/ц. Моторт завь урсгал сөрж 5 цагт 6.5 км явав.

- а. Моторт завины тогтмол усанд явах хурдыг ол.
- б. Моторт завь урсгалын дагуу 71 км зайг хэдэн цагт туулах вэ?
- в. Моторт завь урсгал сөрж 10 цагт хэдэн километр явах вэ?

76 Гурван сурагч ангийхаа шалыг хамтран будахад 2 цаг зарцуулна. Нэг нь ганцаараа будвал 6 цаг, харин нөгөө нь 4 цаг зарцуулдаг бол гурав дахь сурагч хэдэн цаг зарцуулах вэ?

77 Хоёр тооны нийлбэр 30, ногдвор нь $1\frac{1}{2}$ гарав. Эдгээр тоог олоорой.

78 Шалгалт авахад сурагчдын 30% нь 5 оноо, 40% нь 4 оноо, 8 нь 3 оноо, бусад нь 2 оноо авчээ. Дүн гаргахад сурагчдын дундаж оноо 3.9 байв. Хэдэн сурагчаас шалгалт авсан бэ?

Жишээ 17. Алт, мөнгөний хэмжээ 2:3 ба 3:7 харьцаатай орсон хоёр төрлийн хайлш байв. Алт ба мөнгө нь 5:11 харьцаатай орсон байх 8 кг шинэ хайлш бэлтгэхийн тулд хайлш тус бүрээс ямар хэмжээтэйг авах хэрэгтэй вэ?

Бодолт. I. Нэгдүгээр хайлшнаас авах хэмжээг x гээд хүснэгт байгуулья.

	Хэмжээ /кг/	Алт ба мөнгөний харьцаа	Агуулагдах алтны хэмжээ /кг/	Агуулагдах мөнгөний хэмжээ /кг/
1 дүгээр хайлш	x	2:3	$\frac{2}{5}x$	$\frac{3}{5}x$
2 дугаар хайлш	$8-x$	3:7	$\frac{3}{10}(8-x)$	$\frac{7}{10}(8-x)$
Шинэ хайлш	8	5:11	$\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}(8-x)$	$\frac{3}{5}x + \frac{7}{10}(8-x)$

II. Шинэ хайлшны алт ба мөнгөний харьцаа 5:11 тул $\frac{\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}(8-x)}{\frac{3}{5}x + \frac{7}{10}(8-x)} = \frac{5}{11}$ байна.

Энэ тэгшитгэлийг хялбарчилбал $\frac{24+x}{56-x} = \frac{5}{11}$ гэсэн рационал тэгшитгэл боллоо.

III. $\frac{24+x}{56-x} = \frac{5}{11}$ тэгшитгэлийг бодъё. $x \neq 56$ үед пропорцын чанараар

$$11(24+x) = 5(56-x) \Leftrightarrow 264 + 11x = 280 - 5x \Leftrightarrow 6x = 16 \Leftrightarrow x = 2\frac{2}{3} \text{ кг болов.}$$

Хариу: 1 дүгээр хайлшнаас авах хэмжээ: $2\frac{2}{3}$ кг

$$2 \text{ дугаар хайлшнаас авах хэмжээ: } 8 - 2\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ кг}$$

ШУГАМАН ТЭГШИТГЭЛД ШИЛЖДЭГ ХЯЛБАР РАЦИОНАЛ ТЭГШИТГЭЛ

$$\frac{m}{a_1x+b_1} = \frac{n}{c_1x+d_1} \quad (a_1x+b_1 \neq 0, c_1x+d_1 \neq 0) \quad \text{ба} \quad \frac{a_2x+b_2}{c_2x+d_2} = k \quad (c_2x+d_2 \neq 0) \quad \text{хэлбэрийн}$$

тэгшитгэлийг хялбар рационал тэгшитгэл гэнэ.

Энд x - хувьсагч, $m, n, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2$ - тогтмол тоо

79 Тэгшитгэл бод.

а. $\frac{6}{x} = 2$

б. $5.3 = \frac{26.5}{x}$

в. $\frac{30}{1.5a} = 10$

г. $\frac{20}{x+2} = 5$

д. $\frac{8}{x+2} + \frac{8}{2} = 5$

е. $6 = \frac{2+2x}{x-3}$

ж. $8 = \frac{24}{7b-4}$

з. $\frac{16x}{4x-2} = 3.2$

и. $\frac{2}{x-3} = \frac{4}{x-7}$

к. $\frac{10}{x+1} = \frac{5}{2x-4}$

л. $\frac{2}{b} = \frac{6}{b+2}$

м. $\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+1}$

80 Хоорондоо 50 км зайтай сумын төвүүдээс мотоциклтэй болон дугуйтай хүн нэгэн зэрэг угталцан гарав. Мотоциклтэй хүн дугуйтай хүнээс цагт 10 км-ээр илүү зам явдаг. Тэд нэг сумын төвөөс нь 30 км-ийн зайд зөрсөн бол:

- а. Мотоциклтэй хүн, дугуйтай хүн тус бүрийн хурдыг ол.
- б. Хэдэн цагийн дараа уулзсан бэ?
- в. Зөрснөөс хойш 1 цаг 30 минутын дараа тэдний хоорондох зайг ол.
- г. Мотоциклтэй хүн, дугуйтай хүн тус бүр хоёр сумын төвийн хооронд явахдаа хэдэн цаг зарцуулах вэ?

81 Тэгшитгэл бод.

а. $\frac{4}{5} - \frac{1}{x} = \frac{3}{x}$ б. $\frac{1}{p} - \frac{2}{3} = \frac{7}{p}$ в. $-5 + \frac{2h}{h+2} = \frac{7h}{h+2}$
 г. $\frac{2}{n} + \frac{1}{n+3} = \frac{5}{n+3}$ д. $\frac{2}{y+3} - \frac{5}{y} = \frac{12}{y+3}$ е. $\frac{6}{n} - \frac{2}{n-3} = \frac{5}{n-3}$
 ж. $\frac{10}{d(d-2)} + \frac{4}{d} = \frac{5}{d-2}$ з. $\frac{2}{g} + \frac{5}{g(g+1)} = \frac{6}{g}$ и. $\frac{m}{m^2-5} = \frac{1}{3+m}$

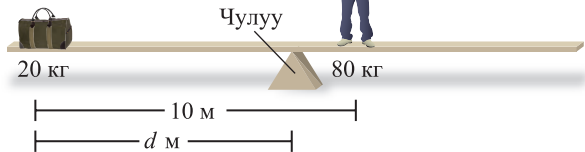
82 Хүснэгтийг ажиглаарай. Ямар нөхцөл нэмэхэд бодлого зохиох боломжтой болох вэ? Зохиосон бодлогоо бодож, ярилцаарай.

Тээврийн хэрэгслийн нэр	Явсан зам	Хурд	Хугацаа (t)
Суудлын машин	45	$x+5$	$\frac{45}{x+5}$
Ачааны машин	30	x	$\frac{30}{x}$

83 Зураг ашиглан бодлого зохиож бодоорой.



84 Зурагт үзүүлсэн модон хавтан тэнцвэртэй байхын тулд чулууны хоёр талд байгаа юмсын жингийн харьцаа нь уг чулуунаас тэдгээр биет хүртэлх зайн харьцаатай урвуу пропорционал хамааралтай байдаг. Чулуунаас цүнх хүртэлх зайг ол.



Шилдэг баг

Хоккейн баг хаалга руу 799 довтолгоо хийснээс 707-г нь амжилттай болгосон гэсэн үзүүлэлттэй байв. Багийнхан довтолгооны амжилтаа 90%-д хүргэхийн тулд довтолгоо бүрээ амжилттай дуусгах зорилго тавьжээ. Тэд хэдэн гоол оруулахад багийн амжилт 90% болох вэ?

Томьёог хувиргаж нэг хувьсагчийг бусдаар нь илэрхийлэх

Янз бүрийн утга авч болох хэмжигдэхүүнийг үсгээр тэмдэглээд *хувьсагч* гэдэг. Хоёр ба хэд хэдэн хувьсагчийн хамаарлыг томьёогоор илэрхийлж болно.

Жишээ нь: Геометрт $P=2(a+b)$, $S=ab$, $V=abc$, физикт Альберт Эйнштейний $E=mc^2$, эдийн засагт мөнгөний хүүг тооцох $a_n = a_0(1+k)^n$, $a_n = a_0pn$ гэх мэт томьёо хэрэглэдэг.

Жишээ 18. Дараах тэгшитгэлүүдээс y , b , x -ийг олоорой.

а. $x = 4y - 5$ б. $a^2 + b^2 = c^2$ ($a, b, c > 0$) в. $\frac{x}{3} + 9 = 0$

Бодолт:

$x = 4y - 5$	$y = \frac{x+5}{4}$	Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр тал дээр 5-ыг нэмж, 4-д хуваав.
$a^2 + b^2 = c^2$	$b = \pm\sqrt{c^2 - a^2}$	Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талаас a^2 -ыг хасаж, квадрат язгуур гаргав.
$\frac{x}{3} + 9 = 0$	$x = -27$	Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талаас 9-ийг хасаж, 3-аар үржүүлэв.

Хувьсагчдын аль нэгийг тэнцүүгийн тэмдгийн нэг талд (ихэвчлэн зүүн талд) дангаар нь, бусад бүх хувьсагч ба тоог нөгөө талд ялгаснаар *нэг хувьсагчийг бусдаар нь илэрхийлж* болно.

Жишээ нь: $V=abc$ томьёонд V нь a, b, c -ээр илэрхийлэгдсэн байна.

Жишээ 19. $k = \frac{3t-p}{4}$ томьёоноос p -г бусдаар нь илэрхийл.

Бодолт: $4k = \frac{3t-p}{4} \times 4 \Leftrightarrow 4k = 3t - p$ (хоёр талыг 4 -өөр үржүүлнэ)
 $p = 3t - 4k$ ($4k$ болон p -г тэнцүүгийн тэмдгийн нөгөө талд гаргана)

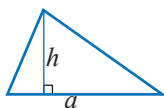
85 Томьёоноос өнгөөр тодруулсан хувьсагчийг бусдаар нь илэрхийл.

а. $x = y + z$ б. $a = b - c$ в. $m = 2n + 4r$
 г. $k = \frac{2h}{3} - 3$ д. $y = \frac{3x-z}{5}$ е. $s = \frac{3a-b}{2}$

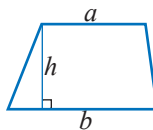
86 Томьёоноос x -ийг ол.

а. $y = k + x$ б. $a = b - 2x$ в. $6m = 2x + 4$ г. $3k = 3x - 9$
 д. $m = 6(3 - 2x)$ е. $s = 5(x - 2y)$ ж. $t = \frac{m-n}{x}$ з. $f = g + \frac{y}{x}$

87 а. Гурвалжны талбайг $S = \frac{1}{2}ah$ томьёогоор олдог.
Томьёоноос a -г ол.



б. Трапецын талбайг $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ томьёогоор олдог.
Томьёоноос b -г ол.

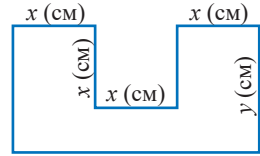


88 Ньютоны II хууль $F = ma$ томьёогоор илэрхийлэгддэг. Томьёоноос a -г ол.

Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем

89 Асуултын дагуу ярилцаарай.

- а. Өгсөн дүрсийн периметр (P)-ийг олох томъёог бич.
 б. $P=20$ см, $y=2$ см бол $x=?$, $P=26$ см, $x=3$ см бол $y=?$
 в. $P=16$ см бол $x=?$, $y=?$
 г. $P=14$ см бол $x=1$ см, $y=2$ см байж болох уу?



ХОЁР ХУВЬСАГЧТАЙ ШУГАМАН ТЭГШИТГЭЛ, ШИЙД

$ax + by = c$ хэлбэрийн тэгшитгэлийг **хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэл** гэдэг.

Энд x, y -хувьсагч, a, b, c -тогтмол тоо

Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн хувьсагчийн оронд орлуулахад үнэн тоон тэнцэтгэл үүсгэх (x, y) гэж эрэмбэлэгдсэн хос тоог түүний **шийд** гэнэ.

Жишээ: $8x + 2y = 16$, $2x - 3y = 17$, $0.001x + 0.5y = 6$.

90 Аль нь бусдаасаа ялгаатай байна вэ? Яагаад?

$y = 12x + 25$, $c = 10t - 5$, $a = 7b + 11$ $n = 4n - 6$

91 Өгсөн хос тоо тэгшитгэлийн шийд болж чадах эсэхийг тогтоо.

а. $y = 7x$; (2, 21) б. $y = 5x + 1$; (3, 16) в. $y = 7x + 2$; (2, 0) г. $y = 3x - 3$; (4, 5)

92 Хос тоо тэгшитгэлийн шийд болж байхаар хоосон нүдийг нөх.

а. $y = 8x + 3$; (1, \square) б. $y = 12x + 2$; (\square , 14) в. $y = 22 - 9x$; (\square , 4)

93 (3, 4) хос тоо шийд нь болж байх хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэл зохио.

94 Хугацаа болон явсан замын хамаарлыг харуулсан хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэл зохио.

- а. Мөсөн уул 3 цаг тутамд 2 м урагшилж байв.
 б. Хиймэл дагуул 4 минут тутамд 960 километр зам туулдаг.

- а. Нийлбэр нь 9, б. Ялгавар нь $2\frac{5}{7}$, в. Нийлбэр нь 9, ялгавар нь $2\frac{5}{7}$
 байх хоёр тоог тус тус олоорой.

Төлөвлөгөө: Олох хоёр тоогоо x, y гэж тэмдэглэ.

а. Өгсөн нөхцөлөөс $x + y = 9$ болно.

$x + y = 9$ тэгшитгэл ($y = 9 - x$ шугаман функц)-ийн графикийг байгуулж нийлбэр нь 9-тэй тэнцүү байх хоёр тоо төгсгөлгүй олон байхыг шалга.

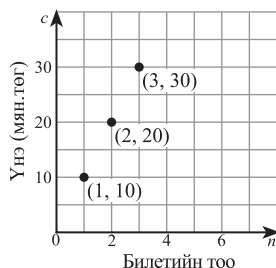
б. Өгсөн нөхцөлөөс $x - y = 2\frac{5}{7}$ болно.

Тэгшитгэлийн графикийг байгуулж, төгсгөлгүй олон шийдтэй байхыг шалга.

в. Хоёр нөхцөл өгсөн тул $x + y = 9$, $x - y = 2\frac{5}{7}$ тэгшитгэлүүдийг нэгэн зэрэг хангах x, y хангах хос тоог олох хэрэгтэй.

Иймд x, y -ийг олохын тулд $\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 2\frac{5}{7} \end{cases}$ **тэгшитгэлийн систем** зохионо.

- 95 Үзвэрийн билет n ширхгийг авах нийт үнэ c -г координатын хавтгайд тэмдэглэв.
- c ба n -ийн хамаарлыг харуулсан тэгшитгэл бич.
 - Тэгшитгэлийн бүх шийдийг олохын тулд зурагт өгсөн цэгүүдийг шулуунаар холбох нь зөв үү? Ярилцаарай.



Жишээ 20.
$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 2\frac{5}{7} \end{cases}$$
 тэгшитгэлийн системийг бод.

Бодолт: Нэмэх арга

I. y хувьсагчийн коэффициентүүд эсрэг тэмдэгтэй байгаа учир тэнцүүгийн тэмдгийн баруун ба зүүн талуудыг харгалзан нэмье.

$$\begin{array}{r} x + y = 9 \\ x - y = 2\frac{5}{7} \\ \hline x + y + x - y = 9 + 2\frac{5}{7} \\ 2x = 11\frac{5}{7} \end{array}$$

II. $2x = 11\frac{5}{7}$ гэдгээс $x = 5\frac{6}{7}$ гэж олдоно.

III. Системийн эхний тэгшитгэлд $x = 5\frac{6}{7}$ утгыг орлуулбал $y = 3\frac{1}{7}$ гарч байна (хоёр дахь тэгшитгэлд орлуулж болно).

Тэгшитгэлийн системийн шийд: $x = 5\frac{6}{7}$, $y = 3\frac{1}{7}$ буюу $(5\frac{6}{7}, 3\frac{1}{7})$.

IV. Олсон шийдээ системийн хоёр дахь тэгшитгэлд орлуулж шалга.



Энэ аргыг заримдаа хувьсагчийг цөөлөх арга гэдэг. Яагаад ингэж нэрлэх болсон шалтгааны талаар ярилцаарай.

96 Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар бод.

$$\begin{array}{llll} \text{a. } \begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ x + 5y = 10 \end{cases} & \text{б. } \begin{cases} 3y - x = 6 \\ x + y = 6 \end{cases} & \text{в. } \begin{cases} 4x + 3y = -5 \\ x - 3y = 10 \end{cases} & \text{г. } \begin{cases} 3x - y = -1 \\ -3x + 4y = -14 \end{cases} \\ \text{д. } \begin{cases} \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}x = 0 \\ x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases} & \text{е. } \begin{cases} 2x + 7y = 1 \\ 4y - 2x = -12 \end{cases} & \text{ж. } \begin{cases} 2y - 9 = 7x \\ 7x - 6 = y \end{cases} & \text{з. } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 2y = -2 \end{cases} \end{array}$$

97 Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож бод.

- Туяа, Болд хоёр нийт 3000₮-тэй байв. Тэдний мөнгөний зөрөө 600₮ бол тус бүр хэдэн төгрөгтэй байсан бэ?
- Би хоёр тоо санаад нэгээс нь нөгөөг хасахад 9 гарав. Хоёр тооны нийлбэр нь 41 бол би ямар хоёр тоо санасан бэ?
- 800 толгой бог малтай малчны ямаа нь хониноос 200 толгойгоор цөөн байв. Малчны хонь, ямаа тус бүрийн тоог олоорой.
- Анги 35 сурагчтай. Хөвгүүд нь охидоос 7-оор олон бол тэдний тоог ол.

Жишээ 21. Нэг нь 40%, нөгөө нь 60% концентрацитай хоёр төрлийн жүржийн шүүс байв. Эдгээрийг хольж, дээр нь 5 л цэвэр ус нэмэхэд 20%-ын шүүс гарна. Харин 5 л цэвэр усны оронд 80%-ын 5 л шүүс нэмбэл 70%-ын шүүс гарна. Жимсний шүүс бүр анх ямар хэмжээтэй байсан бэ?

Бодолт: 40%-ын шүүсний хэмжээг x , 60%-ын шүүсний хэмжээг y гэе.

Шүүсний төрөл	Холихын өмнө		Холиод 5 л цэвэр ус нэмсний дараа		Холиод 80%-ын 5 л шүүс нэмсний дараа	
	Нийт хэмжээ /л/	Цэвэр жүржийн шүүс /л/	Нийт хэмжээ /л/	Цэвэр жүржийн шүүс /л/	Нийт хэмжээ /л/	Цэвэр жүржийн шүүс /л/
40%-ын шүүс	x	$0.4x$	$x+y+5$	$0.2(x+y+5)$	$x+y+5$	$0.7(x+y+5)$
60%-ын шүүс	y	$0.6y$				

Хүснэгтээс харвал

$0.4x + 0.6y = 0.2(x + y + 5)$ ба $0.4x + 0.6y + 0.8 \times 5 = 0.7(x + y + 5)$ болох тул

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2(x + y + 5) \\ 4x + 6y + 40 = 7(x + y + 5) \end{cases}$$

тэгшитгэлийн системийг бодох хэрэгтэй боллоо.

Тэгшитгэлийн системийг бодъё.

I. Хаалт нээж, хувьсагч агуулсан гишүүдийг тэнцүүгийн тэмдгийн зүүн гар талд гаргаж, төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэн системийг **стандарт** хэлбэрт оруулна.

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

II. Нэмэх арга хэрэглэхийн тулд x -ийн өмнөх коэффициентийг эсрэг тэмдэгтэй болгоно.

$$\begin{cases} -3x - 6y = -15 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

Эхний тэгшитгэлийн тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг (-3) -аар үржүүлэв.

III. Тэгшитгэлүүдийн тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг харгалзуулан нэмэхэд

$$-5y = -10 \quad \text{болох ба шийд нь } y = 2.$$

IV. x хувьсагчийг олъё. $3x + 2 = 5 \Rightarrow x = 1$ боллоо.

V. Системийн шийд $(1, 2)$ байна.

VI. Шийдээ шалгавал $1 + 2 \times 2 = 5$, $3 \times 1 + 2 = 5$ гэсэн үнэн тэнцэтгэл гарч байна.

Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн системийн стандарт хэлбэр:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$$

ШУГАМАН ТЭГШИТГЭЛИЙН СИСТЕМИЙГ НЭМЭХ АРГААР БОДОХ АЛХАМ

- | | |
|--|---|
| I. Тэгшитгэлүүдийг стандарт хэлбэрт оруулна. | IV. Гарсан нэг хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийг бодно. |
| II. Тэгшитгэлүүдийг тоогоор үржүүлж, аль нэг хувьсагчийн өмнөх коэффициентийг эсрэг тоо болгоно. | V. Шийдийг анхны тэгшитгэлүүдийн аль нэгэнд орлуулж бодоод, нөгөө хувьсагчийг олно. |
| III. Үүссэн тэгшитгэлүүдийг нэмнэ. | VI. Системийн шийдийг шалгана. |

98 Шугаман тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар бод.

а. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$

б. $\begin{cases} 3x + 5y = 3 \\ y = -2x - 5 \end{cases}$

в. $\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ 2x - 3y = 17 \end{cases}$

г. $\begin{cases} 4x - 8y = -1 \\ 3x - 6y = 2 \end{cases}$

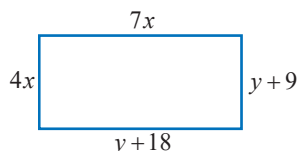
д. $\begin{cases} y = 4x + 8 \\ x = \frac{1}{4}y - 2 \end{cases}$

е. $\begin{cases} -4x + 10y = -20 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$

99 Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож бодоорой.

а. Нэг нь 80%-ын, нөгөө нь 20%-ын жимсний шүүс байв. 220 литр 45%-ийн жимсний шүүс бэлтгэхийн тулд шүүс тус бүрээс хэдэн литрийг авах хэрэгтэй вэ?

б. Тэгш өнцөгтийн урт ба өргөнийг ол.



в. 100 м урттай тойрог дээгүүр хоёр цэг жигд хурдаар хөдөлж байв. Цэгүүд эсрэг зүгт явбал 4 секунд тутамд зөрнө. Харин нэг зүгт явбал 40 секунд тутамд нэг нь нөгөөгөө гүйцэж ирнэ. Цэг бүрийн хурдыг ол.

100 (x, y) хос тоо шийд нь байх хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем зохио.

а. $x = 5, y = 2$

б. $x = -3, y = 4$

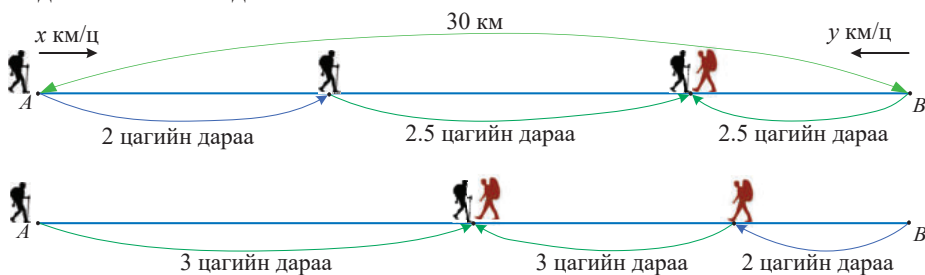
в. $x = \frac{1}{2}, y = 10$

г. $x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{4}$

101 Нэг ээлжинд ажилладаг хоёр ажилчин хамтран 72 бүтээгдэхүүн үйлдвэрлэдэг байв. 1 дүгээр ажилчин хөдөлмөрийн бүтээмжээ 15%-аар, 2 дугаар ажилчин хөдөлмөрийн бүтээмжээ 25%-аар тус тус нэмэгдүүлбэл тэд ээлжиндээ хамтран 86 бүтээгдэхүүн үйлдвэрлэнэ. Ажилчин тус бүр хөдөлмөрийн бүтээмжээ нэмэгдүүлсний дараа хэдэн бүтээгдэхүүн үйлдвэрлэсэн бэ?

102 Цифрүүдийн нийлбэр нь 12 байх хоёр оронтой тоо өгчээ. Энэ тооны цифрүүдийн байрыг солиход үүссэн тоо нь эхний тооноосоо 36-аар их бол өгсөн тоог ол.

103 Бодлого зохиож бод.



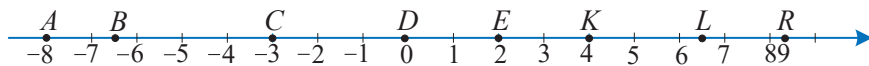
104 а. $\begin{cases} x + y = 10 \\ x + y = 12 \end{cases}$ тэгшитгэлийн систем шийдтэй юу? Хариултаа тайлбарлаарай.

б. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 8x + 8y = 40 \end{cases}$ тэгшитгэлийн систем хэдэн шийдтэй вэ? Хариултаа тайлбарлаарай.

в. Тэгшитгэлийн систем ямар үед шийдгүй, ямар үед төгсгөлгүй олон шийдтэй байх талаар ярилцаж, ерөнхий дүгнэлт хийгээрэй.

Нэг хувьсагчтай шугаман тэнцэтгэл биш

- 105 Тоон шулуун дээр тэмдэглэсэн цэгүүдийн координатыг олж, буурах эрэмбээр бич.



- 106 Тоон тэнцэтгэл бишүүд үнэн үү?

а. $-8 \div 2 < 10 \div (-3)$ б. $1 - 0.8 \div 0.04 > -5$ в. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} > 1 \div 10$

- 107 Тоон илэрхийллүүдийн утгыг жиш.

а. $2(16 - 11) \square 15 - 6 \div 2$ б. $32 - 2 \times 11 \square 15 - 6 \div 2$
 в. $-15 \times \frac{1}{3} \square 18 \div (-3)$ г. $(0.12 - \frac{1}{6}) \times 3 \square \frac{1}{5} - 0.2$

Дадлага ажил: Тэнцэтгэл бишийн чанар гаргах

1. а. Сурагч бүр $7\frac{1}{3} > 7\frac{1}{4}$ бол $7\frac{1}{3} + \square > 7\frac{1}{4} + \square$ гэсэн дүгнэлт үнэн байхаар \square дүрсийн оронд дурын тоонууд нөхөж бичнэ. Нөхсөн тоонууд дээрээ ажиглалт хийж, дүрсийн оронд ямар тоонууд байж болох талаар дүгнэлт гаргана.
 - б. Хос, хосоороо ярилцана.
 - в. Гаргасан дүгнэлтүүдээ багаар ярилцаж, ерөнхий дүгнэлт гаргана.
 - г. Ерөнхий дүгнэлтээ математик бичиглэлээр бичнэ.
2. а. Сурагч бүр \triangle дүрсийн оронд $-5 < -4$ бол $-5 \times \triangle < -4 \times \triangle$ гэсэн дүгнэлт үнэн байхаар дурын тоонууд нөхөж бичнэ. Нөхсөн тоонууд дээрээ ажиглалт хийж, дүрсийн оронд ямар тоонууд байж болох талаар дүгнэлт гаргана.
 - б. Хос, хосоороо ярилцана.
 - в. Гаргасан дүгнэлтүүдээ багаар ярилцаж, ерөнхий дүгнэлт гаргана.
 - г. Ерөнхий дүгнэлтээ математик бичиглэлээр бичнэ.
3. а. Дараах асуултуудын дагуу хосоороо ярилцаж, дүгнэлт гаргана.
 - Тэнцэтгэл бишийн хоёр талаас ижил тоо хасахад тэнцэтгэл бишийн тэмдэг өөрчлөгдөх үү?
 - Тэнцэтгэл бишийн хоёр талыг ямар тоонд хуваахад тэнцэтгэл бишийн тэмдэг өөрчлөгдөх вэ?
 - б. Гаргасан дүгнэлтүүдээ багаар ярилцаж, ерөнхий дүгнэлтүүд гаргана.
 - в. Гаргасан дүгнэлтүүдээ математик бичиглэлээр бичнэ.

Үлгэрлэвэл, $a < b$ ба $c < 0$ бол $a \div c > b \div c$ гэх мэт

- 108 Тэнцэтгэл бишийн чанар ашиглан, хоосон нүдэнд тохирох тэмдгийг бич.

а. $2\frac{1}{3} + 5 \square 2\frac{1}{3} + 5$ б. $(-7) \times (-3\frac{1}{5}) \square (-6) \times (-3\frac{1}{5})$
 в. $36 \div 5\frac{7}{13} \square 30 \div 5\frac{7}{13}$ г. $20\frac{2}{3} \div (-\frac{3}{5}) \square 16\frac{4}{5} \div (-\frac{3}{5})$

Жишээ 22.

“Би 15-аас ихгүй /хэтрэхгүй/ тоо санав” гэсэн өгүүлбэрийг математик бичиглэлээр хэрхэн бичих вэ?

Бодолт:

Санасан тоог x гэж тэмдэглээд

“ $x = 15$ ” эсвэл “ $x < 15$ ” гэж бичиж болно.

Энэ хоёр бичиглэлийг нэгтгээд “ $x \leq 15$ ” гэж бичдэг.

$x \leq 15$ -г “икс нь 15-аас бага буюу тэнцүү” эсвэл *икс* нь 15-аас ихгүй гэж уншина.

НЭГ ХУВЬСАГЧТАЙ ШУГАМАН ТЭНЦЭТГЭЛ БИШ

$ax + b > 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b \leq 0$ хэлбэрийн тэнцэтгэл бишийг **нэг хувьсагчтай шугаман тэнцэтгэл биш** гэнэ. Хувьсагчийн оронд орлуулахад үнэн тоон тэнцэтгэл биш үүсгэх тоог тэнцэтгэл бишийн **шийд** гэнэ.

Тэнцэтгэл бишийн жишээ: $x \leq 15$, $2x - 3 < 7$ гэх мэт.
 $x = 2$, $x = -3$, $x = 1$, $x = 15$ тоонууд $x \leq 15$ тэнцэтгэл бишийн шийд болно.
 Харин $x = 16$, $x = 20$ тоонууд шийд болохгүй.
 Тэнцэтгэл бишийг бодохдоо шийдүүдийн олонлогийг олно.

- 109** $<$, $>$, \leq , \geq тэмдэг болон хувьсагч хэрэглэн тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.
- а. Хөл бөмбөгийн “Аваргууд” багийн гишүүд хамгийн ихдээ 15 настай.
 - б. Манай ангийн сурагчдын өндөр 1.5 метрээс дээш байв.
 - в. Санчир 20-оос их 5-д хуваагддаг хоёр оронтой тоо санав.
 - г. Гар бөмбөгийн “Мазаалай” багийн гишүүдийн өндөр 1.8 метрээс багагүй байв.
 - д. Цэргийн алба хаах залуус 2 метрээс ихгүй өндөртэй байх ёстой.
 - е. Улаанбаатар хотод 1 дүгээр сард агаарын хэм шөнөдөө -35° -аас буурдаггүй.
 - ж. Нас гүйцсэн сэрх 60 кг-аас доошгүй жинтэй байдаг.

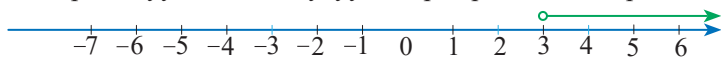
Жишээ 23.

- 3-аас их тоонуудын олонлогийг:
- а. Тоон шулуун дээр дүрсэл.
 - б. Тэнцэтгэл бишээр илэрхийл.
 - в. Тоон завсар хэлбэрээр бичээрэй.

Бодолт:

а. 3-аас их тоо төгсгөлгүй олон байна.

Эдгээр тоонуудыг тоон шулуун дээр дараах байдлаар тэмдэглэнэ.



б. Тэнцэтгэл биш хэлбэрээр $x > 3$ гэж бичээд “икс нь гурваас их” гэж уншина.

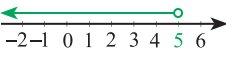
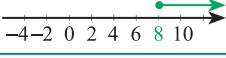
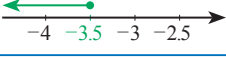
в. Тоон завсар хэлбэрээр $x \in]3; +\infty[$ гэж тэмдэглээд

“икс харьяалагдах нь 3-аас нэмэх хязгааргүй” гэж уншина.

110 Бичиглэл зөв үү?

- а. $-1 \in [-1, +\infty[$
- б. $3 \notin]-\infty, 3[$
- в. $120\frac{3}{5} \in]1.6, \infty[$
- г. $-10 \in]-\infty, 3\frac{2}{3}]$
- д. $0 \notin [1, +\infty[$
- е. $-1 \in]-\infty, -\frac{1}{2}]$

111 Ярилцаж, хүснэгтийг гүйцээ.

Үгээр	Тэнцэтгэл бишээр	Геометр дүрслэлээр	Тоон завсар хэлбэрээр
5-аас бага тоонууд	$x < 5$		Задгай тоон завсар: $x \in]-\infty, 5[$
8-аас багагүй тоонууд	$t \geq 8$		Хагас задгай тоон завсар: $x \in [8, -\infty[$
$\frac{1}{2}$ -ээс их тоонууд			
-3.5-аас ихгүй тоонууд			

112 Тэнцэтгэл бишийн шийдүүдийн олонлогийг тоон завсар хэлбэрээр бичиж, тоон шулуун дээр дүрсл.

а. $x < \frac{2}{11}$

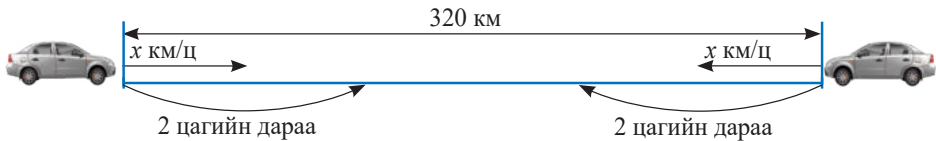
б. $x > -7$

в. $x \geq -0.5$

г. $x \leq -2\frac{3}{5}$

Жишээ 24. Хоорондоо 320 км зайтай A, B хотоос ижил хурдтай хоёр машин нэгэн зэрэг угталцан гарчээ. Машинууд 2 цагт нийлээд 240 км-ээс багагүй зам явахын тулд хамгийн багадаа ямар хурдаар явах хэрэгтэй вэ?

Бодолт. Машинууд цаг тутам x км зам явдаг гэе.



Нөхцөл ёсоор $4x \geq 240$ байх ёстой. Үүнийг бодвол

$4x \geq 240 \Leftrightarrow x \geq 60$

Тоон шулуун дээр дүрсэлбэл: 

Тоон завсар хэлбэрт бичвэл: $x \in [60, +\infty[$

Тайлбарлавал: Машинуудын 2 цагт явсан замын нийлбэр 240 км-ээс багагүй байхын тулд хамгийн багадаа 60 км/ц хурдтай явах хэрэгтэй.

113 Талууд нь 1:2 харьцаатай байх тэгш өнцөгт хэлбэртэй газарт хашаа барих болов. Периметр нь 50 м-ээс хэтрэхгүй бол хашааны өргөн хамгийн ихдээ хэдэн метр байж болох вэ?

114 Тэнцэтгэл биш бод.

а. $7x \geq 10$

б. $3.5x < 21$

в. $19.2 > 12x$

г. $1\frac{2}{5}x \leq 2.1$

д. $6x \geq 12$

е. $-4.5x > -21$

ж. $10 \leq 3 - m$

з. $21 \div x \geq -3.5$

115 Бусдаасаа ялгаатай өгүүлбэрийг ол.

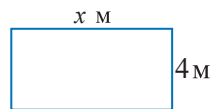
" x нь -7 -оос их буюу тэнцүү"

" x нь -7 -оос ихгүй"

" x нь -7 -оос багагүй"

" x нь хамгийн багадаа -7 "

Жишээ 25. Тэгш өнцөгтийн периметр нь 30 м-ээс бага бол x -ийн хамгийн их бүхэл утгыг олоорой.



Бодолт: Тэгш өнцөгтийн периметр $2x + 8$ байна. Иймд өгсөн нөхцөлөөр $2x + 8 < 30$ тэнцэтгэл биш бичиж болно. Үүнийг бодвол: $x < 11$ болно.



x -ийн хамгийн их бүхэл утга нь 10 м байна.

116 Тэнцэтгэл бишийг бод.

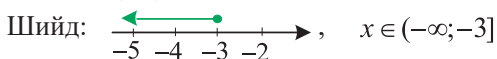
- а. $8x - 6 < 10$ б. $3x + 7 > 28$ в. $4x - 1 \leq 15$
г. $5x + 12 \geq 37$ д. $3x - 14 > 4$ е. $7 \leq 5x - 3$

117 Миний санасан хоёр оронтой тоог 3-аар үржүүлж, 10-ыг нэмэхэд 45-аас бага тоо гарна. Санасан тоог олоорой.

? Нэг хувьсагчтай шугаман тэгшитгэл ба шугаман тэнцэтгэл бишийг бодох аргыг харьцуулан ярилцаарай.

Жишээ 26. $3(x - 2) \geq 5x$ тэнцэтгэл бишийг бод.

Бодолт: $3x - 6 \geq 5x$
 $3x - 6 - 3x \geq 5x - 3x$
 $-6 \geq 2x$ буюу $-3 \geq x$.

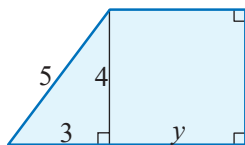
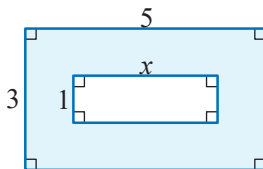


118 Тэнцэтгэл биш бод.

- а. $5(x - 1) \leq 10$ б. $6(x + 12) < 60$ в. $-3(1 - x) \geq 12$
г. $3\left(\frac{1}{3}x - 4\right) > 5x$ д. $3x \leq 32 + 11x$ е. $5\left(0.6 - \frac{1}{5}x\right) < 11 - 3x$
ж. $3(x - 1) \leq 12$ з. $7(x + 12) < 14$ и. $-6(1 - x) \geq 12$
к. $5\left(\frac{1}{5}x - 4\right) > 10x$ л. $3x \leq 45 + 12x$ м. $6\left(0.6 - \frac{1}{3}x\right) < 12 - 3x$

119 Санчир 5 шалгалт өгөхөөс 4 шалгалт өгч 78, 72, 87, 90 оноо авчээ. Шалгалтын онооны дундаж 82-оос багагүй байхын тулд сүүлийн шалгалтад хамгийн багадаа хэдэн оноо авах шаардлагатай вэ?

- 120** а. x -ийн ямар утгад будсан хэсгийн талбай 12 нэгж квадратаас их байх вэ?
б. x -ийн ямар утгад будсан дүрсийн гадаад болон дотоод периметр нийлээд 24 нэгжээс бага байх вэ?



- в. y -ийн ямар утгад трапецын талбай 10 нэгж квадратаас ихгүй байх вэ?
г. y -ийн ямар утгад трапецын периметр 16-аас хэтрэхгүй байх вэ?

Байшингийн нэг давхрын өндөр 4 м. Галын шатны суурь нь байшингаас хамгийн багадаа 6 м зайтай байх ёстой бол галын шат хэдэн давхарт хүрч чадах вэ?

Төлөвлөгөө

- I. Галын шат хүрч чадах байшингийн давхрыг x гэж тэмдэглээд, өндрийг олох илэрхийлэл бич (2.5 м-ийг хасна).
- II. Гурвалжны тэнцэл биш ба тэгш өнцөгт гурвалжны катет нь гипотенузаас ямагт богино байдаг чанарыг ашиглан тэнцэтгэл биш бич.
- III. Шугаман тэнцэтгэл биш бүрийг бод.
- IV. Шийдүүдийн олонлогийг огтлолцуулж тэнцэтгэл бишүүдийг нэгэн зэрэг хангах утгыг ол.



Жишээ 27. Нэг талын урт нь 4 м-тэй тэнцүү тэгш өнцөгтийн периметр 12 м-ээс их, 18 м-ээс ихгүй бол мэдэгдэхгүй байгаа талын уртыг үнэлээрэй.

Бодолт: Мэдэгдэхгүй байгаа талын уртыг x гэвэл периметр $2x + 8$ байна.

Өгсөн нөхцөлөөс $2x + 8 > 12$ ба $2x + 8 \leq 18$ болно.

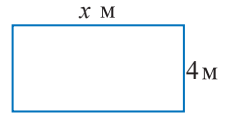
Эдгээрийг хамтатган $12 < 2x + 8 \leq 18$ гэж бичиж болно.

Давхар тэнцэтгэл бишийн бодолтыг дараах байдлаар гүйцэтгэж болно.

$$\begin{aligned} 12 < 2x + 8 &\leq 18 \Rightarrow \\ \Rightarrow 12 - 8 < 2x + 8 - 8 &\leq 18 - 8 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 < 2x &\leq 10 \Rightarrow 2 < 2x \leq 5. \end{aligned}$$

Шийд нь: $\frac{2}{2} < x < \frac{5}{2}$ буюу $x \in (2, 5]$

Мэдэгдэхгүй байгаа талын урт 2 см-ээс их, 5 см-ээс ихгүй байна.

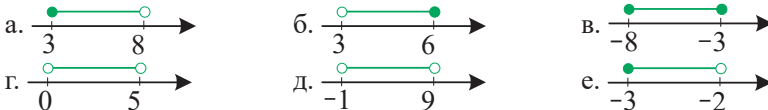


Давхар тэнцэтгэл биш:
 $c < ax + b < d$
 $c \leq ax + b \leq d$
 $c < ax + b \leq d$
 $c \leq ax + b < d$

121 Хялбар давхар тэнцэтгэл бишийн шийдийг тоон шулуун дээр дүрсэлж, тоон завсар хэлбэрээр бич.

- а. $1 < x < 5$ б. $4 < x < 8$ в. $2 \leq a \leq 5$ г. $12 \leq a \leq 13$ д. $-2 < b \leq 2$
- е. $-7 \leq b < -4$ ж. $-3 < c < 1$ з. $-2 \geq c \geq -3$ и. $1 > d \geq -2$ к. $3 \geq y \geq 0$

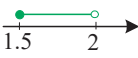

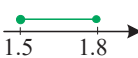
122 Тоон шулуун дээр тэмдэглэсэн цэгүүдийн олонлогийг давхар тэнцэтгэл биш хэлбэрээр бич.



123 $3 < t \leq 7$ бол илэрхийллийн утгыг үнэл.

- а. $t - 3$ б. $t + 1$ в. $5t$ г. $\frac{2}{3}t$ д. $3t - 5$ е. $0.6t + \frac{3}{7}$


124 Хүснэгтийг гүйцээж нөх.

Үгээр	Хувьсагч	Математик бичиглэлээр	Унших	Геометр дүрслэлээр	Тоон завсар хэлбэрээр
Хөл бөмбөгийн “А” багийн гишүүдийн хамгийн залуу нь 11, хамгийн ахмад нь 15 настай.	n - тоглогчийн нас	$11 \leq n \leq 15$	n нь 11-ээс багагүй, 15-аас ихгүй		$n \in [11, 15]$ битүү тоон завсар
Миний санасан тоо 6-аас их, 15-аас ихгүй.	x - санасан тоо	$6 < x \leq 15$			$x \in (6, 15]$ хагас задгай тоон завсар
Улаанбаатарт 7 дугаар сард агаарын хэм 10°-аас 30°-ийн дулаан байдаг.	t - агаарын температур	$10 \leq t \leq 30$	t нь 10-аас багагүй ба 30-аас ихгүй		$t \in [10, 30]$ битүү тоон завсар
Цэргийн алба хаах залуус 1.5 м-ээс багагүй, 2 м-ээс бага өндөртэй байх ёстой.			m нь 1.5-аас багагүй ба 2-оос бага		
Багш самбарт 10-аас их, 20-оос бага тоо бичив.	x -самбарт бичсэн тоо	$10 < x < 20$	x нь 10-аас их ба 20-оос бага		
Ангийн сурагчдын хамгийн намхан нь 1.5м, хамгийн өндөр нь 1.8м.	x -сурагчдын өндөр				

125 Давхар тэнцэтгэл бишийг бод.

- а. $3 < 2x - 1 \leq 7$ в. $5 \leq 2x + 1 < 9$ г. $0 < 3x - 6 < 9$
 г. $-1 \leq 5x - 6 \leq 4$ д. $9 < 3(x + 2) < 27$ е. $14 > 2(x + 3) \geq 4$
 ж. $32 < 16(x + 7) < 48$ з. $x + 4 \leq 2 - x \leq 10 + x$ и. $3 - 2x < -x < 18 - 2x$

126 Тэгш өнцөгтийн талбай нь 16 см^2 -ээс багагүй, 25 см^2 -ээс бага бол x -ийн хамгийн их ба хамгийн бага бүхэл утгыг олоорой.



127 Амьтны хүрээлэнд нийт 36 хүн ажилладаг. Өдөр бүр нийт ажилтны хамгийн цөөндөө 24 нь бүтэн 8 цагаар ажиллах ёстой бол бүтэн цагаар ажиллахгүй хүмүүсийн эзэлж буй хэсгийг илэрхийлэх тэнцэтгэл биш зохиож бод.

128 Туяа 3500₮-тэй. Тэр 1000₮-өөр үзвэрийн билет, үлдсэнээр нь комик ном авахыг хүсчээ. Комик ном 300₮ бол авч чадах номын тоог олох тэнцэтгэл биш зохиож бод.

129 Видео тоглоомын 5 тоглолтын турш авсан онооны дундаж 90-ээс дээш байхад дараагийн үе рүү орох эрх нээгдэнэ. 5 дахь тоглолтод хамгийн багадаа хэдэн оноо авах хэрэгтэй вэ?

ЧИННИЙ ОНОО

- 95 1-р үе: **гайхалтай байлаа**
- 91 2-р үе: **амжилттай байлаа**
- 77 3-р үе: **илч хичээгээрэй**
- 89 4-р үе: **сайн ажиллалаа**

Давтах

130 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $8x^{29} \div x^7$ б. $(-3x)^2 \times x^7$ в. $(-2x)^7 \div x^3$ г. $(-x)^2 \times (-x)^4$
 д. $\frac{(a^6)^5}{a^{23}}$ е. $\frac{c^{31} \times c^6}{c^{35}}$ ж. $\frac{5^{12x} \div 5^{5x}}{5^{5x} \times 5^x}$ з. $\frac{(a^2 \times a^3)^2}{a^9}$

131 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а. $(4a^2b)(5a^3b^5)$ б. $(-2a^2bc)^3$ в. $\frac{48a^8b^4}{7a^2b^3}$ г. $\frac{108x^7y^5}{12(xy)^2}$

132 Нэг гишүүнтийг стандарт хэлбэрт бич.

а. $(-8a^3b^2c^3) \times (-2ab^2c^3)$ б. $\left(-\frac{2}{3}a^2b^3\right)^2 \times \left(1\frac{1}{2}a^3b\right)^2$
 в. $2b\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \times x^3b \times \frac{6}{17} \times z^2$ г. $\left(-1\frac{1}{2}x^2y^3z\right) \times \left(-1\frac{1}{3}xy^2z^3\right)$

133 М-ийн оронд бичихэд үнэн тэнцэтгэл үүсгэх нэг гишүүнтийг ол.

а. $6a^5b^3 = 3ab^2 \times M$ б. $12x^7y^4 = 4x^6y^2 \times M$ в. $9a^{13}b^{11} = M \times 3a^7b^5$

134 Олон гишүүнтүүдийн нийлбэр ба ялгаврыг ол.

а. $8x^3 - xy - 3y^2$ ба $-7x^2 + xy - 3y^3$ б. $-x^3 + 2xy - 2y^2$ ба $4x^2 + 2xy + 2y^2$

135 Үйлдлийг гүйцэтгээд хялбарчил.

а. $-3x(2x-1)$ б. $(4y-2) \times (-2y)$ в. $3ax(2x^2 + 6x + 4)$
 г. $3x^2 - 4(x+2)$ д. $5x^3 - 3(2x+1)$ е. $5r^2(2r+1) - 3r(-4r+2)$

136 Ерөнхий үржигдэхүүн хаалгаас гарга.

а. $8a^4b^2 - 12a^2b^3 + 4a^2$ б. $6m^2n^5 + 12m^5n^3 - 2n^3$

137 Үржвэрийг ол.

а. $(2x+1)(x+4)$ б. $(3m-2)(2m-1)$ в. $(2a+3)(5a-4)$ г. $(3b-2c)(2c-3b)$
 д. $(x+5)(x^2-3x-2)$ е. $(y+1)(y^2+5y+8)$ ж. $(n-3)(n^2-2n+4)$

138 Олон гишүүнт хэлбэрт бич.

а. $(2x-3y)^2$ б. $(5n+2m)^2$ в. $(0.5a+1)^2$ г. $(x^2-2y)^2$
 д. $\left(4 + \frac{5}{8}u\right)^2$ е. $\left(\frac{2}{5}z-5\right)^2$ ж. $\left(\frac{5}{3}n+3\right)^2$ з. $\left(1-\frac{5}{8}v\right)^2$
 и. $(4a-6b)(4a+6b)$ к. $(11x-2y)(11x+2y)$ л. $(x^3y^2-6)(x^3y^2+6)$

139 Бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а. $ac+bc+c+b$ б. $cx-cy+bx-by$ в. y^3+3y^2-y-3
 г. x^2-x-20 д. m^2-6m-7 е. $-7y+y^2-30$
 ж. $a^2+11ab-26b^2$ з. $x^2-2xy-35y^2$ и. $25k^2+20kn+4n^2$

140 Адилтгал ашиглан үржигдэхүүн болгон задал.

а. $8a^2-8b^2$ б. $-a^2+6a-9$ в. ab^3-ba^3 г. $-x^2-10x-25$

141 Алгебрын бутархайн нийлбэр ба ялгаврыг ол.

а. $\frac{a}{3b^2} + \frac{a^2}{7b^2}$ б. $\frac{x^2}{x+y} - \frac{y^2}{x+y}$ в. $\frac{x}{x+y} - \frac{x}{x-y}$ г. $\frac{3}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-1}$

142 Тэгшитгэл бод.

а. $x + 2(x - 1) - 3(x + 2) = 4(3 - x)$

б. $3(3x - 1) - 2(2x + 3) = 1$

в. $2x + 4(x + 1) = 6\left(x + \frac{2}{3}\right)$

г. $9(3 - 2x) = -6(3x - 5)$

143 Рационал тэгшитгэл бод.

а. $4.3 = \frac{25.8}{x}$

б. $\frac{10}{x+1} = 5$

в. $\frac{4.8}{1-d} = 1.2$

г. $8 = \frac{32}{7c-3}$

д. $\frac{6x}{x+5} = \frac{2x-20}{x+5}$

е. $\frac{x+4}{x-3} = 2\frac{1}{4}$

ж. $\frac{4}{x-2} = \frac{18}{3x+3}$

з. $\frac{4}{5-2x} = \frac{3}{3x-1}$

144 Ах дүү хоёр хамтран хөгжим худалдан авчээ. Хөгжмийн үнэ 10000 төгрөг ба ах нь дүүгээсээ 6000 төгрөг илүү төлсөн бол тус бүр хэдэн төгрөг төлсөн бэ?

145 Хоёр тооны нийлбэр нь 36 бөгөөд нэг тоо нь нөгөө тоог 3 дахин авснаас 4-өөр бага бол эдгээр тоог ол.

146 Шугаман тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар бод.

а. $\begin{cases} 5x - 3y = 4 \\ 6x + 3y = 18 \end{cases}$

б. $\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ -x + 3y = -2 \end{cases}$

в. $\begin{cases} 4x + 5y = 90 \\ 2x + 3y = 50 \end{cases}$

г. $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -3x + 2y = -27 \end{cases}$

д. $\begin{cases} 3x + 7y = -20 \\ -5x + 3y = -84 \end{cases}$

е. $\begin{cases} 10x - 15y = 5 \\ 0.3y = 0.2x - 0.1 \end{cases}$

147 Тэнцэтгэл бишийг бод.

а. $3(x - 1) \leq 12$

б. $7(x + 12) < 14$

в. $-6(1 - x) \geq 12$

г. $2x - 5 \leq 3(x - 1)$

д. $3x \leq 45 + 12x$

е. $5(x + 3) + x \leq 6(x - 3) + 1$

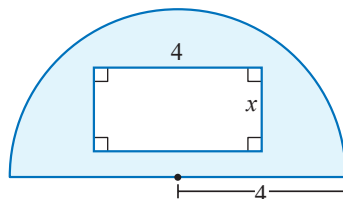
ж. $3(x - 1) > 7(x + 3)$

з. $5(x - 2) \geq 4(2x + 6) + 2$

и. $2(x - 3) + 5(1 - x) \geq 3(2x - 5)$

148 а. x -ийн ямар утгад будсан хэсгийн талбай 4л нэгж квадратаас бага байх вэ?

б. x -ийн ямар утгад будсан хэсгийн дотоод болон гадаад хүрээний урт нийлээд $4\pi + 20$ нэгжээс бага байх вэ?



149 3-д хуваахад 1 үлддэг 10-30 хүртэлх тоонуудыг ол.

150 7-д хуваахад 3 үлддэг 30 хүртэлх натурал тоонуудыг ол.

151 Тэгш өнцөгтийн урт нь өргөнөөсөө 5 см-ээр их бөгөөд периметр нь 80 см-ээс их, 100 см-ээс бага бол өргөн нь ямар утгыг авч болох вэ?

152 Давхар тэнцэтгэл бишийг бод.

а. $11 < 4x - 1 \leq 19$

б. $-21 \leq 5x - 6 \leq 14$

в. $14 < 2(x + 1) < 20$

г. $12 > 2(x + 3) \geq 6$

д. $12 < 2(x + 7) < 18$

е. $x + 6 \leq 2 - x \leq 8 + x$

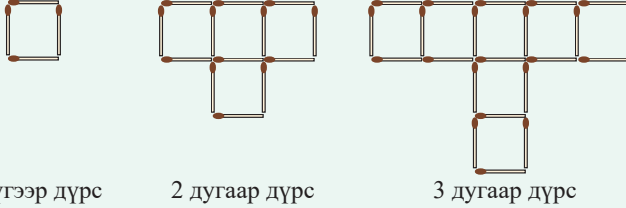
153 $4^{12} \times 5^{21}$ тооны цифрүүдийн нийлбэрийг ол.

154 $4^{21} \times (-0.25)^{20}$ утгыг ол.

V БҮЛЭГ. ДАРААЛАЛ, ФУНКЦ

Дараалал

Квадратуудаас тогтох дүрсүүдийг чүдэнзээр байгуулаад, дугаарлажээ.
 Дүрс бүр - хэдэн квадратаас тогтож байгааг
 - хэдэн чүдэнзээс тогтож байгааг тоолж хүснэгтэд бичээрэй.



1 дүгээр дүрс

2 дугаар дүрс

3 дугаар дүрс

Дүрсийн дугаар	1	2	3	4	n
Квадратын тоо					
Чүдэнзний тоо					

- Дөрөвдүгээр дүрс хэдэн квадрат, хэдэн чүдэнзээс тогтох вэ?
- Квадратын тоо болон чүдэнзний тоон дарааллын зүй тогтлыг ажиглаж, n дүгээр гишүүний томъёог олоорой.

Тоон дарааллын гишүүдийг байрлалаар дугаарлаад a_1, a_2, a_3, \dots гэх мэт тэмдэглэнэ. a_n гишүүнийг n -ээс хамааруулан олох дүрмийг ерөнхий гишүүний томъёо гэнэ.

Жишээ 1. Дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог ол.

- а. $-1, -8, -27, -64, \dots$ б. $0, 2, 6, 12, \dots$

Бодолт:

- Дарааллын гишүүдийг $(-1)^3, (-2)^3, (-3)^3, (-4)^3, \dots$ гэж бичвэл дараагийн гишүүн $a_5 = (-5)^3 = -125$ болно. Ерөнхий гишүүний томъёо $a_n = (-n)^3$.
- Дарааллын гишүүдийг $0 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, \dots$ гэж бичвэл дараагийн гишүүн $a_5 = 4 \times 5 = 20$ болно. Ерөнхий гишүүний томъёо $a_n = (n-1)n$.

1 Дарааллын дараагийн хоёр гишүүнийг ол.

- а. $9, 17, 25, \dots$ б. $1, 8, 15, 22, \dots$ в. $36, 25, 14, \dots$ г. $-2, -5, -8, \dots$
 д. $8, 3, -2, \dots$ е. $5, 10, 20, 40, \dots$ ж. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ з. $3, -6, 12, \dots$

Математикт нэрээ мөнхөлсөн хүмүүсийн нэг бол Фибоначчи хэмээн нэрлэгдсэн дундад зууны үеийн хамгийн авьяаслаг эрдэмтэн Италийн Леонардо Писано юм. Тэрээр "Liber abaci" номдоо нэгэн сонирхолтой дарааллын тухай дурдсан байдаг бөгөөд хожмоо "Фибоначчийн дараалал" хэмээн нэрлэгджээ. Уг дарааллын эхний хоёр гишүүн нь 1-тэй тэнцүү, гуравдугаараасаа эхлээд гишүүн бүр нь өмнөх хоёр гишүүнийхээ нийлбэртэй тэнцүү. Эхний гишүүдийг бичвэл: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ байна. Молтогчин туулайн үржил, алтан харьцаа гээд математик төдийгүй байгаль ертөнцийн олон зүйлс Фибоначчийн дараалалтай холбоотой байдаг. Энэ тухай та бүхэн математикийг гүнзгийрүүлэн судалснаар олж мэдэх болно.



Фибоначчи
(1180-1250)

2 Хүснэгтийг нөх.

Эхний гишүүн	Зүй тогтол	Эхний дөрвөн гишүүн	10 дугаар гишүүн
0.6	-0.3		
3	$+2.5$		
4	$\div 2$		
0.9	$\times 4$		

3 Дарааллын 5, 10, 99 дүгээр гишүүнийг ол.

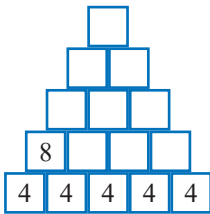
а. $b_n = 2n + 1$ б. $c_n = 2n^2 + n - 1$ в. $a_n = 4n - 1$ г. $a_n = n^2 - 2n$

4 Дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог ол.

а. 3, 10, 17, 24, ... б. 2, 6, 12, 20, 30, 42, ... в. 3, 5, 7, 9, ...
г. 3, 8, 15, 24, ... д. 1, -2, 4, -8, ... е. 2, 5, 10, 17, ...

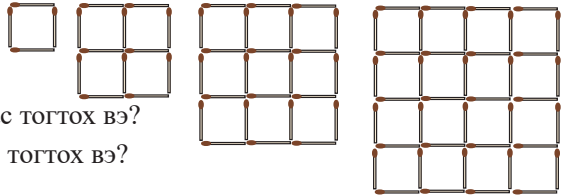
5 1, 5, 6, 11, 17, 28, ... дарааллын дараагийн 3 гишүүнийг ол.

6 Тоон пирамидын нүдэнд байрлах тоо доорх хоёр нүдний тоонуудын нийлбэртэй тэнцэнэ.



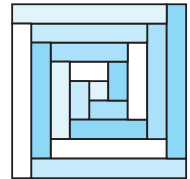
- а. Пирамидын хоосон нүднүүдийг нөх.
б. Хэрвээ хамгийн доод талд 5 биш 10 нүд байсан бол хамгийн дээд талын нүдэнд ямар тоо гарах вэ?
в. Хамгийн доод талд n ширхэг нүд байвал хамгийн дээд талын нүдэнд гарах тоог бичээрэй.
г. Хэрвээ хамгийн доод талын нүднүүдэд 5-ын тоонууд байсан бол дээрх асуултаудад хариул.

7 Чүдэнзээр квадрат үүсгэжээ.



- а. 5 дугаар дүрсийг зур.
б. n дүгээр дүрс хэдэн квадратаас тогтох вэ?
в. n дүгээр дүрс хэдэн чүдэнзээс тогтох вэ?

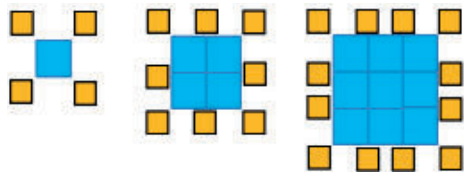
8 Зурагт өгсөн хамгийн жижиг квадратын тал болон бүх тэгш өнцөгтийн өргөн нь 1см. Өмнөх квадрат дээр тулгуурлан шинэ квадрат үүсгэх бүрд талбай нь хэрхэн өөрчлөгдөж байгаа зүй тогтлыг ол.



n дүгээр үед квадратын талбай хэд болох вэ?

9 Дүрсэн дараалал өгөв.

- а. 8 дугаар дүрсэд хэдэн шар, хэдэн цэнхэр квадрат байх вэ?
б. Цэнхэр ба шар квадратын тоон дарааллын n дүгээр гишүүний томъёог бич.



1 дүгээр дүрс 2 дугаар дүрс 3 дугаар дүрс

12. Арифметик прогрессын эхний таван гишүүнийг бич.
- а. $a_1 = 6, d = 7$ б. $a_1 = -2, d = 5$ в. $a_1 = 8, d = -3$ г. $a_1 = 9, d = -4$
13. Арифметик прогрессын k дугаар гишүүнийг бич.
- а. $a_1 = 6, d = 4, k = 5$ б. $a_1 = -2, d = 3, k = 6$
 в. $a_1 = 8, d = -2, k = 5$ г. $a_2 = 3.9, d = -0.4, k = 4$
 д. $a_2 = -1, d = 0.3, k = 5$ е. $a_6 = 0.9, d = 1.3, k = 4$
 ж. $a_1 = \frac{2}{5}, d = -\frac{1}{5}, k = 4$ з. $a_5 = \frac{1}{3}, d = \frac{1}{2}, k = 3$



Арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёог хэрхэн олох вэ?

Жишээ 3. 4, 10, 16, 22, ... дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог олж.

Бодолт: $a_1 = 4, a_2 = 10, a_3 = 16, a_4 = 22, \dots$

$$a_1 = 4, a_2 = a_1 + 6 = 10, a_3 = a_2 + 6 = 16, a_4 = a_3 + 6 = 22, \dots$$

Гишүүн бүр нь өмнөхөөсөө 6-аар нэмэгдэж байгаа тул ерөнхий гишүүний томьёонд $6n$ гэсэн нэмэгдэхүүн орно.

4, 10, 16, 22, ... дарааллын гишүүдийг $6n$ дарааллын 6, 12, 18, 24, ... гишүүдтэй харьцуулж харвал харгалзах дугаартай гишүүдээс 2-оор бага байна.

$$\text{Иймд } a_n = 6n - 2 \text{ байна.}$$

Арифметик прогрессын n дүгээр гишүүний томьёог олох ерөнхий аргатай танилцъя. Дарааллын гишүүдийг дараах байдлаар бичье.

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 3 = a_1 + d$$

$$a_2 = a_1 + 1d$$

$$a_3 = 5 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_4 = 7 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_5 = 9 = a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

Ялгавар d -ийн өмнөх коэффициент нь гишүүдийн дугаараас 1-ээр бага байна.

АРИФМЕТИК ПРОГРЕССЫН ЕРӨНХИЙ ГИШҮҮНИЙ ТОМЬЁО

Арифметик прогрессын n дүгээр гишүүнийг

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{томьёогоор олно.}$$

Энд a_1 - эхний гишүүн, d - ялгавар.

Жишээ 4. а. 1, 3, 5, 7, ... арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёог ол.

б. $a_n = 2n - 5$ арифметик прогрессын 3 ба 20 дугаар гишүүнийг бич.

Бодолт: а. $a_1 = 1, d = 2$ тул арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёо ёсоор n дүгээр гишүүн нь $a_n = 1 + (n - 1) \times 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$ болно.

$$\text{б. } a_3 = 2 \times 3 - 5 = 1, \quad a_{20} = 2 \times 20 - 5 = 35 \text{ болно.}$$

14 n дүгээр гишүүний томьёо өгсөн үед эхний таван гишүүнийг бич. Аль нь арифметик прогресс биш вэ? Дараалал өсөх буурах аль нь болохыг тогтоо.

- а. $a_n = n + 3$ б. $a_n = 7 - n$ в. $a_n = -3n$ г. $c_n = 28n - 100$
 д. $c_n = 28 + 3n$ е. $c_n = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$ ж. $d_n = 2n^2$ з. $d_n = \frac{12}{n}$
 и. $d_n = 1 - \frac{n}{2}$ к. $a_n = \frac{3}{4}n - 1$ л. $b_n = n(n + 1)$ м. $x_n = 4$

15 Арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёог олоод, 20 дугаар гишүүнийг ол.

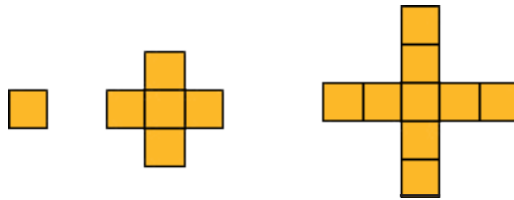
- а. 12, 20, 28, 36, ... б. 7, 12, 17, 22, ... в. 51, 48, 45, 42, ...
 г. 86, 79, 72, 65, ... д. $-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \dots$ е. $-2, -\frac{5}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$
 ж. 2.3, 1.5, 0.7, $-0.1, \dots$ з. 11.7, 10.8, 9.9, 9, ... и. $-3, -2.2, -1.4, -0.6, \dots$

16 Арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёог ол.

- а. $a_{11} = 43, d = 5$ б. $a_{13} = 42, d = 4$ в. $a_{20} = -27, d = -2$
 г. $a_{15} = -35, d = -3$ д. $a_{17} = -5, d = -\frac{1}{2}$ е. $a_{21} = -25, d = -\frac{3}{2}$

17 7 ба 23 гэсэн тоонууд өгөгдөв. Эдгээрийн хооронд 3 тоо бичиж арифметик прогресс үүсгэ.

18 Дараагийн дүрсийг зурж, квадратын тоогоор үүсэх дарааллын зүй тогтол ба n дүгээр гишүүний томьёог ол.
 10 дугаар дүрс нь хэдэн квадратаас тогтох вэ? Хэддүгээр дүрс 881 квадратаас тогтох вэ?



Жишээ 5. Арифметик прогрессын $a_7 = 17, a_{26} = 93$ бол ерөнхий гишүүний томьёог ол.

Бодолт: $a_7 = a_1 + 6d = 17, a_{26} = a_1 + 25d = 93$ байгаа.

Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг харгалзуулан хасвал:

$$\begin{array}{r} a_{26} = a_1 + 25d = 93 \\ - a_7 = a_1 + 6d = 17 \end{array}$$

$$19d = 76 \Rightarrow d = 4 \text{ болов.}$$

$a_7 = a_1 + 6d$ -оос a_1 -ийг олбол:

$$a_1 = a_7 - 6d = 17 - 24 = -7 \text{ гэж олно.}$$

Иймд $a_n = -7 + (n - 1) \times 4 = -7 + 4n - 4 = 4n - 11$ болно.

19 Арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёог ол.

- а. $a_5 = 41, a_{10} = 96$ б. $a_7 = 58, a_{11} = 94$ в. $a_6 = -8, a_{15} = -62$
 г. $a_8 = -15, a_{17} = -78$ д. $a_{18} = -59, a_{21} = -71$ е. $a_{12} = -38, a_{19} = -73$
 ж. $a_8 = 12, a_{16} = 22$ з. $a_{12} = 9, a_{27} = 15$ и. $a_8 = 31, a_{31} = 8$

20 $a_1 = 3x, d = -x$ байх арифметик прогрессын a_7 -г ол. Ерөнхий гишүүний томьёог ол.


Арифметик прогрессын дараалсан гурван гишүүний чанар

- ...7, 15, 23, ... арифметик прогрессын дараалсан гурван гишүүн өгөв.
- Дараах асуултын дагуу ярилцаж, даалгаврыг гүйцэтгээрэй.
- а. Захын хоёр гишүүний арифметик дунжийг олоорой. Ямар тоо гарсан бэ?
- б. Эхний хоёр гишүүний арифметик дунжийг олж, голд нь бичээрэй.
- в. Дараагийн хоёр гишүүний арифметик дунжийг олж голд нь бичээрэй.
- г. Олсон дунджуудынхаа арифметик дунжийг олоорой. Ямар тоо гарсан бэ?
- д. Үүссэн 5 тоо ямар дараалал үүсгэж байна вэ?
- е. Дээрх үйлдлийг үүссэн 5 тооны зэрэгцээ орших хос тоо бүрийн хувьд давтан гүйцэтгэхэд үүсэх тоонууд ямар дараалал үүсгэж байна вэ?


- Арифметик прогресс үүсгэж байгаа гурван тоо ямар шинж чанартай вэ?
- Дараалан байрласан гурван тооны захын хоёр тооны арифметик дундаж нь дунд орших тоотойгоо тэнцүү байх ямар ч гурван тоо арифметик прогресс үүсгэх үү? Ярилцаж дүгнэлт гаргаарай.

- 21** Арифметик прогресс үүсгэх гурван тооны мэдэгдэхгүй байгаа тоог ол.
 а. 3, x , 21 б. -2 , y , 8 в. $\frac{1}{4}$, q , $1\frac{1}{4}$ г. 6, k , -3
- 22** Арифметик прогресс үүсгэх дөрвөн тооны мэдэгдэхгүй байгаа хоёр тоог ол.
 а. -1 , x , 5, y б. 3, x , y , 21 в. 3, x , y , 37 г. x , 16, y , 28
- 23** Арифметик прогресс үүсгэх таван тооны захын хоёр тоо 35 ба 79 бол дунд нь орших гурван тоог ол.
- 24** Арифметик прогрессын $a_1 = 8$, $a_9 = 24$ бол 5 дугаар гишүүнийг хоёр аргаар ол.
- 25** Арифметик прогрессын $a_1 = 2x + 1$, $a_2 = 7x - 1$, $a_3 = 18 - 9x$ бол x -ийг болон ерөнхий гишүүний томьёог ол.
- 26** Арифметик прогрессын a_n , a_{n+k} (k нь тэгш) дугаартай гишүүдийн арифметик дундаж нь $a_{\frac{n+k}{2}}$ -тэй тэнцүү байдаг гэж харуул.

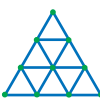
Зүй тогтлуудыг илрүүлэх



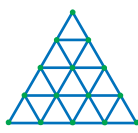
1 дүгээр дүрс
1 гурвалжин



2 дугаар дүрс
4 гурвалжин



3 дугаар дүрс
9 гурвалжин



4 дүгээр дүрс
16 гурвалжин

а. Дүрсүүдийн зүй тогтлыг ажиглаад 5 дугаар дүрсийг зураарай.
 б. Дүрсүүд хэдэн жижиг гурвалжнаас тогтож байна вэ?
 в. Дүрсүүд нэгж урттай хэдэн хэрчмээс тогтож байна вэ?
 г. Дүрс бүрд хэдэн цэг байна вэ?
 д. n дүгээр дүрс хэдэн гурвалжин, хэдэн хэрчим, хэдэн цэгээс тогтох вэ?

Шугаман функц, түүний график

27 Функцийн оролт-гаралтыг схемээр дүрсэлжээ.



- а. Оролтыг x , гаралтыг y гэж тэмдэглээд y -ийг x -ээр илэрхийлсэн томъёог бич.
- б. Бичсэн томъёогоор тодорхойлогдох шугаман функцийг графикийг байгуул.

$y = 3x - 5$ шугаман
 функцийг $f(x) = 3x - 5$
 гэж тэмдэглэдэг.

28 Машин цагт 30 км зам явдаг бол

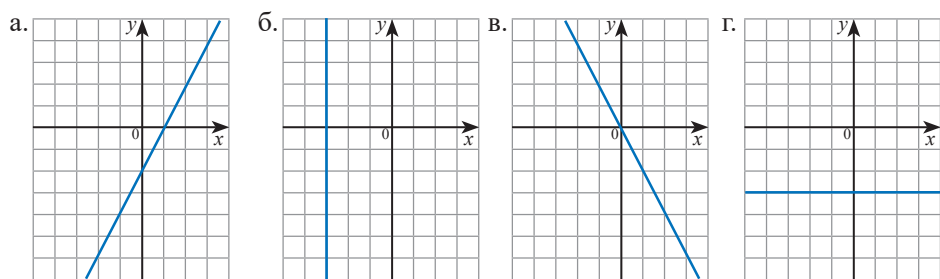
- а. Машины явсан зам хугацаанаас хамаарсан $S(t)$ функцийг ол.
- б. Графикийг байгуул.
- в. Графикаас машины 2 цаг 30 мин, 3.5 цагт явах замыг ол. 10 км, 6 км зам явахад зарцуулах хугацааг ол.
- г. Графикийн ямар ч цэгийн ординатыг абсцисст харьцуулсан харьцаа 30-тай тэнцүү гэдгийг харуул. График дээр орших цэгийн энэ чанар график дээр оршдоггүй цэгийн хувьд биелэх үү?

29 y ба x хэмжигдэхүүн шууд пропорционал хамааралтай бол а. хүснэгтийг гүйцээ.

x	8	6	4	2	1	0	-1	-2	-4	-6	-8
y				1							

- б. y ба x -ийн хамаарлын томъёог бич.
- в. Графикийг байгуул.

30 Шулуунуудын аль нь шугаман функцийг график болж чадахгүй вэ?



31 Шугаман функцүүдийн графикийг хосоор нь нэг координатын хавтгайд байгуулж, огтлолцлын цэгийн координатыг ол.

- а. $y = 2x + 4$ ба $y = 3x - 1$
- б. $y = 5x - 3$ ба $y = 4x + 1$
- в. $y = x + 7$ ба $y = 2x + 4$
- г. $y = 2x + 2$ ба $y = 6 - 3x$
- д. $y = 10 - 2x$ ба $y = 12 - 3x$
- е. $y = -4x + 9$ ба $y = 4x + 1$

32 а. $y = 2x - 3$ функцийг $x = 4$ үеийн y -ийн утгыг, $y = 1$ үеийн x -ийн утгыг ол. $A(-1, -5)$ цэг энэ функцийг график дээр орших уу?

б. $y = 3x + 2$ функц $x = -1$ үеийн y -ийн утгыг, $y = 8$ үеийн x -ийн утгыг ол.

$B(2, 0)$ цэг энэ функц y -ийн график дээр орших уу?

в. Эдгээр функцүүдийн график дээр орших абсцисс нь ординаттайгаа тэнцүү байх цэгийг тус тус ол.

33 Хүснэгтээр өгсөн функц шугаман функц мөн эсэхийг тогтоо.

Хугацаа (секунд)	5	18	20	26	40
Зам (метр)	19.5	32.5	34.5	40.5	54.5

34 Функц y -ийн графикийг байгуулахгүйгээр Ox болон Oy тэнхлэгүүдтэй огтлолцох цэгийг нь ол.

а. $y = -5x$

б. $y = \frac{1}{4}x$

в. $y = x - 3$

г. $y = -7x - 1$

д. $y = -\frac{x}{3} + 4$

е. $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

ж. $y = \frac{1}{2}x + 4$

з. $y = -\frac{2}{3}$

и. $y = 2x + 11$

к. $y = x - 3$

л. $y = -x + 8$

м. $y = 5x + 1$

35 Шууд пропорционал хамаарлын график A цэгийг дайрдаг бол B цэгийг дайрах уу?

а. $A(1.5, -3), B(-11, 22)$

б. $A(-0.5, 4), B(2, -16)$

36 Шууд пропорционал хамаарлын график C цэгийг дайрдаг бол m -ийн ямар утганд D цэгийг дайрах вэ?

а. $C(2, 1), D(-4, m)$

б. $C(-4, 8), D(m, -2)$

37 Функцүүдийн графикийг байгуулахгүйгээр огтлолцох цэгийг нь ол.

а. $y = \frac{x}{2}$ ба $y = 3x - 5$

б. $y = -\frac{x}{3}$ ба $y = 12 - x$

38 Явган аяллын хоёр баг Улаанбаатар хотоос нэг маршрутаар гарав. 1 дүгээр баг цагт 4 км, 2 дугаар баг цагт 6 км алхдаг. Хоёрдугаар баг нэг цагийн дараа 1 дүгээр багийн араас гарав.

а. Баг тус бүрийн явсан замыг олох томъёог бич.

б. Нэг координатын хавтгайд баг тус бүрийн зам-хугацааны графикийг байгуул.

в. График ашиглан 2 дугаар баг 1 дүгээр багийг гүйцэж ирэх хугацааг ол.

г. График ашиглан аяллын баг тус бүрийн 4 цагт явсан замыг ол.

д. График ашиглан баг бүр 15 км зам явахад ямар хугацаа зарцуулахыг ол.

е. Өмнөх 3 асуултад томъёо ашиглан хариулаад хариугаа график ашиглаж олсон хариутай харьцуулж, дүгнэлт гарга.

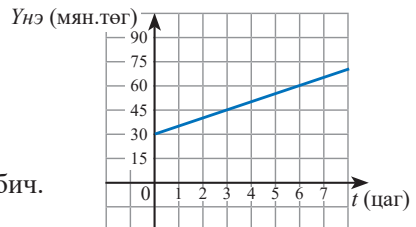
39 Хүүхдийн тоглоомын төвд тоглоход

төлөх нийт үнэ хугацаанаас хамаарах хамаарлыг графикаар харуулав.

а. Суурь хураамж хэдэн төгрөг байна вэ?

б. 1 цаг тоглоход хэдэн төгрөг төлөх вэ?

в. Энэхүү хамаарлыг илэрхийлэх $C(t)$ функц бич.



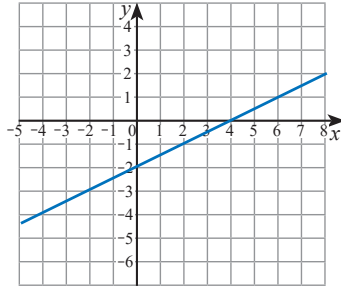
Шугаман тэгшитгэлийн график, шулууны налалт

Жишээ 6. $2y - x + 4 = 0$ тэгшитгэлийн y нь x -ээс хэрхэн хамаарч буйг графикаар харуул.

Бодолт: I. y -ийг x -ээр илэрхийлбэл $y = \frac{1}{2}x - 2$ болно.

Энэ нь шугаман функц байгаа тул график нь шулуун байна.

II. $y = \frac{1}{2}x - 2$ шулууны координатын тэнхлэгүүдтэй огтлолцох цэгүүд нь $(0, -2)$ ба $(4, 0)$ байна. Эдгээр цэгийг координатын хавтгайд тэмдэглэж, холбосон шулуун татна.



III. Дахин нэг цэг авч бидний байгуулсан шулуун өгсөн тэгшитгэлийг хангаж байгаа эсэхийг шалгая. $x = 2$ гэвэл $2y - 2 + 4 = 0$ буюу $y = -1$ гарна. $(2, -1)$ координаттай цэг байгуулсан шулуун дээр оршиж байгаа тул график зөв байна.

Аливаа $Ax + By + C = 0$ тэгшитгэлийн график нь шулуун байна.

ШУЛУУНЫ ЕРӨНХИЙ ТЭГШИТГЭЛ

$Ax + By + C = 0$ хэлбэрийн тэгшитгэлийг шулууны ерөнхий тэгшитгэл гэнэ.

Энд A, B, C нь тогтмол тоонууд.

40 Тэгшитгэлийн графикайг байгуул.

а. $y + x = 2$

б. $y - x - 3 = 0$

в. $2y = x - 2$

г. $y - 4 = 0$

д. $x + 3 = 0$

е. $y + x = -1$

ж. $3y - 6 = 9x$

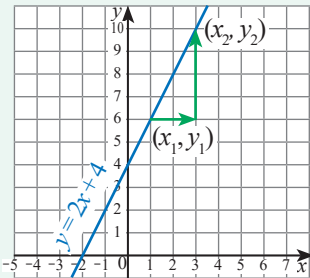
з. $y - 2x - 1 = 0$

и. $2x + y = 4$

к. $3x - y = -6$

л. $4x - 2y + 6 = 0$

м. $2x - 4y + 10 = 0$



$y = 2x + 4$ шулуун дээр орших гурван цэг олж өгө.
 $x = 3$ үед $y = 2 \times 3 + 4 = 10$
 $x = -7$ үед $y = 2 \times (-7) + 4 = -10$
 $x = 1$ үед $y = 2 \times 1 + 4 = 6$ байна.

Иймд $(3, 10)$, $(-7, -10)$, $(1, 6)$ цэгүүд өгсөн шулуун дээр оршино.

$(-7, -10)$ ба $(3, 10)$ цэгүүдийн хувьд харгалзах координатуудын ялгаврын

харьцааг олбол: $\frac{10 - (-10)}{3 - (-7)} = \frac{-10 - 10}{-7 - 3} = 2$ байна.

а. $(-7, -10)$ ба $(1, 6)$ цэгүүдийн хувьд

б. $(3, 10)$ ба $(1, 6)$ цэгүүдийн хувьд

дээрх харьцааг тус тус бодож гаргаарай.

в. Өгсөн шулууны ямар ч хоёр цэгийн координатуудын хувьд дээрх харьцаа 2-той тэнцүү байх уу?

$y = 2x + 4$ шулууны (x_1, y_1) ба (x_2, y_2) хос цэг бүрийн хувьд $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ харьцаа нь 2 байна.

ШУЛУУНЫ ӨНЦГИЙН КОЭФФИЦИЕНТ

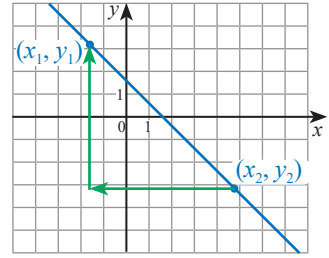
Өгсөн шулууны $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ хос цэг бүрийн хувьд

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

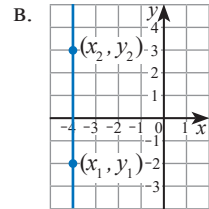
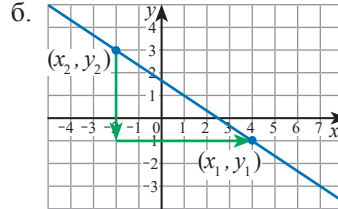
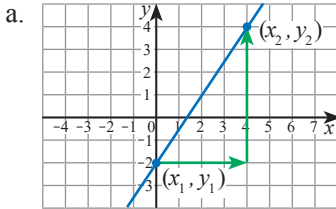
харьцааг өгсөн шулууны

өнцгийн коэффициент буюу **налалт** гэнэ.

Шулууны налалтыг ихэвчлэн k үсгээр тэмдэглэдэг.



Жишээ 7. Шулууны налалтыг ол.



Бодолт.

а. $(x_1, y_1) = (0, -2), (x_2, y_2) = (4, 4)$ гэвэл $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{4 - 0} = \frac{3}{2}$.

Налалт нь эерэг тоо байна.

б. $(x_1, y_1) = (-2, 3), (x_2, y_2) = (4, -1)$ гэвэл $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{4 - (-2)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$.

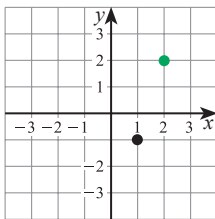
Налалт нь сөрөг тоо байна.

в. $(x_1, y_1) = (-4, -2), (x_2, y_2) = (-4, 3)$ гэвэл $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 + 2}{-4 + 4} = \frac{5}{0}$ болов.

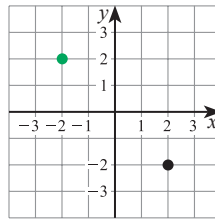
Энэ тохиолдолд налалтыг тодорхойлогдохгүй гэж үзнэ.

41 Координатын хавтгай дээр тэмдэглэсэн цэгүүдийг дайрсан өгсөн налалттай хос шулуун байгуул.

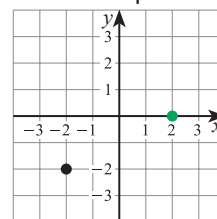
а. $k=2$



б. $k=-3$



в. $k=\frac{1}{4}$



42 Өгсөн цэгүүдийг дайрсан шулууны налалтыг ол.

а. $(1, -2), (7, -2)$ б. $(-2, 4), (3, 4)$ в. $(-3, -3), (3, -5)$ г. $(0, 8), (1, 0)$

д. $(4, -1), (-2, -1)$ е. $(4, -3), (5, 8)$ ж. $(-7, 0), (7, 0)$ з. $(-3, 1), (-1, 5)$

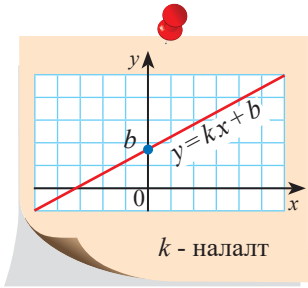
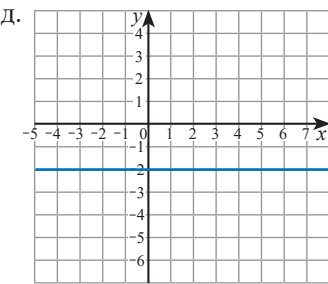
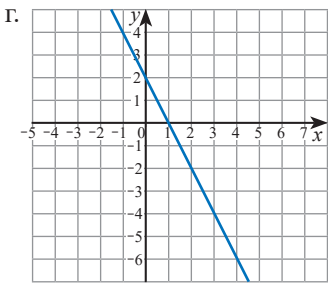
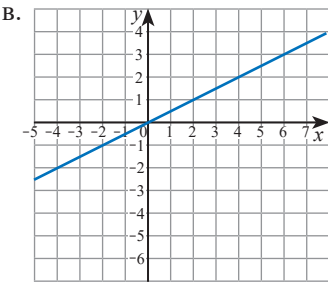
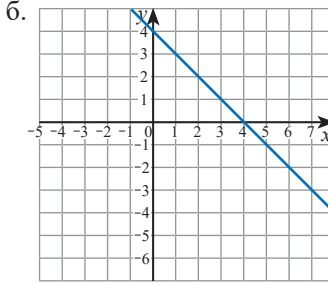
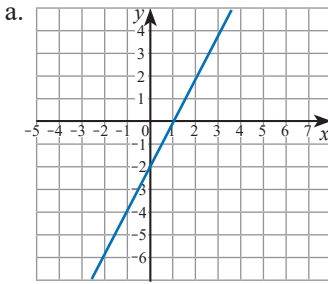
43 Шулууны налалт болон түүн дээр орших хоёр цэг өгчээ. Мэдэгдэхгүй байгаа координатыг ол.

а. $(1, 3), (5, y); k=2$ б. $(-2, y), (2, 0); k=-1$ в. $(-4, y), (6, -7); k=-\frac{1}{3}$

44 Шулуун дээр орших хоёр цэг сонгоод, шулууны налалтыг ол.

а. $y = \frac{1}{3}x + 1$ б. $y = -\frac{1}{2}x + 1$ в. $y = 4x - 1$ г. $y = -x + 2$

- 45 - Шулууны налалтыг олж, тэгшитгэлийг бич.
- Шулууны хэлбэр нь түүний налалт, y тэнхлэгийг огтлох цэгээс хэрхэн хамаарч байгааг харьцуулж, дүгнэлт гаргаарай.



Шулууны налалт ба Oy тэнхлэгийг огтлох цэгийн тусламжтайгаар шулууны координатын хавтгай дахь байрлалыг тодорхойлж болох уу?

- 46 Шулууны тэгшитгэлийг $y = kx + b$ хэлбэрт оруулж, шулууны налалт ба Oy тэнхлэгийг огтлох цэгийн ординатыг ол.
- | | | | |
|---------------------|--|-------------------------|-------------------|
| а. $y = 3x - 2$ | б. $-4x + 5y = 10$ | в. $5x + 6y = 30$ | г. $y = -x$ |
| д. $y - 6x + 8 = 0$ | е. $y - 2x = 5$ | ж. $y - x + 0.5 = -2.5$ | з. $3y - 3x = 12$ |
| и. $-2y = -2x$ | к. $\frac{y}{2} - \frac{x}{3} - \frac{1}{6} = 0$ | л. $x + 6y = 15$ | м. $2x - 3y = 24$ |

- 47 Өгсөн цэг ба налалтаар шулууны тэгшитгэл бичиж, график байгуул.
- | | |
|---|--|
| а. $(-3, 0)$ цэгийг дайрсан, $k = 2$ | б. $(1, 6)$ цэгийг дайрсан, $k = -2.5$ |
| в. $(-1, -2)$ цэгийг дайрсан, $k = -0.25$ | г. $(0, -8)$ цэгийг дайрсан, $k = 0.5$ |

- 48 Дараах хэллэгүүдийн аль нь үргэлж үнэн, аль нь ямар тохиолдолд үнэн байх вэ?
- а. Хэрэв шугаман функцийг налалт нь 0 бол график нь Ox тэнхлэгтэй параллел байна.
 - б. Хэрэв шугаман функцийг Ox , Oy тэнхлэгтэй огтлолцох цэгүүдээс координатын эх хүртэлх зайнууд тэнцүү бол налалт нь 1 байна.
 - в. Хэрэв шугаман функцийг Oy -тэй огтлолцох цэгийн ординат эерэг, налалт нь сөрөг бол Ox -тэй огтлолцох цэгийн абсцисс нь эерэг байна.

- 49 $Ax + By + C = 0$ шулууны ерөнхий тэгшитгэл өгөгдсөн бол:
- а. Налалтыг ол.
 - б. Oy тэнхлэгтэй огтлолцох цэгийг ол.

Шугаман тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бодох

Жишээ 8. Ялгавар нь $\frac{1}{6}$ байх хоёр тоо санав. Бага тоог нь 3 дахин, их тоог нь 2 дахин ихэсгэхэд нийлбэр нь 2 гардаг бол санасан тоонуудыг олоорой.

Бодолт. Санасан тоонуудыг x, y ($x > y$) гэвэл өгсөн нөхцөлөөс

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{6} \\ 3y + 2x = 2 \end{cases} \text{ шугаман тэгшитгэлийн систем бичиж болно.}$$

Систем дэх тэгшитгэл бүрийн графикийг байгуулбал огтлолцлын цэгийн координат нь энэхүү хоёр тэгшитгэлийг нэгэн зэрэг хангах хос тоо байна.

Иймд график байгуулъя.

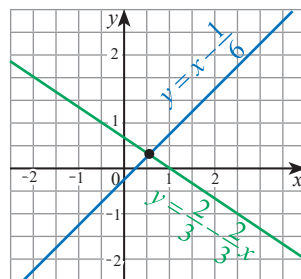
Эхлээд тэгшитгэл бүрийг $y = kx + b$ хэлбэртэй болговол:
$$\begin{cases} y = x - \frac{1}{6} \\ y = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x \end{cases}$$

$y = x - \frac{1}{6}, y = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x$ функцүүдийн графикийг нэг координатын хавтгайд байгуулна.

Зургаас шулуунуудын огтлолцлын цэгийн координат ойролцоогоор $(0.5, 0.3)$ байгаа нь харагдаж байна. Иймд тэгшитгэлийн системийн 0.1 нарийвчлалтай шийд нь

$$x = 0.5, y = 0.3 \text{ боллоо.}$$

Санасан хоёр тоо ойролцоогоор $0.5, 0.3$ байна.



50 Тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бод.

а. $\begin{cases} y = x - 5 \\ y = -x \end{cases}$

б. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x \end{cases}$

в. $\begin{cases} y - 1 = x \\ y = 3 - x \end{cases}$

г. $\begin{cases} y - 2 = x \\ y = 2x \end{cases}$

д. $\begin{cases} y - 2x = 4 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

е. $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$

ж. $\begin{cases} y = -4x - 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$

з. $\begin{cases} x - y = 5 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$

и. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = -6 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases}$

51 Тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бодож, хэдэн шийдтэй байгааг ол.

а. $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 6y - 2x = -4 \end{cases}$

б. $\begin{cases} 4x - 6y = 2 \\ 3y - 2x = 1 \end{cases}$

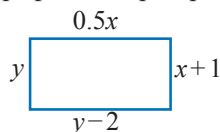
в. $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2y + 5x = 3 \end{cases}$

52 $\begin{cases} y - x = 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$ системийг графикийн аргаар бод. Яагаад шийдгүй байна вэ?

53 Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож графикийн аргаар бод.

а. Нийлбэр нь 1.7-той тэнцүү, ялгавар нь 1.3-тай тэнцүү байх хоёр тоог ол.

б. Тэгш өнцөгтийн урт ба өргөнийг ол.

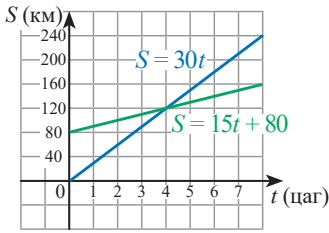


Жишээ 9.

Сумын төвөөс 30 км/ц хурдтай машинтай хүн, төвөөс 80 км зайтай газраас 10 км/ц хурдтай дугуйтай хүн зэрэг нэг зүгт гарчээ.

- Тэдний явсан замыг олох томъёог бичиж графикийг байгуул.
- График ашиглан машинтай хүний дугуйтай хүнийг гүйцэх хугацааг ол.

Бодолт: а. Машинтай хүн ба дугуйтай хүний t цагийн дараа сумын төвөөс холдох зайг S гэж тэмдэглэе. t цагийн дараа сумын төвөөс дугуйтай хүн $S = 10t + 80$, машинтай хүн $S = 30t$ километр тус тус холдоно.



б. Графикуудын огтлолцлын цэгийн эхний координат нь машинтай хүн дугуйтай хүнийг гүйцэх хугацаа байна.

Графикаас харвал 4 цагийн дараа машин дугуйтай хүнийг гүйцэж байна.

$$\begin{cases} S = 10t + 80 \\ S = 30t \end{cases} \text{ шугаман тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар бодож хариугаа шалга.}$$

54 Хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн систем зохиож, графикийн аргаар бод.

- Ах нь дүүгээсээ 0.3 м-ээр өндөр ба тэр хоёрын өндрийн дундаж 1.65 м байв. Ах, дүү хоёрын өндрийг олоорой.
- Нэг нь 60%-ын, нөгөө нь 30%-ын чацарганын шүүс байв. 5 литр 40%-ын чацарганын шүүс бэлтгэхийн тулд шүүс тус бүрээс хэдэн литрийг авах хэрэгтэй вэ?

55 Нэг компани шинээр ажилд орсон хүнд сард 250000 төгрөгийн цалин өгдөг ба жил тутам цалинг 50000 төгрөгөөр нэмдэг байв. Харин нөгөө компани шинээр ажилд орсон хүнд сард 200000 төгрөгийн цалин өгөөд жил тутам цалинг нь 65000 төгрөгөөр нэмдэг байв. А хүн нэгдүгээр компанид, В хүн хоёрдугаар компанид ажилд оржээ.

- А ба В хүний авах цалингийн хэмжээ y ба ажилласан жил n -ийн хамаарлыг харуулсан томъёо зохио.
- 10 жил хүртэлх хугацаагаар хамаарлын график байгуул.
- Тэдний цалин хэд дэх жилдээ ижил болохыг графикаас тодорхойл.

56 1 кг алим, 2 кг жүржийн үнэ 16000 төгрөг, харин 3 кг алим, 1 кг жүржийн үнэ 18000 төгрөг болов. 1 кг алим, 2 кг жүрж тус бүр ямар үнэтэй вэ?

57 Тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бод.

$$\begin{array}{lll} \text{а. } \begin{cases} 2y + 3x - 5 = 0 \\ \frac{1}{2}x - y = 7 \end{cases} & \text{б. } \begin{cases} y + 2x + 3 = 0 \\ y - x = 5 \end{cases} & \text{в. } \begin{cases} 3y - 2x + 1 = 0 \\ y + \frac{1}{3}x = 2 \end{cases} \end{array}$$

58 Шийд нь $(2, -1)$ байх шугаман тэгшитгэлийн систем зохио.

Урвуу пропорционал хамаарлын график

- y хэмжигдэхүүн x -тэй шууд пропорционал хамааралтай. Хэрэв $x = 12$, $y = -6$ бол хамаарлын томъёог бич. Ийм чанартай өөр 3 хос тоо ол.
- y хэмжигдэхүүн x -тэй урвуу пропорционал хамааралтай. Хэрэв $x = 2$, $y = 5$ бол хамаарлын томъёог бич. Ийм чанартай өөр 3 хос тоо ол.
- $y = kx$ функцийн график шулуун байдаг. Тэгвэл $y = \frac{k}{x}$ хамааралтай хос цэгүүдийг координатын хавтгайд хэрхэн дүрслэх талаар ярилцаарай.

УРВУУ ПРОПОРЦИОНАЛ ХАМААРЛЫН ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК

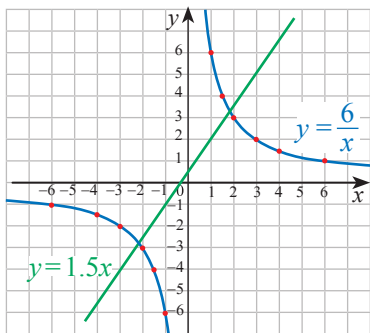
$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$ тогтмол тоо) томъёогоор өгсөн функцийг урвуу пропорционал хамаарлын функц гэнэ. k -г пропорционалын коэффициент гэнэ.

Жишээ 10. а. $y = \frac{6}{x}$ томъёогоор өгсөн функцийн график байгуул.

б. График ашиглан $\frac{6}{x} = 1.5x$ тэгшитгэлийн шийдийг ол.

Бодолт: а. $y = \frac{6}{x}$ функцийн утгын хүснэгт зохиоё.

x	-6	-4	-3	-2	-1.5	-1	0	1	1.5	2	3	4	6
y	-1	-1.5	-2	-3	-4	-6	Утгагүй	6	4	3	2	1.5	1



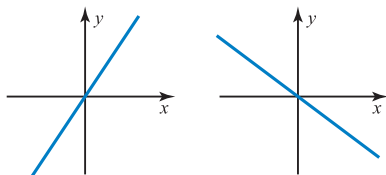
Эдгээр цэгүүдийг координатын хавтгайд тэмдэглэж, муруйгаар холбоход $y = \frac{6}{x}$ функцийн график үүснэ. Энэ муруйг **гипербол** гэдэг.

б. $y = \frac{6}{x}$ гипербол болон $y = 1.5x$ шулууны огтлолцлын цэгийн абсцисс нь $\frac{6}{x} = 1.5x$ тэгшитгэлийн шийд болно.

Огтлолцлын цэгүүд нь $(2, 3)$, $(-2, -3)$ тул $\frac{6}{x} = 1.5x$ тэгшитгэлийн шийд $x_1 = 2$, $x_2 = -2$ байна.

ШУУД ХАМААРАЛ

$y = kx$ ($k \neq 0$ тогтмол тоо) функц



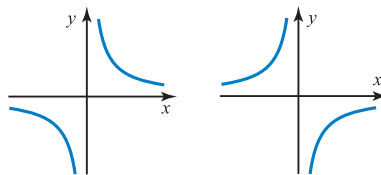
$y = kx, k > 0$

$y = kx, k < 0$

$\frac{y}{x}$ нь ТОГТМОЛ.

УРВУУ ХАМААРАЛ

$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$ тогтмол тоо) функц



$y = \frac{k}{x}, k > 0$

$y = \frac{k}{x}, k < 0$

xy нь ТОГТМОЛ.

59 у хэмжигдэхүүн x -тэй урвуу пропорционал хамааралтай бол y функцийг ол.
 а. $x=3, y=5$ б. $x=5, y=9$ в. $x=5, y=6$ г. $x=7, y=3$

60 у хэмжигдэхүүн x -тэй урвуу пропорционал хамааралтай.
 а. $x=6, y=2$ бол $y=1$ үед x -ийг ол. б. $x=4, y=2$ бол $y=\frac{1}{2}$ үед x -ийг ол.
 в. $x=-2, y=-5$ бол $x=4$ үед y -ийг ол. г. $x=20, y=\frac{4}{5}$ бол $x=8$ үед y -ийг ол.

61 Функцийн график байгуул.
 а. $y = \frac{9}{x}$ б. $y = \frac{4}{x}$ в. $y = \frac{8}{x}$ г. $y = \frac{10}{x}$
 д. $y = -\frac{9}{x}$ е. $y = -\frac{8}{x}$ ж. $y = \frac{0.5}{x}$ з. $y = \frac{0.25}{x}$

62 $y = \frac{6}{x}$ функцийн график ашиглан $-\frac{6}{x} = -5$ тэгшитгэл бод.

63 $y = \frac{8}{x}$ функцийн график ашиглан а. $\frac{8}{x} = -3$ б. $\frac{8}{x} = x+2$
 тэгшитгэлийн шийдийг ойролцоогоор ол.

64 $y = \frac{18}{x}$ функцийн утгын хүснэгтийг гүйцээж нөхөөд $\frac{18}{x} = 13$ тэгшитгэлийг бод.

x	-3	-2	-2.5	-1	1	2	2.5	3
y								

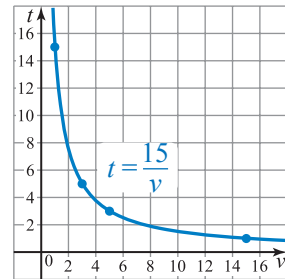
Жишээ 11. Болд өглөө бүр 15 км зам дугуйгаар явдаг. 15 км замыг туулах хугацаа t (цаг)-г хурд v (км/ц) -аас хамааруулан $t = \frac{15}{v}$ гэж олно. Функцийн графикийг байгуулж, дүгнэлт гарга.

Бодолт: $t = \frac{15}{v}$ функцийн утгын хүснэгт зохиоё.

Хугацаа сөрөг утгатай байх боломжгүй гэдгийг анхаарвал

v	1	2	3	4	5	6	15
t	15	7.5	5	3.75	3	2.5	1

Хурдаа ихэсгэвэл хугацаа пропорционалаар багасаж байна. Харин хурд багасахад хугацаа ихсэж байна.

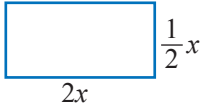


65 Тэгшитгэлийн график байгуул.
 а. $y = \frac{1}{x}$ б. $\frac{y}{x} = -\frac{1}{2}$ в. $xy = 12$ г. $xy = \frac{1}{2}$

66 Эерэг t утгуудын хувьд $v = \frac{6}{t}$ ба $d = 6t$ функцүүдийн утгын хүснэгтийг байгуул. t -ийн тодорхой утгуудын хувьд харгалзах v болон d -ийн утгуудыг харьцуулж дүгнэлт гарга.

67 $y = \frac{k}{x}$ функцийн график B цэгийг дайрдаг бол k -ийн утгыг ол.
 а. $B(k^2, -0.5)$ б. $B(-k^2, \frac{1}{3})$

y = ax² функц, түүний график

- 68  а. Талбай нь талын уртаас хамаарах S(x) томьёо бич.
 б. x = 2 см үед S -ийн утгыг ол.
 в. S = 32 см² бол x -ийн утгыг хэрхэн олох вэ?

- 69 Анхны хурд нь 0 байх, 2м/с² хурдатгалтай жигд хурдсан хөдөлж байгаа биеийн t хугацаанд туулсан замыг S гэж тэмдэглэе.
 S ба t -ийн хамаарлыг харуулах S(t) томьёо бич.

- 70 3 см өндөртэй цилиндрийн эзлэхүүнийг V, суурийн радиусыг x гэж тэмдэглэе.
 а. V ба x -ийн хамаарлын томьёог бич.
 б. x = 1 см үед V -г ол.

Эдгээр бодлогод авч үзсэн хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондын хамаарлын томьёо нь $y = ax^2$ хэлбэртэй байна.

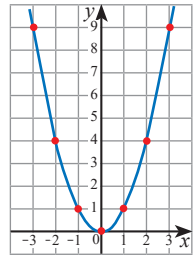
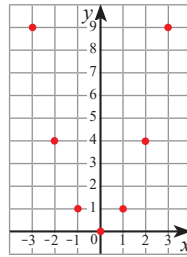
❓ $y = ax^2$ функцийн график ямар хэлбэртэй байх вэ?

Жишээ 12. $y = x^2$ функцийн графикийг байгуул.

Бодолт. Функцийн утгын хүснэгт зохиоё.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$...	9	4	1	0	1	4	9	...

Координатын хавтгайд (-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9) координаттай цэгүүдийг тэмдэглэж, хооронд нь муруйгаар холбоно.
 Үүссэн муруй нь $y = x^2$ функцийн график юм.
 Ийм муруйг **парабол** гэдэг.



- 71 Өгсөн цэгүүд $y = x^2$ функцийн график дээр орших уу?
 а. (16, 4) б. (-4, 16) в. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{9})$ г. $(\frac{4}{49}, \frac{2}{7})$
- 72 $y = x^2$ функцийн графикийг ажиглаад дүгнэлтийг гүйцээж бич.
 x < 0 завсарт хувьсагчийн утга ихсэж байхад функцийн утга байна,
 x > 0 завсарт хувьсагчийн утга ихсэж байхад функцийн утга байна
 График шулууны хувьд тэгш хэмтэй байна.
- 73 $y = -x^2$ функцийн график байгуул. Дараах цэгүүд энэ функцийн график дээр орших уу?
 а. (-0.1, -0.01) б. (0.5, 0.25) в. $(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{9})$ г. $(-\frac{3}{8}, \frac{9}{64})$

Жишээ 13. $y=3x^2$, $y=x^2$ функцүүдийн графикийг байгуулж, харьцуулаарай.

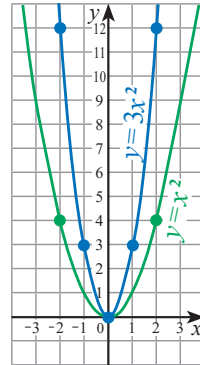
Бодолт: $y=3x^2$, $y=x^2$ функцүүдийн графикийг нэг координатын хавтгай дээр байгуулъя.

$y=3x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$3x^2$	12	3	0	3	12

$y=x^2$

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4



Графикийг харьцуулж ярилцаарай.

74 $y=\frac{1}{3}x^2$, $y=x^2$ функцүүдийн графикийг нэг координатын хавтгайд байгуул.

Графикийг харьцуулж, дүгнэлт гарга.

75 а. $y=\frac{1}{4}x^2$ функцийн утгын хүснэгтийг гүйцээ.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{1}{4}x^2$		$\frac{9}{4}$							

б. Графикийг байгуул.

в. График ашиглан $x=2.5$ үед y -ийн утгыг ойролцоогоор ол.

г. График ашиглан $\frac{1}{4}x^2 - 5 = 0$ тэгшитгэлийг бод.

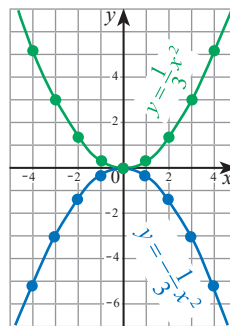
Жишээ 14. $y=-\frac{1}{3}x^2$, $y=\frac{1}{3}x^2$ функцүүдийн графикийг нэг координатын хавтгайд байгуул.

Бодолт: $y=-\frac{1}{3}x^2$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$-\frac{1}{3}x^2$	$-5\frac{1}{3}$	-3	$-1\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-1\frac{1}{3}$	-3	$-5\frac{1}{3}$

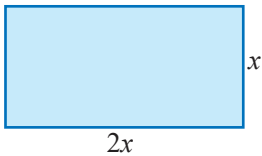
$y=\frac{1}{3}x^2$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{1}{3}x^2$	$5\frac{1}{3}$	3	$1\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	3	$5\frac{1}{3}$



75 $y = x^2$, $y = 3x^2$, $y = \frac{1}{3}x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$ функцүүдийн графикийг харьцуулж ярилц.

76



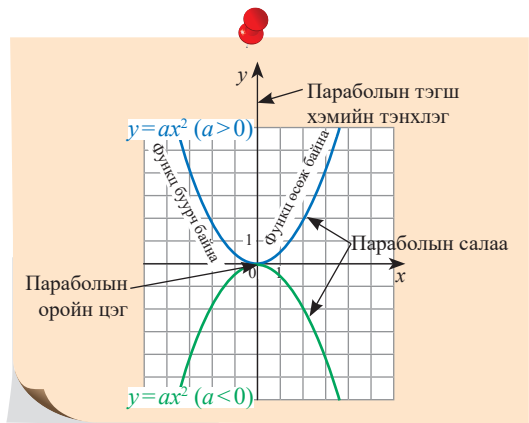
- а. Тэгш өнцөгтийн талбайг (S) олох томъёо бич.
- б. $x = 3$ см үед $S = ?$,
- в. $S = 72$ см² бол $x = ?$,
- г. S ба x -ийн хамаарлын графикийг байгуул,
- д. $S = 12$ см² бол x нь хэдтэй тэнцүү байхыг графикаа ашиглан тоймлон ол.

77

- Анхны хурд нь 0 байх, 5 м/с^2 хурдатгалтай жигд хурдсан хөдөлж байгаа биеийн t хугацаанд туулсан замыг S гэж тэмдэглэе.
- а. S ба t -ийн хамаарлын графикийг байгуул.
- б. Биеийн 50 м зам явахад зарцуулах хугацааг график ашиглан ол.
- в. График ашиглан 10 секундэд явах замыг ол.

78

- Функцийн графикийг байгуул.
- а. $y = 5x^2$, б. $y = -5x^2$,
- в. $y = \frac{1}{5}x^2$, г. $y = -\frac{1}{5}x^2$,
- д. $y = \frac{2}{3}x^2$, е. $y = -\frac{2}{3}x^2$,
- ж. $y = -\frac{3}{2}x^2$, з. $y = \frac{3}{2}x^2$

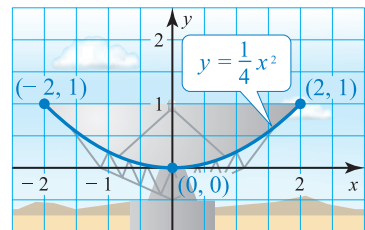


79

- $y = ax^2$ функцийн график B цэгийг дайрдаг бол a -ийн утгыг ол.
- а. $B(a, 8)$ б. $B(-\frac{1}{a}, -\frac{1}{5})$

80

- $f(x) = ax^2$ функцийн графикийг a -ийн утгаас хамааруулан шинжил.
- а. $0 < a < 1$ б. $a > 1$
- в. $-1 < a < 0$ г. $a < -1$

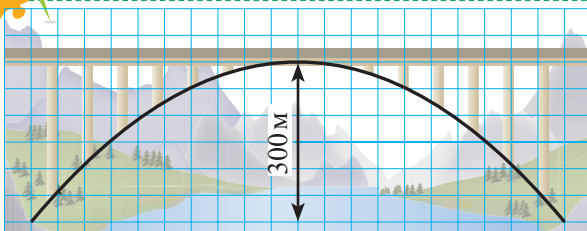


81

- Тавган антенны хөндлөн огтлолын зургийн математик загварыг харуулжээ. Энд x ба y нь метрээр илэрхийлэгдсэн гэвэл тавгийн гүн ба өргөнийг ол.



Нуман гүүр



Гүүрний урт 1 км, өндөр нь 300 м бол нумыг илэрхийлэх математик загварыг ол.

Давтах

- 82 Дарааллуудын зүй тогтлыг олж, дараагийн хоёр гишүүнийг бич.
- | | |
|-------------------------------|--|
| а. 4, 8, 12, 16, 20, ... | б. 3, 7, 11, 15, 19, ... |
| в. -5, -9, -13, -17, -21, ... | г. -19, -16, -13, -10, -7, ... |
| д. 2.5, 4, 5.5, 7, 8.5, ... | е. $1\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}$, 4, $5\frac{1}{3}$ |
| ж. 2, 8, 32, 128, 512, ... | з. 3, -6, 12, -24, 48, ... |
| и. 2, 4, 8, 32, 256, ... | к. 1, 3, 4, 7, 11, 18, ... |

- 83 Арифметик прогрессын n дүгээр гишүүний томьёог ол. Дараалал тус бүрийн өсөх, буурахыг тодорхойл.
- | | |
|-----------------------|--------------------|
| а. 4, 10, 16, ... | б. 5, 13, 21, ... |
| в. 6, 12, 18, ... | г. 20, 15, 10, ... |
| д. -25, -20, -15, ... | е. 9, 15, 21, ... |

- 84 Дарааллын эхний 5 гишүүнийг бич.
- | | |
|--------------------|---------------------|
| а. $a_n = 2n + 6$ | б. $c_n = 6n - 10$ |
| в. $d_n = n^2 - 9$ | г. $b_n = n(n + 5)$ |

- 85 Арифметик прогрессын эхний гишүүн ба ялгаврыг ол. Ерөнхий гишүүний томьёог бич.
- | | | |
|------------------------|-------------------------|---------------------------------|
| а. $a_4 = 5, a_7 = 65$ | б. $a_2 = 14, a_9 = 91$ | в. $a_{21} = 169, a_{20} = 163$ |
|------------------------|-------------------------|---------------------------------|

- 86 а. 15, 35, 63, 99, ... дарааллын дараагийн хоёр гишүүнийг ол.
 б. Дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бич.
 в. 2016 нь энэ дарааллын гишүүн болох уу?
 г. 9999 нь энэ дарааллын хэддүгээр гишүүн болох вэ?

- 87 Арифметик прогрессын хувьд $n + m = k + l$ байвал $a_n + a_m = a_k + a_l$ байхыг харуул.

- 88 а. Зургийг ажиглаад дараагийн дүрсийг зур.
-

- б. Дүрс бүрийн хувьд квадратын тоо ба дугуйн тоог дараах хүснэгтэд гүйцээж бич.

Дүрсийн дугаар	1	2	3	4	n
Квадратын тоо	1	2			n
Дугуйн тоо			11		

- в. Хэддүгээр дүрсэд 95 дугуй байх вэ?

- г. 2016 дугуйтай дүрс байх уу? Байвал хэддүгээр дүрсэд байх вэ?

- 89 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, ... дарааллын дараагийн гурван гишүүнийг бич. Дарааллын 16-р гишүүнийг ол.

- 90 Тэгшитгэлийн график байгуул.
- | | | | |
|--------------------|-------------------|----------------------|-----------------------|
| а. $y - x - 5 = 0$ | б. $3y = x - 3$ | в. $y + 4 = 0$ | г. $x - 5 = 0$ |
| д. $y + x = 2$ | е. $4y - 8 = 12x$ | ж. $6y - 2x + 4 = 0$ | з. $2x - 6y + 10 = 0$ |

- 91 Шулууны тэгшитгэлээс налалт ба Oy тэнхлэгийг огтлох цэгийн ординатыг ол.
- а. $y=3x+2$ б. $y=-2$ в. $y=-3x+9$ г. $y=-2x$
 д. $y-3x+9=0$ е. $y-3x=4$ ж. $y-x+0.1=-2$ з. $2y-2x=12$
 и. $\frac{y}{2}-\frac{x}{3}+\frac{1}{6}=0$ к. $2y-x+4=0$ л. $\frac{1}{6}y=\frac{1}{2}x-2$ м. $2y+8x-3=0$

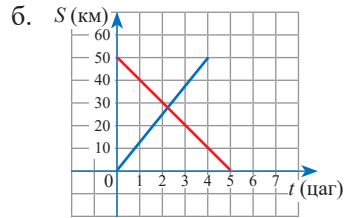
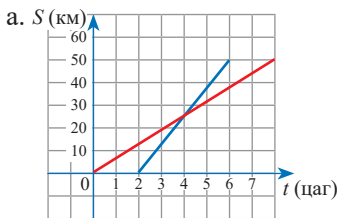
- 92 Өгсөн цэг ба налалтаар шулууны тэгшитгэл бичиж, график байгуул.
- а. $(-3, 0)$ цэгийг дайрсан, $k=2$ б. $(1, 6)$ цэгийг дайрсан, $k=-2.5$
 в. $(-1, -2)$ цэгийг дайрсан, $k=-0.25$ г. $(0, -8)$ цэгийг дайрсан, $k=0.5$

- 93 Бригад ээлжиндээ 7200 ширхэг бүтээгдэхүүн хийхээр төлөвлөжээ. Бригадын гишүүн бүр ижил тооны бүтээгдэхүүн хийх ёстой. Гурван ажилчин хүндэтгэх шалтгаанаар ажиллах боломжгүй болсон тул бригадын гишүүн бүр төлөвлөснөөс 400-аар олон бүтээгдэхүүн хийж төлөвлөгөөгөө биелүүлжээ. Бригад анх хэдэн гишүүнтэй байсан бэ?

- 94 Тэгшитгэлийн системийн шийдийг графикийн аргаар ол.

а. $\begin{cases} 1.3x-7y=2.3 \\ 6.5x-35y=11.5 \end{cases}$ б. $\begin{cases} \frac{1}{2}x-5y=9 \\ -x+10y=-5 \end{cases}$ г. $\begin{cases} x+y=27 \\ y=x+3 \end{cases}$ в. $\begin{cases} 7x-3y=1 \\ 5y-8x=2 \end{cases}$

- 95 Дараах зам-хугацааны графикт тохирсон бодлого зохиож, шийдвэрлэ.



- 96 Сурагчид Сөгнөгөрийн голын усны урсацыг хэмжиж 1 минутад 150 м^3 ус урсан өнгөрч байгааг тогтоожээ.

- а. t минутад урсан өнгөрөх усны хэмжээ V -г олох томъёо бич.
 б. t -ийн утгыг 60 минут хүртэл аваад V ба t -ийн хамаарлын график байгуул.
 в. График ашиглан 40 минутад урсах усны хэмжээг ойролцоогоор тодорхойл.
 г. График ашиглан хэдэн минутад 5 тонн ус урсан өнгөрөхийг ол.

- 97 а. $y=-\frac{8}{x}$ функцийн графикийг байгуул.

- б. $y=-\frac{8}{x}$ функцийн графикийг $-8 \leq x \leq 8$ ба $-2 \leq y \leq 8$ завсарт байгуул.

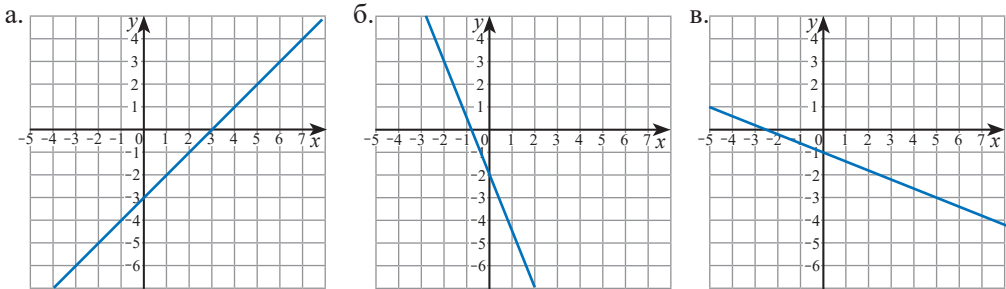
- в. График ашиглан $-\frac{8}{x}=5$, $-\frac{8}{x}=-2$ тэгшитгэлийн шийдийг 0.1 нарийвчлалтай ол.

- 98 Функцийн графикийг байгуул.

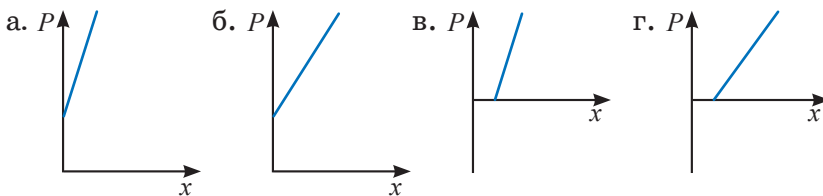
а. $y=4x^2$ б. $y=-4x^2$ в. $y=\frac{1}{3}x^2$ г. $y=-\frac{1}{3}x^2$
 д. $y=\frac{3}{4}x^2$ е. $y=-\frac{3}{4}x^2$ ж. $y=\frac{5}{3}x^2$ з. $y=-\frac{5}{3}x^2$

Өөрийгөө сорих - 5

- 1 Зүй тогтлыг олж, дараагийн 3 гишүүнийг бич.
- а. 11, 23, 35, ..., ..., ... б. 100, 89, 78, ..., ..., ...
 в. -56, -43, -30, ..., ..., ... г. 2, -20, -42, ..., ..., ...
- 2 Арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томъёо өгөгджээ. Эхний 5 гишүүнийг олж, өсөх буурах эсэхийг тогтоо.
- а. $a_n = -3n + 7$ б. $c_n = 87 - 25n$ в. $c_n = -\frac{3}{5}n + \frac{7}{15}$
- 3 Арифметик прогрессын ялгаврыг ол. Ялгаврын утгаас прогресс өсөх, буурах эсэхийг тогтоож чадах уу?
- а. $b_2 = 9, b_{10} = -199$ б. $c_3 = 18, c_{11} = 62$ в. $a_{10} = -12, a_{21} = -67$
- 4 Тэгшитгэлийн графикийг байгуул.
- а. $2y - 3x = 6$ б. $8x = 5y - 9$ в. $-5x = 5y + 21$
- 5 Шулууны налалт болон Oy тэнхлэгийг огтлох цэгийг олж, тэгшитгэлийг бич.



- 6 Тэгш өнцөгтийн өргөн нь ургаасаа 3-аар богино. Аль графикт тэгш өнцөгтийн периметр P нь өргөн x -ээсээ хэрхэн хамаарахыг харуулсан байна вэ?



- 7 Шугаман тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бод.
- а. $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 4x + 3y = 7 \end{cases}$ б. $\begin{cases} x = 8y + 3 \\ 3y - x = -8 \end{cases}$ в. $\begin{cases} y - x = 17 \\ y = 4x + 2 \end{cases}$

- 8 а. $y = \frac{6}{x}$ функцийн графикийг байгуул. $x = -2$ бол $y = ?$ $y = 1$ бол $x = ?$
 $A(0, 6)$ цэг энэ функцийн график дээр орших эсэхийг тогтоо.
- а. $y = -\frac{6}{x}$ функцийн графикийг байгуул. $x = 3$ бол $y = ?$ $y = -6$ бол $x = ?$
 $B(-6, 0)$ цэг энэ функцийн график дээр орших эсэхийг тогтоо.

VI БҮЛЭГ. ӨНЦӨГ, ДҮРС, БАЙГУУЛАЛТ

Гүдгэр олон өнцөгтийн дотоод ба гадаад өнцөг

- Дадлага ажил: Гүдгэр n өнцөгтийн дотоод өнцгүүдийн нийлбэрийг олох
- а. Гүдгэр n өнцөгтийн дотор дурын M цэг сонгон авч орой бүртэй холбоход хэдэн ширхэг ямар дүрс давхцалгүйгээр үүссэнийг тогтооно.
 - б. Үүссэн дүрс тус бүрийн дотоод өнцгүүдийн нийлбэрийг тооцоолж олно.
 - в. M цэг дээрх гүйцэд өнцгийг, үүсгэж байгаа өнцгүүдийн нийлбэрээр бичнэ.
 - г. Олсон нийлбэрүүдийг ашиглан гүдгэр n өнцөгтийн дотоод өнцгүүдийн нийлбэрийг олно.
 - д. Дүгнэлт гарган ярилцана.



- M цэгийн сонголт үр дүнд нөлөөлөх үү?
- Гүдгэр олон өнцөгтийн хэлбэр үр дүнд нөлөөлөх үү?
- $n = 3, n = 4, n = 5, n = 6$ үед үр дүнг шалга.

ГҮДГЭР n ӨНЦӨГТИЙН ДОТООД ӨНЦГИЙН ЧАНАР

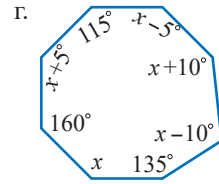
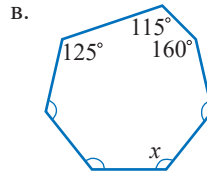
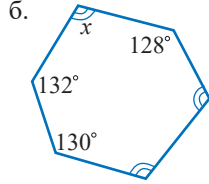
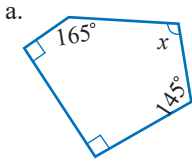
Гүдгэр n өнцөгтийн бүх дотоод өнцгийн нийлбэр $(n-2) \times 180^\circ$ байна.

- 1 Гүдгэр n өнцөгтийн дотоод өнцгүүдийн нийлбэрийг ол.
а. $n = 7$ б. $n = 8$ в. $n = 9$ г. $n = 10$ д. $n = 12$
- 2 Гүдгэр а. $n = 7$ б. $n = 8$ в. $n = 9$ г. $n = 10$ д. $n = 12$ өнцөгтийг зур. Транспортироор дотоод өнцөг бүрийг хэмжиж, нийлбэрийг нь ол. Өмнөх бодлогын үр дүнтэй харьцуулж, дүгнэлт гаргаарай.
- 3 Асуултад хариулж, зургаар харуул.
Гүдгэр n өнцөгтийн хувьд:
а. Оройн тоо 1-ээр ихсэхэд дотоод өнцгүүдийн нийлбэр хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?
б. Оройн тоо 1-ээр багасахад дотоод өнцгүүдийн нийлбэр хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?
в. $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ тохиолдол тус бүрд хамгийн олондоо хэдэн дотоод өнцөг нь мохоо байх боломжтой вэ?
г. $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ тохиолдол тус бүрд хамгийн олондоо хэдэн дотоод өнцөг хурц байх боломжтой вэ?
- 4 Зөв олон өнцөгтийн дотоод өнцгийг тооцоол.
а. 4 б. 5 в. 6 г. 7 д. 8

● Бүх тал нь тэнцүү урттай ба бүх дотоод өнцөг нь тэнцүү байх олон өнцөгтийг зөв олон өнцөгт гэдэг.

5 Зөв n өнцөгтийн нэг дотоод өнцөг нь өгсөн бол n хэд вэ?
 а. 150° б. 144° в. 140° г. 135°

6 Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийг тооцоол.



7 Гүдгэр 7 өнцөгтийн дараалсан 4 өнцгийн нийлбэр 540° ба эдгээрийн нэг өнцөг нь 160° , нөгөө гурван өнцгийн харьцаа $2:3:5$ байв. Харин үлдсэн гурван өнцгийн харьцаа $1.5:2.5:5$ бол долоон өнцөгтийн өнцгүүдийг олоорой.

8 Гүдгэр 8 өнцөгтийн хөрш биш орой дахь 4 өнцгийн нийлбэр 680° ба эдгээрийн бага нь 75° , нөгөө гурван өнцгийн харьцаа $1:2:2$ байв. Харин үлдсэн дөрвөн өнцгийн харьцаа $4.5:6.5:3:6$ бол найман өнцөгтийн өнцгүүдийг олоорой.

- Дадлага ажил:** Гүдгэр n өнцөгтийн бүх гадаад өнцгийн нийлбэрийг олох
- а. n өнцөгтийн орой бүр дэх гадаад өнцгийг нь тэмдэглэнэ.
 - б. Гадаад өнцөг бүрийг харгалзах дотоод өнцгөөр нь илэрхийлнэ.
 - в. Бүх гадаад өнцгийн нийлбэрийг олох илэрхийлэл бичнэ.
 - г. Энэ илэрхийлэлд бүх дотоод өнцгийн нийлбэрийг ашиглана.
 - д. Дүгнэлт гарган ярилцана.

Олон өнцөгтийн нэг орой дахь дотоод өнцөгтэй хамар өнцгийг энэ орой дахь гадаад өнцөг гэнэ.

- Олон өнцөгтийн хэлбэр болон оройн тоо тооцоололд нөлөөлөх үү?
- Олон өнцөгтийн бүх гадаад өнцгийн нийлбэр яагаад n -ээс хамаарахгүй байна вэ?

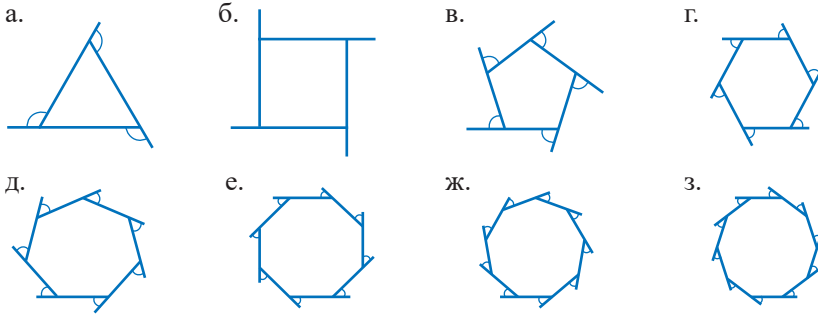
ГҮДГЭР n ӨНЦӨГТИЙН ГАДААД ӨНЦГИЙН ЧАНАР
 Гүдгэр n өнцөгтийн гадаад өнцгүүдийн нийлбэр нь 360° байна.

Зөв олон өнцөгтийн гадаад өнцөг бүр $\frac{360^\circ}{n}$ байна.

9 Асуултад хариулж, дүгнэлт гарга.
 а. Олон өнцөгтийн нэг орой дахь хоёр гадаад өнцөг тэнцүү байх уу?
 б. Олон өнцөгтийн бүх орой дахь гадаад өнцгүүд тэнцүү байж болох уу?

10 Зөв n өнцөгтийн нэг гадаад өнцөг өгсөн бол n хэд байх вэ?
 а. 30° б. 36° в. 40° г. 45°

- 11 Зөв олон өнцөгт тус бүрийн гадаад өнцгийг транспортироор хэмжиж $\frac{360^\circ}{n}$ чанар биелж байгаа эсэхийг шалга.

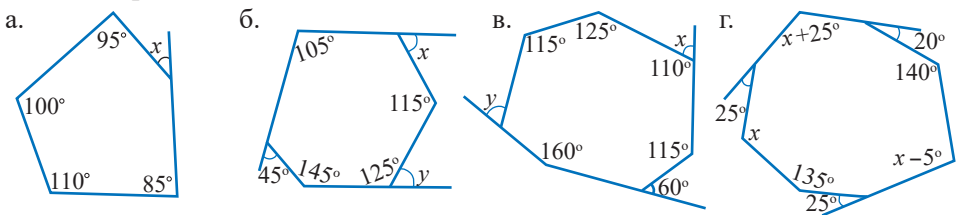


- 12 Асуултад хариулж, зургаар харуул.

Гүдгэр олон өнцөгтийн хувьд:

- а. Оройн тоо 1-ээр ихсэхэд эсвэл 1-ээр багасахад бүх гадаад өнцгийн нийлбэр өөрчлөгдөх үү?
 б. $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ тохиолдол тус бүрд хамгийн олондоо хэдэн гадаад өнцөг мохоо байх боломжтой вэ?
 в. $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ тохиолдол тус бүрд хамгийн олондоо хэдэн гадаад өнцөг хурц байх боломжтой вэ?

- 13 Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийг тооцоол.



- 14 Гүдгэр 9 өнцөгтийн дөрвөн орой дахь гадаад өнцгүүдийн нийлбэр нь 120° ба тэдгээрийн харьцаа $2:3:3:4$ байв. Харин үлдсэн таван гадаад өнцгийн харьцаа нь $4:6.5:5.5:2.2:5.8$ бол гүдгэр есөн өнцөгтийн дотоод өнцгүүдийг ол.

- 15 Гүдгэр 10 өнцөгтийн хөрш биш таван орой дахь гадаад өнцгийн нийлбэр нь 160° ба эдгээрийн хамгийн их нь 45° , хамгийн бага нь 15° , үлдсэн гурван өнцгийн харьцаа нь $3:4:3$ байв. Үлдсэн таван орой дахь дотоод өнцгийн харьцаа $5:2:3:8:7$ байв. Гүдгэр арван өнцөгтийн дотоод өнцгүүдийг ол.

- 16 Гүдгэр 6 өнцөгтийн хамгийн урт диагональ татахад хоёр тэнцүү дөрвөн өнцөгт үүсэв. Нэг дөрвөн өнцөгтийн гадаад өнцгүүд нь $1:2:4:5$ харьцаатай бол гүдгэр 6 өнцөгтийн гадаад өнцгүүдийг ол.

- 17 Гүдгэр n өнцөгт хэдэн диагональтай вэ?

Гурвалжны дундаж шугам, өндөр, медиан, биссектрис байгуулах

ГУРВАЛЖНЫ ДУНДАЖ ШУГАМ, МЕДИАН, БИСЕКТРИС

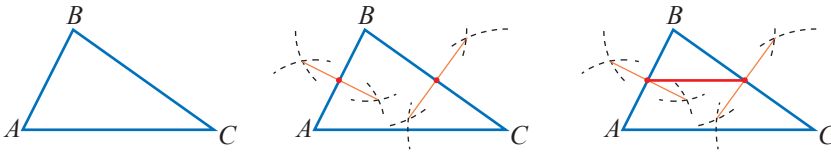
Гурвалжны талуудын дундаж цэгүүдийг холбосон хэрчмийг **дундаж шугам** гэнэ.
 Гурвалжны оройг эсрэг талын дундаж цэгтэй холбосон хэрчмийг **медиан** гэнэ.
 Гурвалжны дотоод өнцгийн биссектрис эсрэг талтай огтлолцоход үүсэх хэрчмийг **гурвалжны биссектрис** гэнэ.

Геометрийн байгуулалтуудыг хуваарьгүй шугам, гортигоор байгуулна.

Байгуулалт 1: ABC гурвалжны талуудын дундаж цэгүүдийг холбосон хэрчим (дундаж шугам)-ийг байгуул.

Өгсөн: ABC гурвалжин

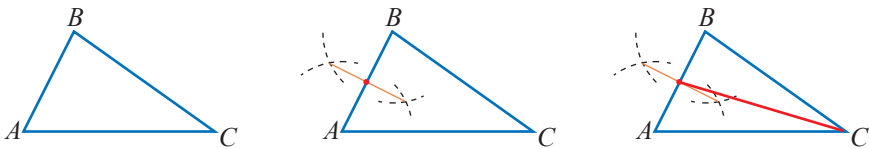
Байгуулах алхам: Хэрчмийн дунджийг олох байгуулалт хэрэглэнэ.



Байгуулалт 2: Гурвалжны аль нэг оройг эсрэг талын дундажтай холбосон хэрчим байгуул.

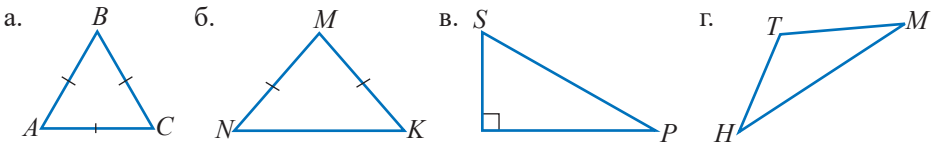
Өгсөн: ABC гурвалжин

Байгуулах алхам: Хэрчмийн дунджийг олох байгуулалт хэрэглэнэ.



? Гурвалжинд хэдэн дундаж шугам, медиан байж болох вэ?
 Байгуулалт хийж ярилцаарай.

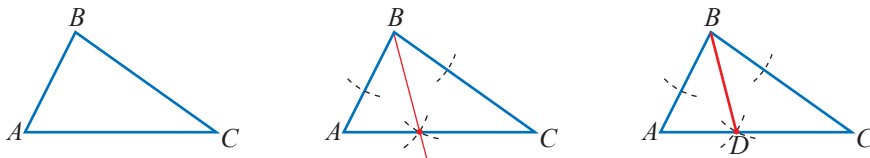
18 Гурвалжны дундаж шугам, медианыг байгуул.



Байгуулалт 3: Гурвалжны оройн дотоод өнцгийн биссектрис татаарай.

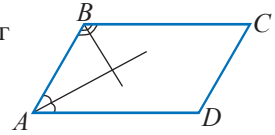
Өгсөн: ABC гурвалжин

Байгуулах алхам: Өнцгийн биссектрис татах байгуулалт хэрэглэнэ.

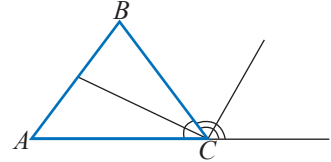


18 Гурвалжинд хэдэн биссектрис татаж болох вэ? Байгуулалт хийж ярилцаарай.

19 Параллелограммын зэрэгцээ хоёр оройн биссектрисийг байгуул. Огтлолцолд нь ямар өнцөг үүсэж байна вэ?

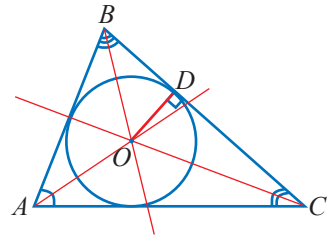


20 Гурвалжны нэг орой дахь дотоод, гадаад өнцгийн биссектрисийг байгуул. Биссектрис хооронд ямар өнцөг үүсэж байна вэ?



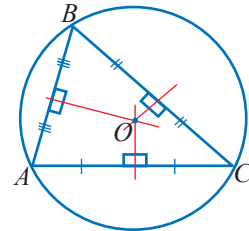
Дадлага ажил: Гурвалжинд багтсан тойрог байгуулах

- а. ABC гурвалжин зурна.
- б. A, B, C өнцгийн биссектрисүүдийн огтлолцлын цэгийг O гэж тэмдэглэнэ.
- в. O цэгээс BC талд перпендикуляр буулгаж, суурийн цэгийг D гэж тэмдэглэнэ.
- г. O цэгт төвтэй OD радиустай тойрог зурна.



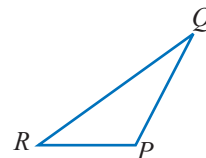
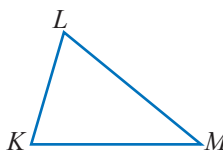
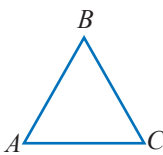
Дадлага ажил: Гурвалжныг багтаасан тойрог байгуулах

- а. ABC гурвалжин зурна.
- б. AB, BC, AC талуудын дунджид перпендикуляр босгоно.
- в. Огтлолцлын цэгийг O гэж тэмдэглэнэ.
- г. O цэгт төвтэй OA радиустай тойрог зурна.



21 Тэгш өнцөгт гурвалжин зураад талуудын дунджид перпендикуляр шулуун байгуул.

22 Дараах гурвалжнуудын хувьд:

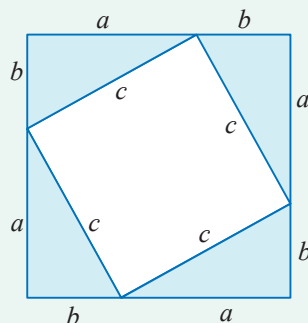


- а. Орой бүрээс эсрэг талд буусан өндрийг байгуул.
- б. Гурвалжны бүх дундаж шугам, медиан, биссектрисийг байгуул.
- в. Өндрүүд (медиан, биссектрис) хоорондоо хэдэн цэгээр, хаана огтлолцсон бэ?
- г. Өндрүүдийн огтлолцлын цэг хаана байгааг ажиглаж, ярилцаарай.

23 Тэгш өнцөгт гурвалжныг нэг катет, түүний эсрэг орших хурц өнцгөөр нь байгуул.

Пифагорын теорем

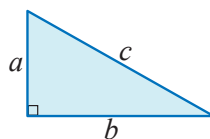
- **Дадлага ажил:** Пифагорын теорем
- Өгсөн зургийг ашиглан тэгш өнцөгт гурвалжны
- c талыг a ба b талаар нь илэрхийлье.
- а. Том квадратын талын уртаар талбайг нь олно.
- б. Тэнцүү дөрвөн тэгш өнцөгт гурвалжны нийт талбайг олно.
- в. Жижиг квадратын талын уртаар талбайг олно.
- г. Дүрсийн талбай нь хуваагдсан хэсгүүдийнхээ талбайн нийлбэртэй тэнцүү байдаг чанарыг ашиглан илэрхийлэл бичнэ.
- д. Төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэж, үр дүнд хүрнэ.



ПИФАГОРЫН ТЕОРЕМ

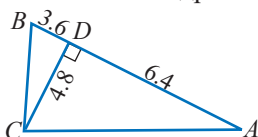
Тэгш өнцөгт гурвалжны гипотенузын квадрат нь катетуудын квадратуудын нийлбэртэй тэнцүү.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Жишээ 1.

Гурвалжны нэг өнцгийн оройгоос буулгасан өндрийн урт 4.8 см. Энэхүү өндөр нь буусан талаа 3.6 см ба 6.4 см урттай хэсгүүдэд хуваасан бол нөгөө хоёр талын уртыг олоорой.



Бодолт: Пифагорын теорем хэрэглэвэл:

CBD тэгш өнцөгт гурвалжнаас

$$BC^2 = CD^2 + BD^2 \Rightarrow BC^2 = 4.8^2 + 3.6^2 \Rightarrow BC = \sqrt{23.04 + 12.96} = \sqrt{36} = 6 \text{ см болно.}$$

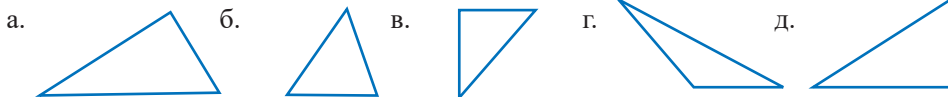
CDA тэгш өнцөгт гурвалжнаас

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 \Rightarrow AC^2 = 4.8^2 + 6.4^2 \Rightarrow AC = \sqrt{23.04 + 40.96} = \sqrt{64} = 8 \text{ см болно.}$$

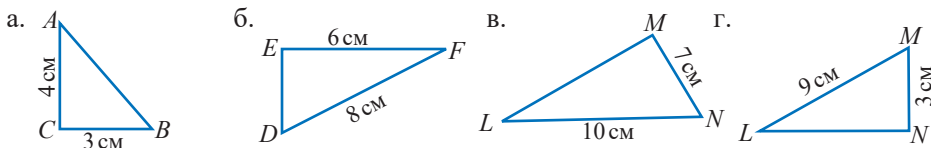
Пифагорын теорем

Энэ теоремыг МЭӨ 580-500 онд амьдарч байсан Грекийн математикч Пифагор нээсэн. Энэхүү теоремын 500 гаруй баталгаа хийгдсэн байна. Хамгийн олон баталгаатай теорем болж Геннисийн номд бүртгэгджээ.

24. Аль нь тэгш өнцөгт гурвалжин бэ?



25. Тэгш өнцөгт гурвалжны мэдэгдэхгүй байгаа талын уртыг ол.



26. Аль гурвал нь тэгш өнцөгт гурвалжны талууд болох вэ?

- а. 5 см, 10 см, 12 см б. 12 см, 16 см, 20 см в. 1.6 см, 3 см, 3.4

г. $\sqrt{5}$ см, $\sqrt{6}$ см, $\sqrt{7}$ см
 е. 2.2 см, 2.4 см, 3.3 см

д. 1 см, $\sqrt{2}$ см, $\sqrt{3}$ см
 ж. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ см, $\sqrt{\frac{1}{3}}$ см, $\sqrt{\frac{1}{6}}$ см

Гурвалжны тал a, b, c -ийн хувьд $c^2 = a^2 + b^2$ тэнцэтгэл биелж байвал уг гурвалжин тэгш өнцөгт гурвалжин байна.

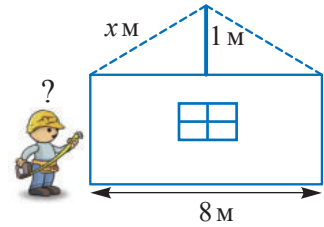
Жишээ 2. Байшингийн дээврийн нуруунд орох модны хэмжээг олоход нь мужаанд туслаарай.

Бодолт: **Ойлгох:** Өргөн 4 м, өндөр 1 м байх дээврийн нурууны уртыг олно.

Төлөвлөх: $a = 1, b = 4$ ба Пифагорын теорем ашиглан c гипотенузын уртыг олох

Бодох: $c^2 = a^2 + b^2 = 1^2 + 4^2 = 17, c = \sqrt{17} \approx 4.1$

$\sqrt{17}$ -г аравтын бутархайгаар хэрхэн илэрхийлэх вэ? $4^2 = 16$ ба $5^2 = 25$ тул $\sqrt{17}$ тоо нь 4 ба 5 гэсэн тооны хооронд оршиж байна. Эндээс шалгавал 4.1 байна.

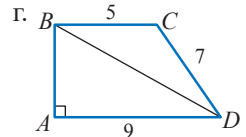
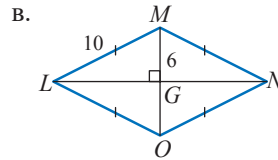
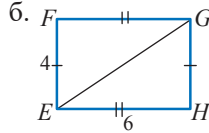
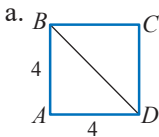


Тооны машин ашиглан 17 -оос язгуур гаргахдаа

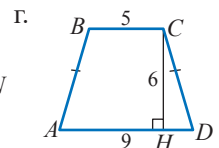
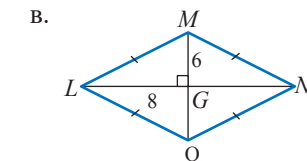
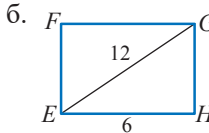
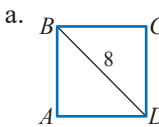
$\sqrt{17}$

Дэлгэц дэх хариунаас өөрт хэрэгтэй орноор тоймлон хэрэглэнэ.

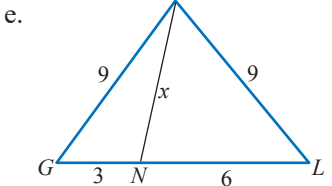
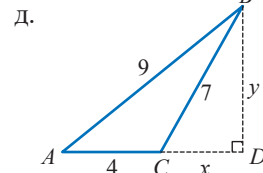
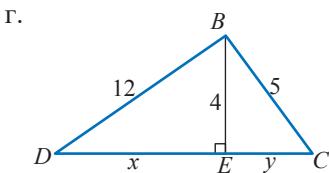
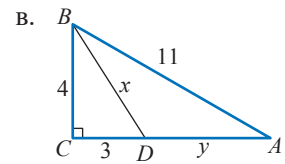
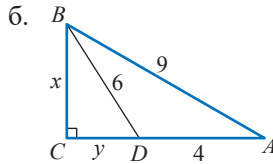
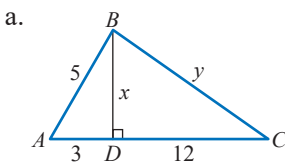
27 Диагоналийн уртыг ол.



28 Талын уртыг ол.



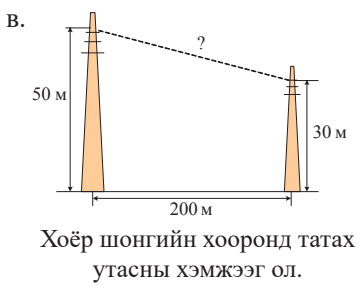
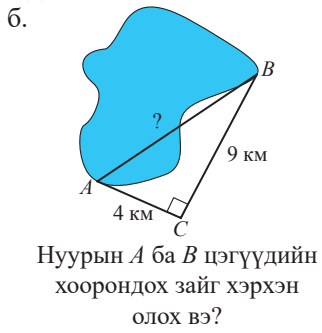
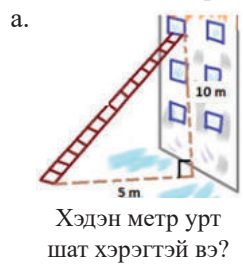
29 Мэдэгдэхгүй байгаа талуудын уртыг ол.



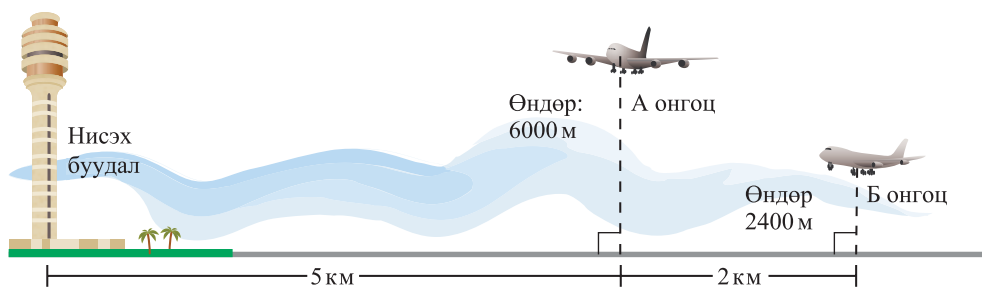
- 30 Тэгш өнцөгт гурвалжны катетууд нь 28 м ба 3хм байв. Гипотенуз нь 5хм бол х-ийг ол.
- 31 а. Адил хажуут гурвалжны хажуу тал 17 см ба суурь 16 см бол өндрийг ол.
б. Адил хажуут гурвалжны суурь 10 см ба суурь дахь өнцөг 45° бол хажуу талын уртыг ол.
- 32 Адил хажуут трапецын их, бага сууриуд харгалзан 4 см, 8 см ба хажуу талын урт 3 см бол өндрийг нь ол.
- 33 Зурагтын дэлгэцийн хэмжээг диагоналийн уртаар илэрхийлдэг (40 инчийн зурагтын диагональ 40 инч).
1 инч ≈ 2.54 см ба зурагтын урт 90 см бол өндрийг нь ол.
- 34 Усан сан $25\text{ м} \times 12\text{ м}$ хэмжээтэй бөгөөд тамирчин нэг булангаас түүний эсрэг орших булан хүртэл сэлсэн бол энэ зайг ол.
- 35 Цаасан шувуу газраас 6 м өндөрт нисэж байсан бөгөөд утасны урт 10 м бол цаасан шувууны эгц доорх цэг хүртэл хэдэн метр алхах хэрэгтэй вэ?
- 36 Гэрэлт цамхгийн оройгоос усан онгоц хүртэл 80 м. Харин сууриас онгоц хүртэл 60 м зайтай бол гэрэлт цамхгийн өндрийг ол.



37 Өгсөн нөхцөлөөр бодлогуудыг бод.



38 Аль онгоц нисэх буудалд илүү ойр байна вэ?

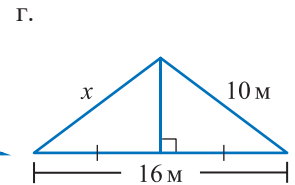
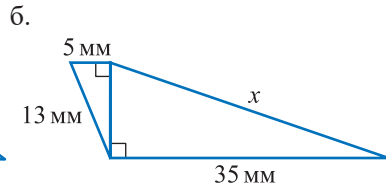
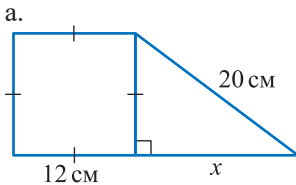


39 Нисдэг тэрэг 20 м өндрөөс ачаа буулгажээ. Цэрэг ачааг авахын тулд 40 м зам туулна. Цэрэг, нисдэг тэрэг хоёрын хооронд ямар зайтай вэ?

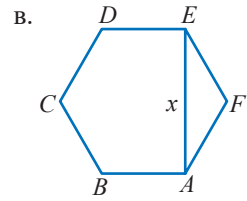
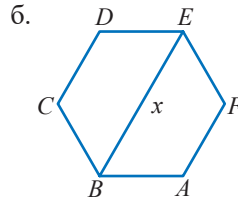
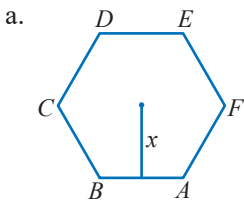
40 Хилийн багана 9 м өндөртэй бөгөөд баганын оройгоос газар хүртэл 14 м гинжээр бэхэлжээ. Гинжний газарт бэхэлсэн цэгээс баганын суурь хүртэлх зайг ол.

41 ABC тэгш өнцөгт гурвалжны AC катет дээр орших D цэгийг дайруулан татсан BD шулуун нь A цэгийг дайрсан AC -д перпендикуляр шулуунтай E цэгт огтлолцоно. Хэрэв $BA = 53$ см, $AD = 8$ см, $DC = 20$ см бол AE хэрчмийн уртыг ол.

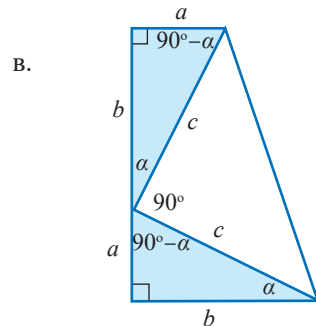
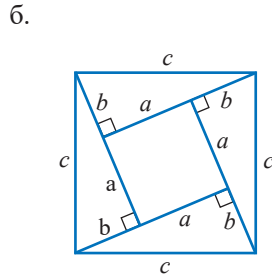
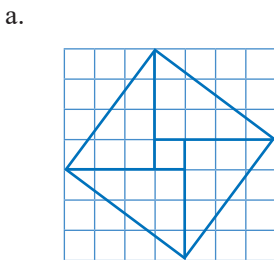
42 x -ийг ол.



43 Зөв зургаан өнцөгтийн тал 4 см бол мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг олоорой.



44 Дүрсийг ашиглан Пифагорын теоремыг батал.



45 Тэгш өнцөгт гурвалжны медиануудын квадратын нийлбэр нь гипотенузын квадратын $\frac{3}{2}$ -тай тэнцүү байхыг харуул.

46 Тэгш өнцөгт гурвалжны хурц өнцгүүдийн оройгоос гарсан медиануудын квадратын нийлбэр нь гипотенузын квадратын $\frac{5}{4}$ -тай тэнцүү байхыг харуул.

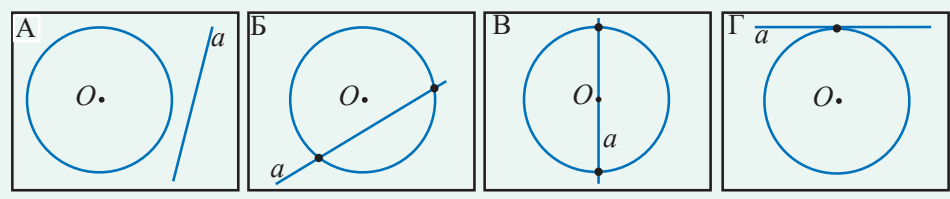


Тэгш өнцөг үүсгэх

Эртний Египетчүүд ижил урттай зангидсан 12 зангилаа бүхий олсоор тэгш өнцөг үүсгэн хэрэглэдэг байжээ. Тэгш өнцөг үүсгэх тэдний аргыг $3^2 + 4^2 = 5^2$ тэнцэл ашиглан олоорой.

Тойрог ба шулууны харилцан байршил

“Шулуун ба тойрог зур.” гэсэн даалгаврыг сурагч дараах байдлаар гүйцэтгэв.



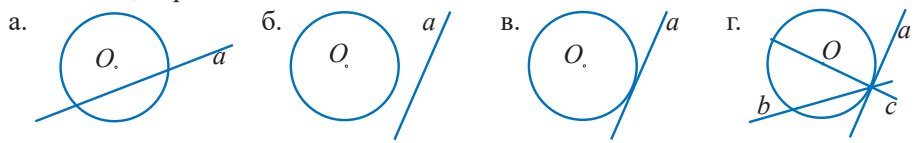
- Асуултад хариулж, дүгнэлт гаргаарай.
- а. Б, В зургууд юугаараа ижил, юугаараа ялгаатай байна вэ?
 - б. А, Г зургууд юугаараа ялгаатай байна вэ?
 - в. Тойрог ба шулуун хэдэн янзаар харилцан байрлаж болох вэ?
 - г. Тойрог ба шулууны харилцан байршил тус бүрийг юу гэж нэрлэж болох вэ?

ТОЙРОГ БА ШУЛУУНЫ ХАРИЛЦАН БАЙРШИЛ

Тойрог ба шулуун нь:
нэг ч ерөнхий цэггүй буюу *огтлолцоогүй*
нэг ерөнхий цэгтэй буюу *шүргэлцсэн*
хоёр ерөнхий цэгтэй буюу *огтлолцсон*
 гэсэн гурван янзаар байрлаж болно.

Хоёр дүрсэд аль алинд нь харьяалагдах цэгийг тэдгэрийн ерөнхий цэг гэнэ.

47 Тойрог, шулууны харилцан байршилыг тогтоож шүргэлцсэн, огтлолцсон цэгүүдийг тэмдэглэж, нэрлэ.



- 48 а. Тойрогтой үл огтлолцох болон тойрогтой шүргэлцсэн шулуун тойргийн төвийг дайрч болох уу?
 в. Тойрогтой огтлолцсон шулуун бүр тойргийн төвийг дайрах уу?

Цэгээс шулуунд буулгасан перпендикуляр хэрчмийн уртыг цэгээс шулуун хүртэлх зай гэдэг.

- 49 Тохирох зургийг зурж, өгүүлбэрийг гүйцээж нөх.
- а. Тойрог ба шулуун хамгийн олондоо ерөнхий цэгтэй байна.
 - б. Тойргийн огтлогч шулуун тойргийн төвийг дайрах
 - в. Тойргийн төвөөс шүргэгч шулуун хүртэлх зай нь төвөөс шүргэлтийн цэг хүртэлх зай буюу тойргийн
 - г. Огтлолцлын цэгүүдийг холбоход үүсэх хэрчим нь:
 - тойргийн төвийг дайрч байвал тойргийн байна.
 - тойргийн төвийг дайраагүй бол тойргийн байна.

- 50 Дүгнэлтийг гүйцээж бич.
- R радиустай тойргийн төв O цэгээс a шулуун хүртэлх зайг d гэе.
- а. $d > R$ бол байна.
 - б. $d = R$ бол байна.
 - в. $d < R$ бол байна.

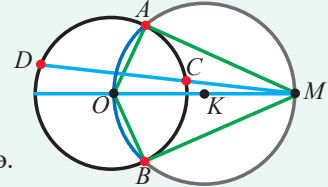
г. Эдгээрээс $d \neq R$ бол гэсэн дүгнэлт гарна.

- Дадлага ажил: Тойргийн шүргэгч, огтлогч байгуулах
- O цэгт төвтэй, R радиустай тойрог ба түүний гадна орших M цэг өгчээ. M цэгээс энэ тойрогт татагдсан шүргэгч ба огтлогч байгуул.

Ойлгох: M цэг дээр эхтэй цацрагийн олонлог нь өгсөн тойрогтой ерөнхий цэггүй, нэг ерөнхий цэгтэй, хоёр ерөнхий цэгтэй гэсэн гурван дэд олонлогт хуваагдана. Тойргийн төв O цэгээс тойргийг шүргэх цацраг хүртэлх зай R байх ёстой.

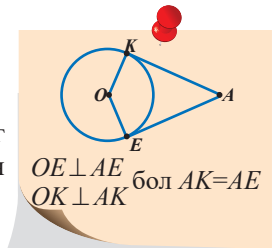
Байгуулах алхам:

- а. Тойрог зурж, M цэг тэмдэглэнэ.
- б. OM диаметртэй, K цэгт төвтэй тойрог байгуулна.
- в. Тойрог ба шулууны харилцан байршил ашиглан M цэгээс татсан шүргэгч ба огтлогчийг тэмдэглэнэ.



Зургаас харахад:

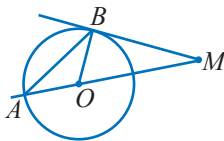
1. Тойрогтой нэг ерөнхий цэгтэй цацрагийн олонлог MA ба MB гэсэн 2 элементтэй.
2. AMB өнцгийн дотор цэнхэр өнгөөр зурагдсан цацраг бүр өгсөн тойрогтой 2 ерөнхий цэгтэй цацрагуудын олонлогийн элемент болно. MD хэрчмийг уг тойрогт M цэгээс татсан огтлогч гэнэ.



- Байгуулалтаас MA , MB хэрчмүүдийн уртыг жишиж болох уу?
- M цэгээс татсан ямар огтлогч нь хамгийн урт байх вэ?

- 51 O цэгт төвтэй $R=3$ см радиустай тойрог зур. Тойргийн гадна орших M цэг тэмдэглээд энэхүү цэгээс шүргэгчүүд болон хамгийн урт огтлогч байгуул.
- 52 Тойрог дээр орших A цэгт тойргийн хэдэн шүргэгч татаж болох вэ? Тойргийг A цэг дээр нь шүргэх шүргэгчийг байгуул.
- 53 Тойргийн AB хөвчийн төгсгөлийн цэгүүд дээр татсан хоёр шүргэгч огтлолцох уу? Ямар үед огтлолцохгүй вэ?

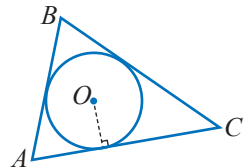
54



M цэгээс O цэгт төвтэй тойрогт MB шүргэгч, MA огтлогч татав. $\angle BMA = 20^\circ$ бол AOB гурвалжны өнцгүүдийг ол.

55

Зурагт өгсөн ABC гурвалжны периметрийн хагас нь P , тойргийн радиус r бол талбай нь $S = Pr$ байхыг харуул.



Тэнцүү огтлогч

Тойргийн тэгш хэмт чанарыг ашиглан гадна нь орших M цэгээс тойрогт:

- а. Тэнцүү урттай хоёр огтлогч тус тус байгуул.
- б. Тэнцүү урттай хоёр шүргэгч

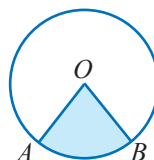
Төв өнцөг, тойрогт багтсан өнцөг



- Асуултын дагуу харилцан ярилцаж, дүгнэлт гаргаарай.
- а. Пиццаг тэнцүү хэсгүүдэд ямар аргаар хуваах вэ?
- б. Цэг дээр 360° эргэхэд ямар үр дүн ажиглагддаг вэ?
- в. Пиццаг өгсөн тоогоор тэнцүү хэсэгт хуваахдаа хэрхэн тооцоолох вэ?

СЕКТОР

Дугуйн хоёр радиусын хоорондох хэсгийг **сектор** гэдэг. Секторын AB хүрээг **нум** гээд \widehat{AB} гэж тэмдэглэдэг.

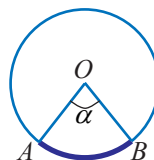


Тойргийг 360 тэнцүү хуваасны нэг хэсгийг 1 градусын нум гээд түүнд тулсан төв өнцгийг хэмжих үндсэн нэгжээр 1° гэж авдаг.

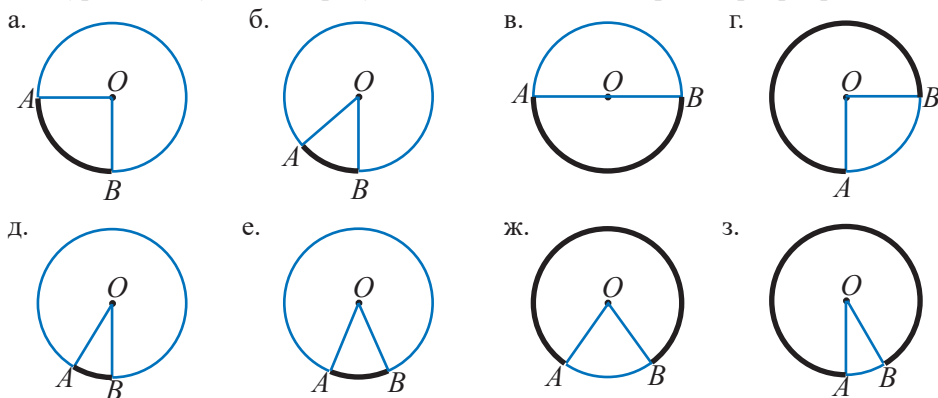
ТӨВ ӨНЦӨГ

Тойргийн төв дээр оройтой өнцгийг **төв өнцөг** гэнэ. AOB төв өнцгийг AB нумд **тулсан өнцөг** гэдэг. Төв өнцөг бүр тулсан нумд нь хэдэн ширхэг 1 градусын нум байгаагаар хэмжигдэнэ.

$$\angle AOB = \widehat{AB}$$



56 Тод зурсан AB нум хэдэн градусынх вэ? Таамаглалаа транспортироор шалга.



57 Өмнөх дасгалын тодруулсан нумд тулсан төв өнцгийг тэмдэглэж, хэмжээг тооцоол. Тодруулсан нум бүхий секторуудыг нэрлэ.

58 Тойргийн төв өнцгийг транспортир хэрэглэн өгсөн хэмжээтэйгээр байгуул.

Эдгээр төв өнцөг бүхий секторүүдийг тэмдэглэж, нэрлэ.

- а. 45° б. 60° в. 75° г. 135° д. 270° е. 80° ж. 90° з. 120°

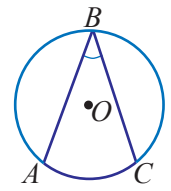
59 Тойргийн AB нумд тулсан төв өнцөг хэд байх вэ?

60 Өгсөн тойргийн AB нумыг тэмдэглэ. Орой нь тойрог дээр, талууд нь тойргийг A ба B цэгээр огтлох өнцөг зур. Ийм өнцгүүд хоорондоо ямар шинжээрээ ялгагдах талаар ярилцаарай.

- Тойрог дээр ялгаатай A, B, C цэгүүд тэмдэглээд AB ба BC хөвчүүд татаарай. Асуултад хариулж, дүгнэлт гаргаарай.
- а. AB ба BC хөвчүүд нэг шулуун дээр орших боломжтой юу?
- б. AB ба BC хөвчүүдээр ямар онцлог чанартай дүрс үүсэж байна вэ?
- в. Үүссэн өнцгийн хувьд тойргийн төв O цэг хаана байрлаж байгаагаар нь ялгавал хэдэн янзаар зурагдах вэ?

БАГТСАН ӨНЦӨГ

Орой нь тойрог дээр орших, талууд нь тойргийг огтлох өнцгийг **тойрогт багтсан өнцөг** гэнэ.

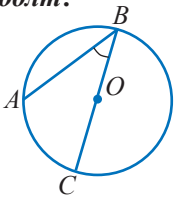


Зурагт үзүүлснээр ABC өнцөг тойрогт багтсан ба AC нумд тулж байна.

Жишээ 3. Тойрогт багтсан өнцгийн хувьд тойргийн төв нь дараах гурван тохиолдлоор зурагдана. Тохиолдол бүрд ABC өнцгийн хэмжээг тооцоолъё.

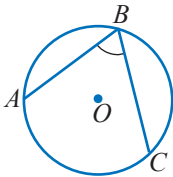
Бодолт:

а.



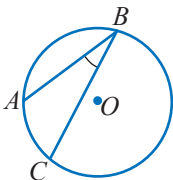
AO радиус татахад $AO=BO$ тул $\angle ABO = \angle BAO$ байна. ABO гурвалжны гадаад өнцгийн чанар ёсоор $\angle AOC = \angle ABO + \angle BAO = 2\angle ABO$ байна. Эндээс $\angle ABC = \angle ABO = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{\widehat{AC}}{2}$ болов.

б.



BM диаметр татахад $\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM$ байна. а. тохиолдолд олсноор $\angle ABM = \frac{\widehat{AM}}{2}$ ба $\angle CBM = \frac{\widehat{CM}}{2}$. Эндээс $\angle ABC = \frac{\widehat{AM}}{2} + \frac{\widehat{CM}}{2} = \frac{\widehat{AC}}{2}$ болов.

в.

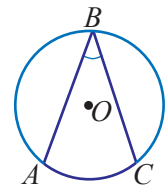


BM диаметр татахад $\angle ABC = \angle ABM - \angle CBM$ байна. а. тохиолдолд олсноор $\angle ABM = \frac{\widehat{AM}}{2}$ ба $\angle CBM = \frac{\widehat{CM}}{2}$. Эндээс $\angle ABC = \frac{\widehat{AM}}{2} - \frac{\widehat{CM}}{2} = \frac{\widehat{AC}}{2}$ болов.

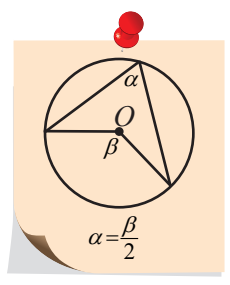
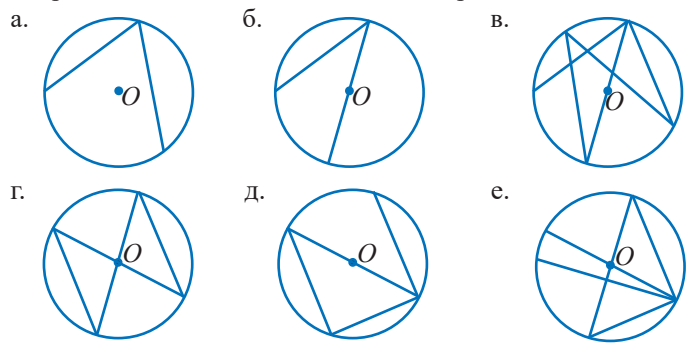
БАГТСАН ӨНЦГИЙН ЧАНАР

Тойрогт багтсан аливаа өнцөг нь тулсан нумынхаа хагасаар хэмжигдэнэ.

$$\angle ABC = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

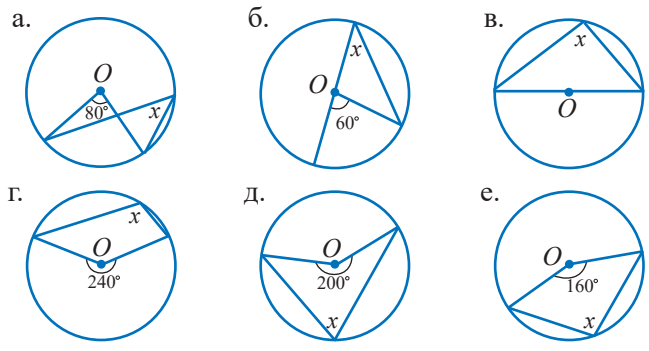


61 Тойрогт багтсан өнцгийг тэмдэглэж, нэрлэ.



62 56 дугаар бодлогын тодруулсан нумд тулсан багтсан өнцгийг зурж, хэмжээг нь тооцоол.

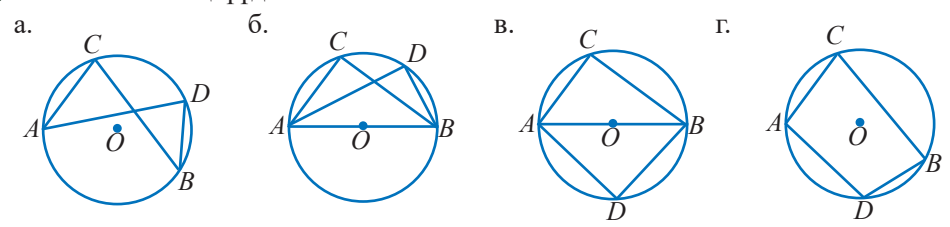
63 x өнцгийг ол.



Тойргийн нэг нумд тулсан бүх багтсан өнцгүүд тэнцүү байна.

Диаметрт тулсан багтсан өнцөг 90° байна.

64 ACB ба ADB өнцгүүдийг жиш.



65 AOB төв өнцөг 170° бол тойрогт багтсан ACB өнцгийн хэмжээг тохиолдол бүрд тооцоол.

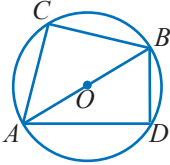
66 Тойрогт багтсан AKB өнцөг нь 95° бол тойрогт багтсан AMB өнцөг болон AOB төв өнцгийг тооцоол.

67 Тойрогт багтсан ACB өнцөг 90° бол AB хөвч нь уг тойргийн диаметр болохыг харуул.

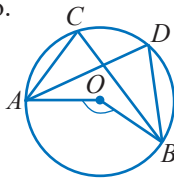
68 Тойргийн AB диаметр ба BC хөвч татав. Хэрэв AOC өнцөг 160° бол ABC гурвалжны дотоод өнцгүүдийг ол.

69 ACB ба ADB өнцгүүдийн нийлбэрийг ол.

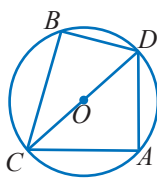
а.



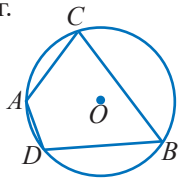
б.



в.

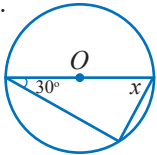


г.

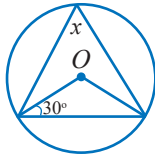


70 Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийг ол.

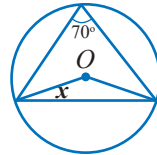
а.



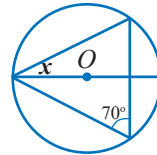
б.



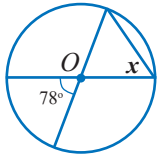
в.



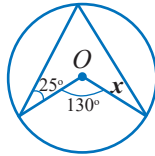
г.



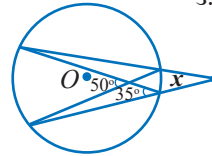
д.



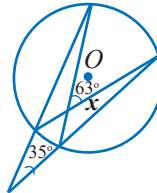
е.



ж.



з.



71* Тэгш өнцөгт гурвалжны тэгш өнцгийн оройгоос буусан медианы урт гипотенузын хагастай тэнцүү болохыг батал.

72* Дурын тойрог өгсөн бол гурвалжин шугам ашиглан тойргийн төвийн байршлыг тогтоо.

73* Дурын гурвалжныг тойрогт багтааснаар бүх дотоод өнцгийн нийлбэр 180° болохыг харуул.

Төлөвлөгөө

- Гурвалжин шугамаар тойрогт багтсан тэгш өнцөг зурна.
- Өнцгийн талууд тойрогтой огтлолцсон цэгүүдийг холбож хөвч тэмдэглэнэ.
- Үүссэн хөвчийн дундаж цэгийг олно.

74* Тойрогт багтсан аливаа дөрвөн өнцөгтийн эсрэг орших өнцгүүдийн нийлбэр 180° болохыг батал.

75* Хурц өнцөгт ABC гурвалжны A оройг багтаасан тойргийн төв O цэгтэй холбов. A оройгоос AN өндөр буулгахад $\angle HAB = \angle CAO$ болохыг батал.



Таван хошуу



Таван хошууны бүх орой дахь өнцгүүдийн нийлбэрийг дараах алхмын дагуу тооцоол.

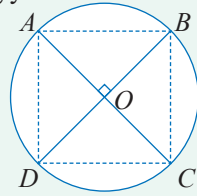
- Таван хошууны орой бүр тойргийн ямар нумд тулж байгааг тогтоо.
- Эдгээр нумуудын хэмжээг харьцуул.
- Багтсан өнцгийн чанарыг ашиглаарай.

Олон өнцөгт байгуулах

Олон өнцөгт байгуулахдаа хуваарьгүй шугам, гортиг хэрэглэнэ.

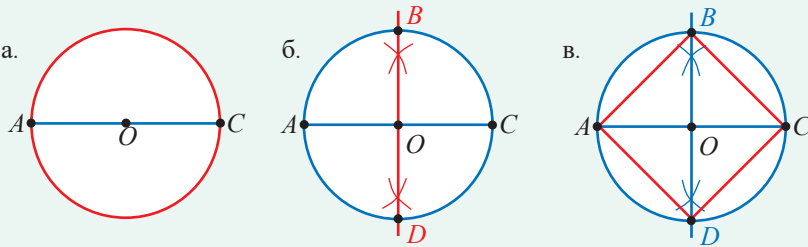
Дадлага ажил: Тойргийг тэнцүү хуваах аргаар квадрат байгуулах

Шинжлэх: Тойргийн төвийг дайрсан харилцан перпендикуляр хоёр шулуунаар тойргийг огтлоход үүсэх дөрвөн цэг нь квадратын оройнууд байна.



Байгуулалт хийх алхам:

- Тойрог зурж, төвийг O , диаметрийн төгсгөлүүдийг A, C гэж тэмдэглэнэ.
- AC хэрчмийн дунджид перпендикуляр шулуун байгуулж, тойргийг огтлох цэгүүдийг B, D гэж тэмдэглэнэ.
- A, B, C, D цэгүүдийг шугамаар холбож AB, BC, CD, DA хэрчмүүдийг зурна.



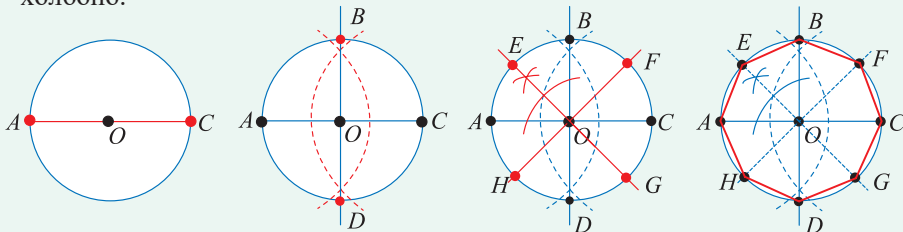
Баталгаа: $AC \perp BD$ ба $AO = OB = OC = OD$ тул гурвалжны төсөөгийн ТӨТ-ын шинжээр $\triangle AOB = \triangle COB = \triangle AOD = \triangle COD$ байна. Эндээс $AB = BC = CD = AD$ ба $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$ тул квадрат болж батлагдав.

Дадлага ажил: Тойргийг тэнцүү хуваах аргаар зөв найман өнцөгт байгуулах

Шинжлэх: Тойргийн төвийг дайрсан харилцан перпендикуляр хоёр шулуун ба тэдгээрийн хооронд үүсэх тэгш өнцгүүдийн биссектрисийг байгуулахад тойрог дээр хоорондоо ижил зайтай 8 цэг үүснэ.

Байгуулалт хийх алхам:

- O цэгт төвтэй, тойрог байгуулна. Диаметрийн төгсгөлийг A, C гэж тэмдэглэнэ.
- Диаметрийн дундаж цэгт перпендикуляр шулуун байгуулна.
- Тойрогтой огтлолцох цэгийг B, D гэж тэмдэглэнэ.
- $\angle AOB, \angle COB, \angle AOD, \angle COD$ өнцгүүдийн биссектрис байгуулна.
- Тойрогтой огтлолцох цэгүүдийг тэмдэглээд, найман цэгийг дэс дараалан холбоно.



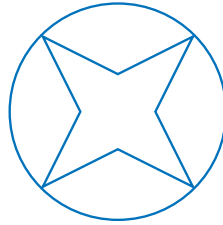
Баталгаа:

Үндсэн байгуулалт хийх алхмаар харилцан перпендикуляр шулуун, 90° өнцөг бүрийн биссектрис байгуулсан. Энд үүссэн 8 адил хажуут гурвалжин нь гурвалжны тэнцүүгийн ТӨТ шинжээр тэнцүү байх тул сууриуд нь тэнцүү байна. Иймд бидний байгуулсан дүрс зөв 8 өнцөгт болно.

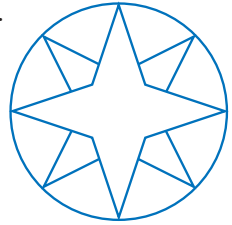
76 Дээрх байгуулалтыг ашиглан:

- а. Зөв 8 өнцөгт б. Зөв 16 өнцөгт в. Зөв 24 өнцөгт
тус тус байгуул.

а.



б.



77 Зурагт өгсөн хээг байгуул.

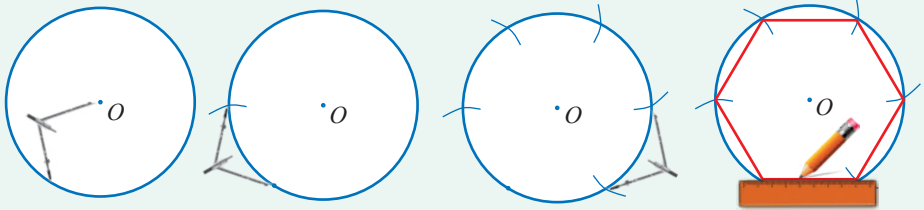
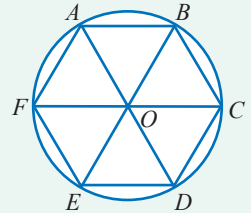
Дадлага ажил: Тойргийг тэнцүү хуваах аргаар зургаан өнцөгт байгуулах

Шинжлэх: Зургаан өнцөгтийг багтаасан тойргийн төвийг оройнуудтай холбоход зургаан зөв гурвалжин үүснэ.

Иймд гортигоо тойргийн радиустай тэнцүү урттайгаар дэлгэж тойргийг зургаан нумд хуваана.

Байгуулалт хийх алхам:

- O цэгт төвтэй тойрог байгуулна.
Тойрог дээр дурын цэг тэмдэглэнэ.
- Уг цэг дээр гортигийн зүүг байрлуулж радиустай тэнцүү зайд тойргийг огтлох цэг тэмдэглэнэ.
- Тэмдэглэсэн цэг дээр гортигийн зүүг байрлуулж дээрх үйлдлийг давтан хийнэ.
- Тойрог дээр тэмдэглэсэн цэгүүдийг үүссэн дарааллаар нь дэс дараалан холбоно.



78 Дээрх байгуулалтын баталгааг хийгээрэй.

79 Тойргийг тэнцүү хуваах аргаар зөв зургаан өнцөгт үүсгэдэгийг ашиглан зөв гурвалжин байгуул.

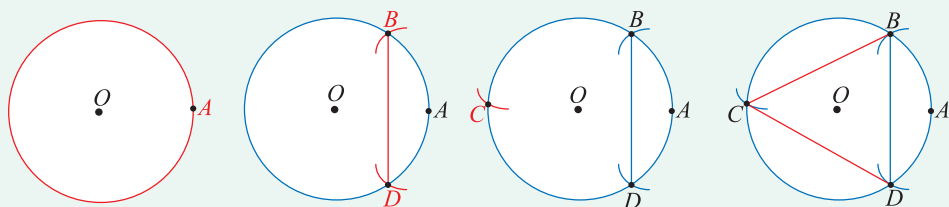
80 Тойргийн OB радиусын дунджид перпендикуляр шулуун татаж, шулууны тойрогтой огтлолцох цэгүүдийг A, D гэж тэмдэглээрэй. $OABD$ дөрвөн өнцөгтийн хэлбэрийг тогтоогоорой. Оройн өнцгүүдийг ол.

Дадлага ажил: Тойргийг тэнцүү хуваах аргаар зөв гурвалжин байгуулах

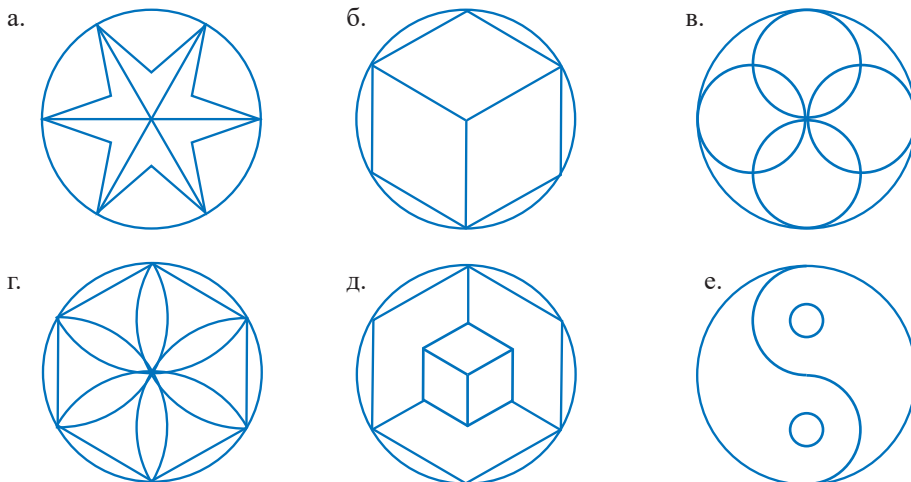
Шинжлэх: Радиусын дунджид перпендикуляр шулууны тойрогтой огтлолцох цэгүүдийг радиусын төгсгөлтэй холбосон хэрчмийн урт нь радиустай тэнцүү байдгийг ашиглана.

Байгуулалт хийх алхам:

- O цэгт төвтэй, A цэгийг дайрсан тойрог байгуулна.
- Радиусыг өөрчлөхгүйгээр A цэгт төвтэй тойрог зурна.
Хоёр тойргийн огтлолцлын цэгийг B ба D гэж тэмдэглэнэ.
- BD хэрчимтэй тэнцүү радиустай, B цэгт төвтэй тойрог татаж анхны тойрогтой огтлолцох цэгийг C гэж тэмдэглэнэ.
- CB , CD хэрчмүүдийг зурна.

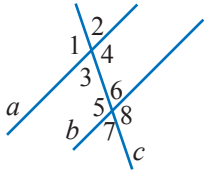


- Дээрх байгуулалтын баталгааг хийгээрэй.
- Зөв а. 12 өнцөгт, б. 24 өнцөгт, в. 16 өнцөгт, г. 5 өнцөгт тус тус байгуул.
- Зөв зургаан өнцөгт байгуулах аргыг ашиглан зөв гурвалжин байгуул.
- Тойргийг 6 тэнцүү хуваах аргаар хэдэн зөв гурвалжин үүсгэж болох вэ?
- Тойргийг 8 тэнцүү хуваах аргаар хэдэн квадрат үүсгэж болох вэ?
- Дүрс байгуулаарай.



Солбисон өнцгийн хэрэглээ

- Аяллын ширээ газартай параллел эсэхийг хэрхэн мэдэх вэ?



Хэрэв $a \parallel b$ бол

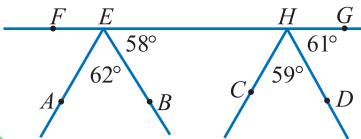
I. $\angle 2 = \angle 6$ ба $\angle 3 = \angle 7$

III. $\angle 1 = \angle 8$ ба $\angle 4 = \angle 7$

II. $\angle 3 = \angle 6$ ба $\angle 4 = \angle 5$

IV. $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ ба $\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$ байна.

Жишээ 4. Аль цацрагууд параллел байна вэ?



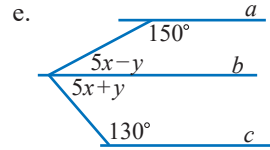
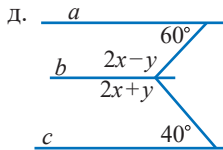
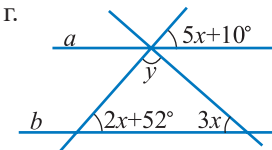
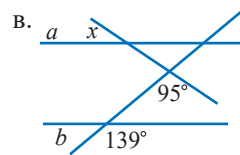
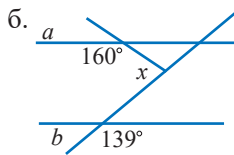
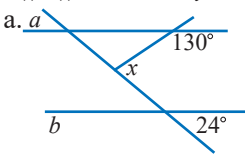
Бодолт:

$\angle AEH = \angle AEB + \angle BEH = 62^\circ + 58^\circ = 120^\circ$,

$\angle CHG = \angle CHD + \angle DHG = 59^\circ + 61^\circ = 120^\circ$.

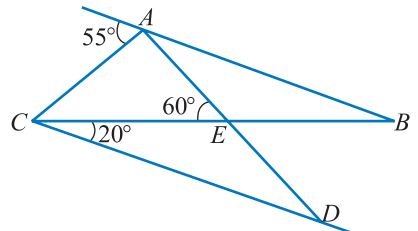
Иймд $AE \parallel CH$ байна.

87. $a \parallel b \parallel c$ бол x ба y -ийг ол.



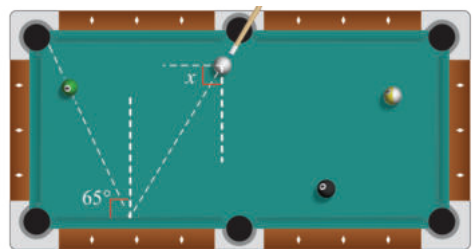
88. Зурагт AEC , ECD өнцгүүд болон ABC гурвалжны A орой дахь гадаад өнцгийн хэмжээ өгчээ. $AB \parallel CD$ бол дараах өнцгүүдийн хэмжээг тооцоолж ол.

- а. $\angle CED$ б. $\angle ACE$ в. $\angle CDE$
г. $\angle ABE$ д. $\angle EAB$ е. $\angle AEB$



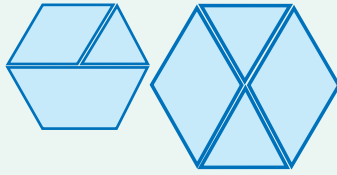
Бөмбөг цохих чиглэл

Биллиардын спортод цагаан бөмбөгөөр бусдыг нь цохиж, ширээ тойрсон 6 нүхний аль нэг рүү оруулдаг. Ногоон бөмбөгийг зүүн дээд булангийн нүх рүү оруулахын тулд цохиураа ширээний ирмэгтэй хэдэн градусын өнцөг үүсгэж байхаар барих вэ?

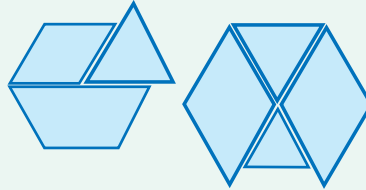


Төсөөтэй дүрсүүд

Том, жижиг 2 зургаан өнцөгтийг дүрсүүдэд хуваажээ.



Эдгээр дүрсүүд холигдсон байсныг 2 сурагч хувааж аваад эвлүүлэхэд дараах байдалтай болов.



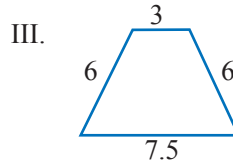
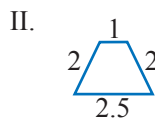
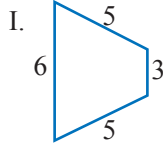
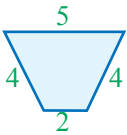
Асуултад хариулж, дүгнэлт гарга.

Солигдсон хоёр гурвалжны:

- өнцгүүд нь ялгаатай хэмжээтэй юу?
- талын урт нь зөрөөтэй юу?
- харгалзах талуудынх нь харьцаа ижил байх уу?

Жишээ 5.

Аль дүрсийн талууд нь өгсөн дүрсийн харгалзах талуудтай пропорционал байна вэ?



Бодолт: I. $\frac{6}{5} = 1.2, \frac{5}{4} = 1.25, \frac{3}{2} = 1.5$

II. $\frac{2.5}{5} = 0.5, \frac{2}{4} = 0.5, \frac{1}{2} = 0.5$

III. $\frac{7.5}{5} = 1.5, \frac{6}{4} = 1.5, \frac{3}{2} = 1.5$

Пропорционал биш байна.

Пропорционал байна.

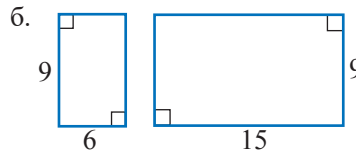
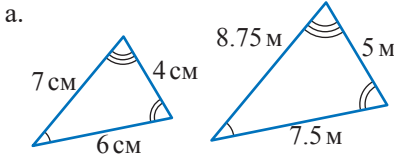
Пропорционал байна.

ТӨСӨӨТЭЙ ДҮРСҮҮД

Харгалзах өнцгүүд нь тэнцүү бөгөөд бүх харгалзах талуудынх нь харьцаа тогтмол k байх хоёр дүрсийг төсөөтэй дүрсүүд гэнэ. k -г төсөөгийн коэффициент гэнэ.

Жишээ 1-д өгсөн дүрс нь II ба III дүрстэй төсөөтэй байна.

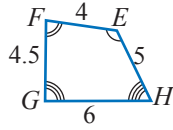
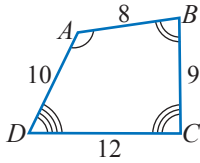
89 Хос дүрсүүд төсөөтэй эсэхийг шалга.



90 Дурын хоёр

а. тэгш өнцөгт б. квадрат в. зөв таван өнцөгт г. зөв зургаан өнцөгт
төсөөтэй байх уу? Ямар нөхцөлд төсөөтэй байх вэ?

Төсөөтэй хоёр дүрсийг тэмдэглэхдээ оройнуудын дарааллыг ижил эрэмбээр бичнэ. Энэ нь тэнцүү өнцгүүдийг, харгалзах талуудыг харуулдаг.



Төсөөтэй дүрсүүд:

$$ABCD \sim EFGH$$

Тэнцүү өнцгүүд:

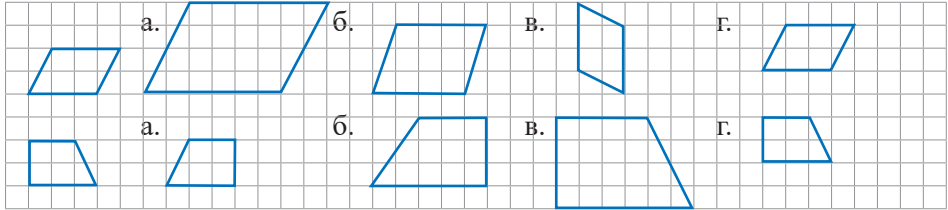
$$\angle A = \angle E, \angle B = \angle F,$$

$$\angle C = \angle G, \angle D = \angle H$$

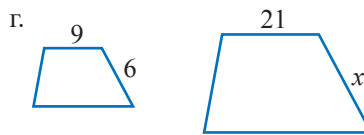
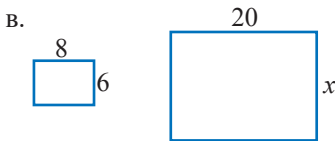
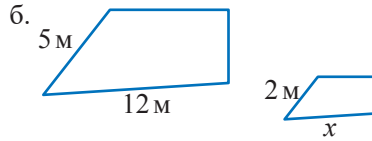
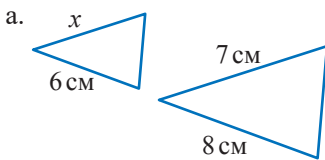
Харгалзах талууд:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$$

91. Аль нь өгсөн дүрстэй ямар коэффициенттэйгээр төсөөтэй дүрс вэ? Хариултаа болон бусад сонголтын талаар тайлбарлаарай.



92. Дүрсүүд төсөөтэй бол x -ийг ол.



93. Хоёр өнцөг нь 130° , үлдсэн хоёр өнцөг нь 50° байх төсөөтэй биш дөрвөн өнцөгтүүд оршин байх боломжтой юу? Хариултаа тайлбарла.

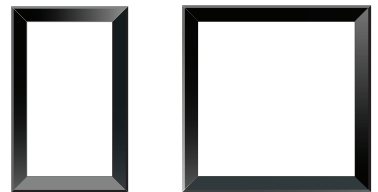
94. Тэгш өнцөгтийн бүх талыг

а. 20% ихэсгэж зуржээ

б. 6см-ээр ихэсгэж зуржээ.

Үүссэн тэгш өнцөгт нь анхны тэгш өнцөгттэй төсөөтэй байх уу?

95. Тэгш өнцөгт болон квадрат хэлбэрийн зургийн жааз байв. Аль ч жаазны өргөн 10 см бол жааз бүрийн дотор хүрээгээр үүсэх дүрс нь гадна хүрээгээр үүсэх дүрстэйгээ төсөөтэй байх уу?



96. MNK гурвалжны талууд $MN:MK:KN=3:2:2$ харьцаатай байв. MNK гурвалжинтай төсөөтэй гурвалжны периметр нь 35 байсан бол тал тус бүрийнх нь уртыг ол.

97. Нэг дүрстэй төсөөтэй хоёр дүрс хоорондоо төсөөтэй байна гэж харуул.

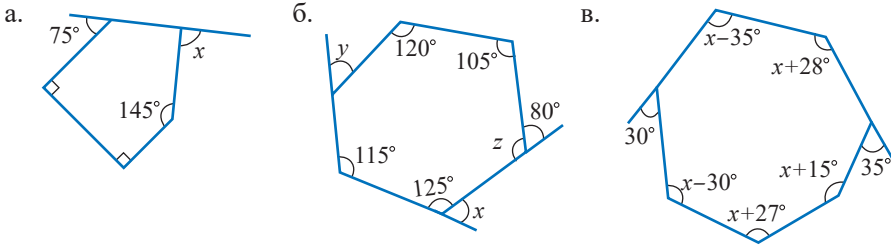
Давтах

98 $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7$ гүдгэр долоон өнцөгтийн сондгой дугаартай оройнууд дахь дотоод өнцгүүдийн нийлбэр 520° ба харьцаа нь $4.5 : 6.5 : 3 : 6$ байв. Үлдсэн гурван орой дахь дотоод өнцгүүдийн харьцаа нь $7 : 5 : 8$ бол гүдгэр долоон өнцөгтийн өнцгүүдийг ол.

99 Зөв n өнцөгтийн нэг гадаад өнцөг өгсөн бол n -ийг ол.

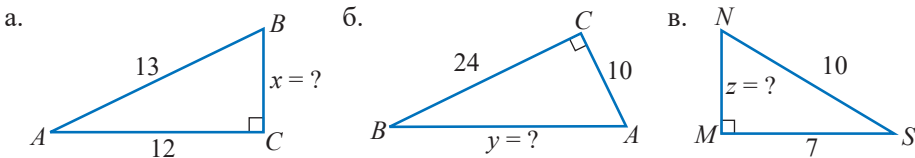
- а. 30° б. 36° в. 40° г. 45°

100 Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийн хэмжээг ол.



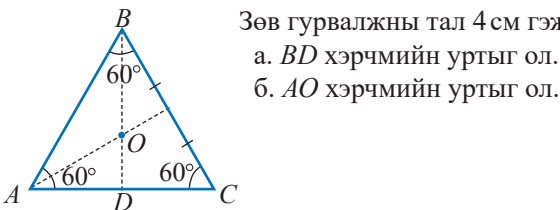
101 Гүдгэр 8 өнцөгтийн хөрш биш дөрвөн орой дахь дотоод өнцгүүдийн нийлбэр 540° ба харьцаа нь $3.5 : 5.5 : 4 : 5$ байв. Үлдсэн дөрвөн орой дахь гадаад өнцгүүд нь $2.5 : 4.5 : 3 : 2$ харьцаатай бол гүдгэр 8 өнцөгтийн дотоод болон гадаад өнцөг бүрийг тооцоол.

102 Тэгш өнцөгт гурвалжны мэдэгдэхгүй байгаа талын уртыг ол.



103 Тэгш өнцөгт гурвалжны катетууд $5 : 3$ харьцаатай. Гипотенуз нь 12 см бол гурвалжны периметрийг ол.

104 Зөв гурвалжны тал 4 см гэж өгөгджээ.



105 Аль гурвал нь тэгш өнцөгт гурвалжны талууд болох вэ?

- а. 3, 4, 5 б. 13, 12, 5 в. 9, 13, 7

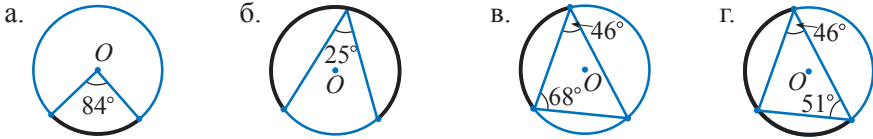
106 Адил хажуут трапецын суурийн өнцөг нь 45° , хажуу тал нь $9\sqrt{2}$ см, диагональ нь 15 см байв. Трапецын периметр ба талбайг ол.

107 m ба n ($m > n$) нь натурал тоонууд бол дараах гурвал нь Пифагорын гурвал болж чадах уу? Тийм бол батлаад, үгүй бол эсрэг жишээ гарга.

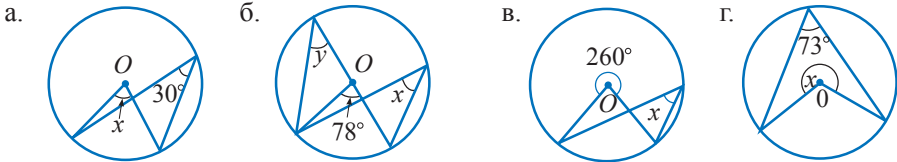
$$2mn, m^2 - n^2, m^2 + n^2$$

108 Тойргийн K цэгт шүргэгч татаж, түүнд перпендикуляр бөгөөд K цэгийг дайрах огтлогч байгуул.

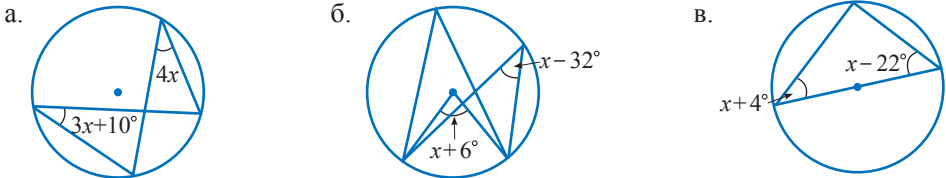
109 Тодруулсан нумын хэмжээг тооцоол.



110 x, y өнцгийг ол.



111 x -ийг ол.

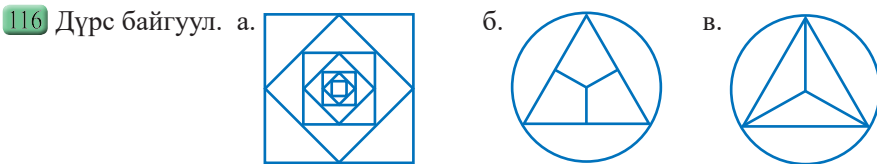


112 Тойрогт багтсан AKB өнцөг нь 105° бол тойрогт багтсан AMB өнцөг болон AOB төв өнцгийг тооцоол.

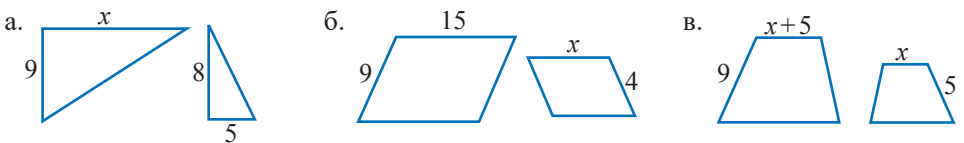
113 Тойргийн AB диаметр ба BC хөвч татав. Хэрэв AOC өнцөг 145° бол ABC гурвалжны дотоод өнцгүүдийг ол.

114 Ижил радиустай а. 2, б. 3 тойрог ашиглан зөв гурвалжин байгуул.

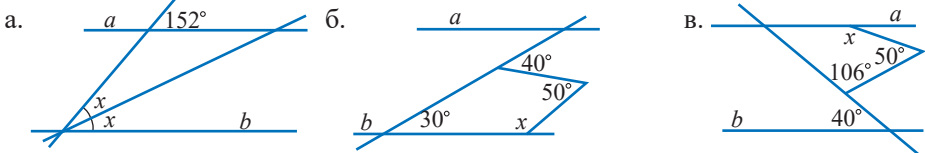
115 Ижил радиустай 7 тойрог ашиглан зөв зургаан өнцөгт байгуул.



117 Хос дүрсүүд төсөөтэй бол мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.



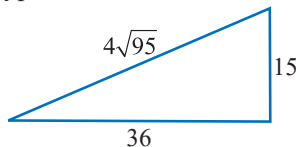
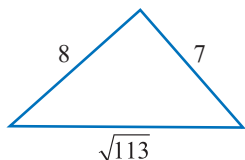
118 $a \parallel b$ бол x -ийг ол.



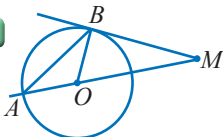
Өөрийгөө сорих - 6

- 1 Зөв n өнцөгтийн нэг дотоод өнцөг 140° бол n -ийг ол. Дотоод өнцгүүдийн нийлбэрийг ол.
- 2 Зөв n өнцөгтийн нэг гадаад өнцөг 22.5° бол олон өнцөгтийн талын тоо хэд вэ?
- 3 а. 6 см, 8 см, 10 см талтай гурвалжин байгуул.
б. Орой бүрээс эсрэг талд буусан өндрийг байгуул.
в. Гурвалжны бүх дундаж шугам, медиан, биссектрисийг байгуул.

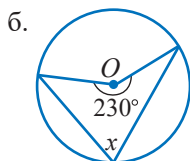
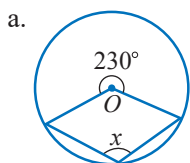
- 4 Хоёр гурвалжны аль нь тэгш өнцөгт гурвалжин болохыг тогтоо.
 - а.
 - б.



- 5 Тэгш өнцөгтийн талууд 3:4 харьцаатай ба диагоналын урт 10 см бол талуудын уртыг ол.

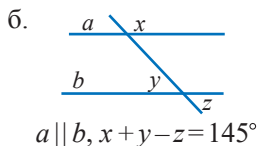
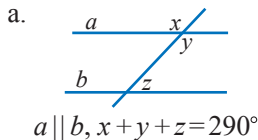
- 6  M цэгээс O цэгт төвтэй тойрогт MB шүргэгч, MA огтлогч татав. $\angle A = 30^\circ$ бол ABM гурвалжны өнцгүүдийг ол.

- 7 x -ийг ол.



- 8 Зөв 12 өнцөгт байгуул.

- 9 x, y, z -ийг ол.



- 10 Хэрэв $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ бол дараах тэнцэтгэлүүдийн аль нь үнэн байх вэ?

а. $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ б. $\frac{AB}{DE} = \frac{CA}{FE}$ в. $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DE}$ г. $\frac{CA}{FD} = \frac{BC}{EF}$

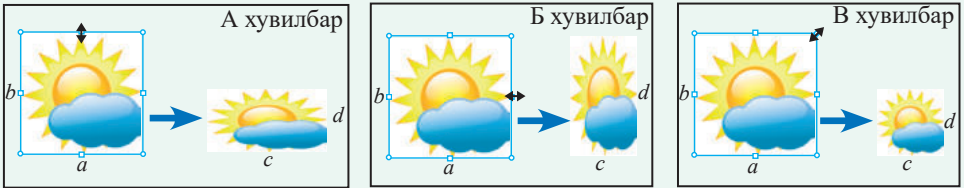
- 11 Ромбын диагоналиуд 3:4 гэсэн харьцаатай бөгөөд периметр 1 м болно. Диагоналиудын уртыг ол.

- 12 Тойрогт багтсан ACB өнцөг 60° бол AB хөвчийн уртыг уг тойргийн диаметрт харьцуулсан харьцааг ол.

VII БҮЛЭГ. БАЙРШИЛ, ХӨДӨЛГӨӨН, ХУВИРГАЛТ

Гомомет

Сурагч бие даалт бэлтгэх явцдаа файлд зураг оруулах шаардлагатай болсон ба түүнийг шаардлагатай хэмжээнд багасгах гурван хувилбарыг доор үзүүлэв.

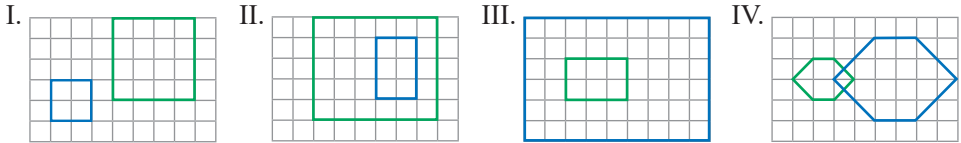


Аль хувилбарт үүссэн зураг эх хувилбартайгаа төсөөтэй байна вэ?

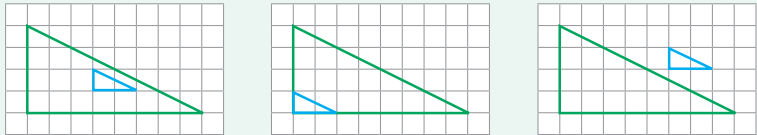
Дүрсийн тал бүрийг нэгэн ижил k тоо дахин өөрчлөх хувиргалтаар төсөөтэй дүрсэд нь шилжүүлж болно. k тоог энэ хувиргалтын коэффициент гэнэ.

Дүрсийн талын уртыг k дахин өөрчлөх хувиргалтаар дүрс ба дүрийн харгалзах талууд параллел байна.

- I. Ногоон дүрс хөх дүрсэд шилжсэнийг зурагт үзүүлжээ. Дүрс ба дүрүүд нь төсөөтэй эсэхийг тогтоогоод, тийм бол
- хувиргалтын коэффициентийг ол.
 - дүрс ба дүрийн харгалзах талууд параллел эсэхийг тогтоо.



Өгсөн тэгш өнцөгт гурвалжны талуудыг $k = \frac{1}{4}$ коэффициентээр өөрчлөн зурах даалгавар өгчээ. Даалгаврыг гурван найз хэрхэн гүйцэтгэснийг зурагт харуулав.



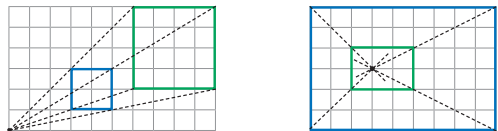
- Ярилцаарай.
- Найзууд хувиргалтын дүрийг зөв зурсан уу?
 - Дүрийг яагаад өөр өөр газар зурсан бэ?

Хувиргалтын дүрийг өгсөн дүрстэй ямар байрлалтай зурагдахыг тодорхой болгохын тулд “хувиргалтын төв” гэж нэрлэгдэх цэгийг авч үздэг.

Жишээ 1. 1 дүгээр бодлогын хувьд хувиргалтын төв O цэгийг олоорой.

Бодлт:

I ба III зургийн O цэгийг хаана байсныг нь хэрхэн олохыг зургаар харуулав.



Хэрхэн олсон талаар ярилцаж, дүгнэлт гарга.



Дүрс ба дүрийн талуудын харьцаа k (коэффициент) нь хувиргалтын төвөөс дүрсийн орой хүртэлх зай болон дүрийн харгалзах орой хүртэлх зайтай ямар хамааралтай байна вэ?

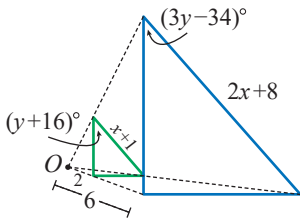
ГОМОТЕТ

Дүрс ба O цэг өгсөн байг. Өгсөн дүрсийн A цэг бүрийг $OA' = k \times OA$ ($k > 0$) байхаар A' цэгт буулгадаг хувиргалтыг **гомотет** гэнэ. O цэгийг гомотетын төв гэнэ. Цаашид гомотетыг $(O; k)$ гэж тэмдэглэнэ.

Гомотетоор дүрсийн талын урт k дахин өөрчлөгдөж, төсөөтэй дүрсэд шилжинэ. Дүрсийг гомотетоор хувиргахдаа O төв дээр эхлэлтэй, дүрсийн цэгүүдийг дайрсан цацрагууд татна. Энэ цацраг дээр k коэффициентээс хамааруулан тухайн цэгийн дүрийг олно.

Жишээ 2.

Цэнхэр дүрсийн дүр нь ногоон дүрс бол:



- а. Гомотетын коэффициент k -г ол.
- б. x ба y -ийг ол.

Бодолт: а. Гомотетын төв O , $k = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ байна.

- б. Талуудын харьцаа мөн $\frac{1}{3}$ байх тул

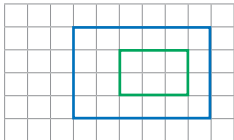
$$\frac{x+1}{2x+8} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x+8 = 3x+3 \Leftrightarrow x = 5 \text{ байна.}$$

$$\text{Дүрсүүд төсөөтэй тул } 3y-34 = y+16 \Leftrightarrow y = 25.$$

- 2. Гурван найзын зурсан зураг тус бүрд гомотетын төв хаана байгааг ол.
- 3. Дүрсийн талын урт нь аль тохиолдолд багасаж, аль тохиолдолд ихсэх вэ?
а. $k = \frac{1}{3}$ б. $k = 200\%$ в. $k = 40\%$ г. $k = 1.5$ д. $k = 0.95$ е. $k = 3.4$
- 4. а. Кино театрт хожигдож орсон хүн кино гаргах аппаратны гэрэлд орвол юу ажиглагдаж болох талаар ярилцаарай.
б. Проектор ассан үед гэрэлд нь үзэг барьж самбарт тусах сүүдрийг ажигла. Үзгээ проекторт ойртуулах болон холдуулахад ямар үр дүн гарч байна вэ?

5. Гомотетын төвийг ол.

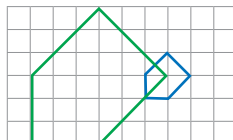
а.



б.

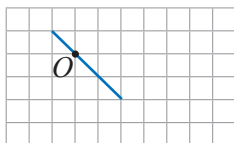


в.

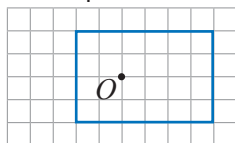


6. $(O; k)$ гомотетын дүрийг байгуул.

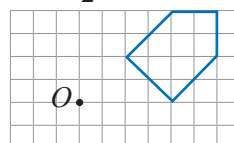
а. $k = 2$



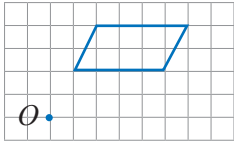
б. $k = \frac{1}{4}$



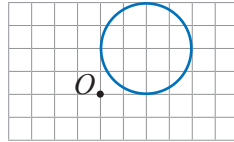
в. $k = \frac{1}{2}$



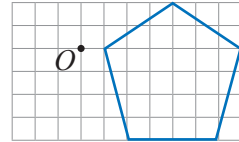
г. $k = \frac{1}{2}$



д. $k = 1.5$

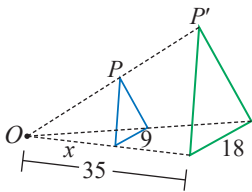


е. $k = 0.5$

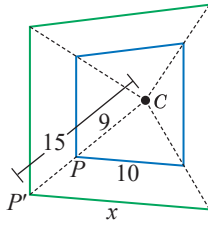


7 P цэгийн дүр нь P' бол гомотетын коэффициент ба x-ийг ол.

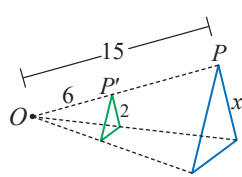
а.



б.



в.



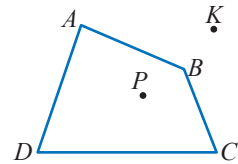
8 Хуваарьгүй шугам, гортиг ашиглан ABCD дөрвөн өнцөгтийн өгсөн гомотетын дүрийг байгуул.

а. $(P, 2), (P, 0.5)$

б. $(K, 2), (K, 3)$

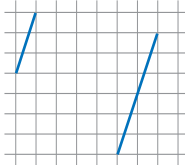
в. $(D, 2), (C, \frac{3}{2})$

г. $(A, 2), (A, \frac{1}{4})$



9 Хос дүрс бүрийг нэг удаа эх дүрс болгон сонгож, гомотетын төв O цэгийн байрлал болон коэффициент k тоог ол. Дүгнэлт гарга.

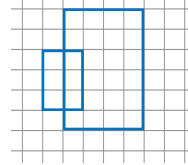
а.



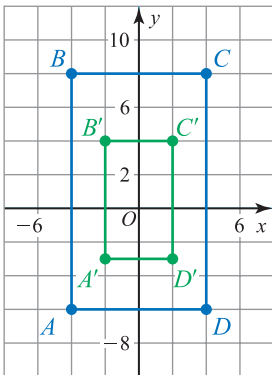
б.



в.



Жишээ 3. $A(-4, -6), B(-4, 8), C(4, 8), D(4, -6)$ цэгүүдэд оройтой тэгш өнцөгтийг координатын эх дээр төвтэй 0.5 коэффициенттэй гомотетоор хувирга. Дүрийн оройн цэгийн координатуудыг ол.



$A(-4, -6) \rightarrow A'(-2, -3)$

$B(-4, 8) \rightarrow B'(-2, 4)$

$C(4, 8) \rightarrow C'(2, 4)$

$D(4, -6) \rightarrow D'(2, -3)$ байна.

Эндээс харвал

$(0.5 \times (-4), 0.5 \times (-6)) = (-2, -3)$

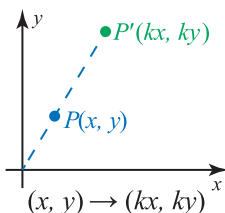
$(0.5 \times (-4), 0.5 \times 8) = (-2, 4)$

$(0.5 \times 4, 0.5 \times 8) = (2, 4)$

$(0.5 \times 4, 0.5 \times (-6)) = (2, -3)$ байна.

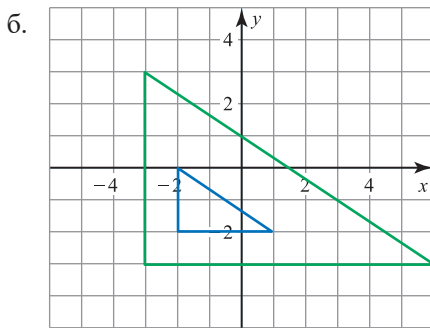
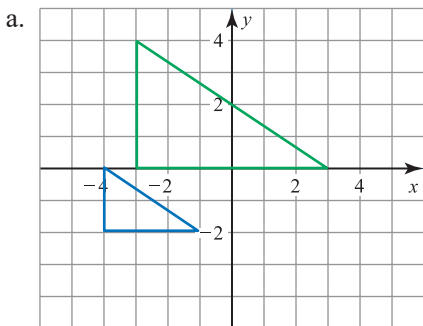
КООРДИНАТЫН ХАВТГАЙ ДАХЬ ГОМОТЕТ

Координатын хавтгай дээрх (x, y) координаттай цэгийн координатын эх O цэгт төвтэй k коэффициенттэй гомотетын дүр нь (kx, ky) координаттай цэг байна. $k > 1$ үед ихэсгэх, $0 < k < 1$ үед багасгах хувиргалт болно.



- 10 Өгсөн цэгүүдэд оройтой гурвалжныг координатын эх дээр төвтэй $k=3$ коэффициенттэй гомотетоор хувиргаж, дүрийн оройн цэгийн координатыг ол.
 а. $(0, 2), (3, 2), (3, 0)$ б. $(-1, 1), (-1, -2), (2, -2)$ в. $(-3, 2), (1, 2), (1, -4)$
- 11 Дүрсийн оройн цэгүүд өгчээ. Координатын эх дээр төвтэй өгсөн коэффициенттэй гомотетоор хувиргахад гарах дүрийн оройн цэгийн координатуудыг ол.
 а. $D(0, 2), E(6, 2), F(6, 4); k=0.5$
 б. $G(-2, -2), H(-2, 6), J(2, 6); k=0.25$
 в. $Q(-3, 0), R(-3, 6), T(4, 6), U(4, 0); k=\frac{1}{3}$
- 12 Координатын эх дээр төвтэй гомотетын дүрийн оройн цэгийн координатууд өгчээ. Эх дүрсийн оройн координатуудыг ол.
 а. $A'(1, 1), B'(1, 4), C'(3, 1); k=400\%$
 б. $M'(2, 3), N'(5, 3), P'(5, 1); k=0.5$
 в. $V'(-2, -2), W'(-2, 3), X'(5, 3), Y'(5, -2); k=20\%$

13 Гомотетын төвийг тогтоо.



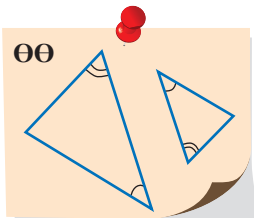
- 14 $A(4, 2), B(4, 6), C(7, 2)$ цэгүүдэд оройтой $\triangle ABC$ -г $(4, 0)$ цэгт төвтэй, $k=2$ коэффициенттэй гомотетоор хувирга. Дүрийн оройн цэгийн координатуудыг бич.
- 15 Хүүхдүүд ширээний чийдэн ашиглан ханан дээр гарын сүүдрээр амьтны дүрс гарган тоглож байв. Ямар хувиргалт ашиглаж байна вэ? Хувиргалтыг тодорхойлоорой. Ханан дахь сүүдэр гарнаас 2, 3 дахин том байхын тулд гараа чийдэн хана хоёрын дунд хананаас ямар зайд байрлуулах вэ?



Төсөөтэй гурвалжнууд

- - $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $AB = 5$ см байх ABC гурвалжин зур.
- - $\angle M = 30^\circ$, $\angle N = 70^\circ$, $MN = 8$ см байх MNK гурвалжин зур.
- - BC , AC , NK , MK талуудын ургыг хэмжиж олоод $\frac{MN}{AB}$, $\frac{NK}{BC}$, $\frac{KM}{CA}$ харьцаануудыг ол.
- Асуулгад хариулж, дүгнэлт гарга.
- 1. Хоёр гурвалжин төсөөтэй байна уу?
- 2. Хоёр орой дахь өнцөг нь дээрх гурвалжнуудтай тэнцүү боловч тэдгээр оройг холбох хэрчмийн урт нь өөр байх дахин нэг гурвалжин зурвал харгалзах талуудын харьцаа ямар байх вэ?
- 3. Хоёр гурвалжин төсөөтэй байхын тулд хамгийн цөөндөө хэдэн шинж биелж байх хэрэгтэй вэ?

Хоёр гурвалжин төсөөтэй эсэхийг тогтооходоо бүх нөхцөлийг шалгах шаардлагагүй.

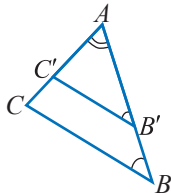
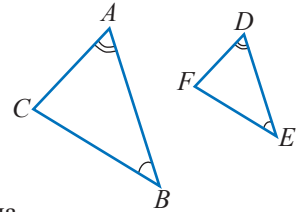


ӨНЦӨГ ӨНЦГИЙН ШИНЖ (ӨӨ)

Нэг гурвалжны хоёр өнцөг нь нөгөө гурвалжны хоёр өнцөгтэй харгалзан тэнцүү бол энэ хоёр гурвалжин төсөөтэй байна.

Баталгаа. $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ үед
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ байхыг баталъя.

ABC гурвалжныг A цэгт төвтэй $\frac{DE}{AB} = k$ коэффициенттэй гомотетээр хувиргаж, B ба C цэгийн дүрийг B' , C' гэе.



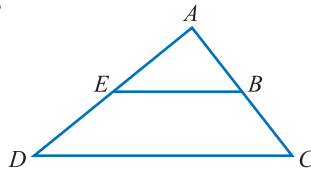
Гомотетын чанараар $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ байна.

Гомотетын коэффициент k тул $\frac{AB'}{AB} = \frac{DE}{AB}$ гэдгээс $AB' = DE$ болно.

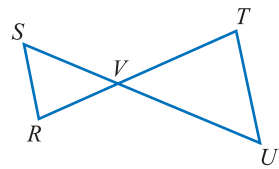
Иймд гурвалжны тэнцүүгийн чанараар $\triangle AB'C' = \triangle DEF$ буюу
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ боллоо.

Жишээ 4. Хоёр гурвалжныг төсөөтэй гэж харуул.

а. $DC \parallel EB$



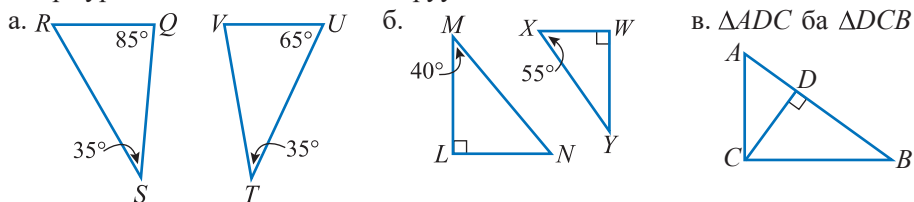
б. $SR \parallel TU$



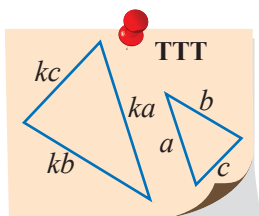
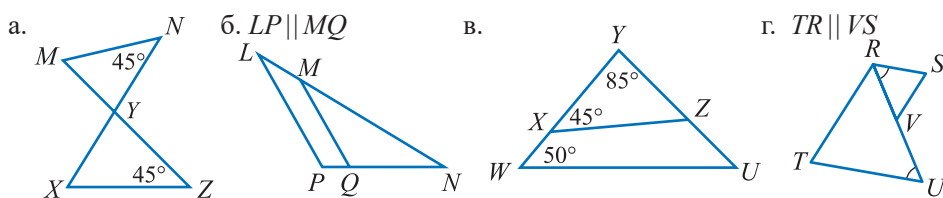
Бодолт: а. Солбисон өнцгүүдийн чанараар $\angle C = \angle B$ байна.
 $\angle A$ нь ерөнхий өнцөг тул $\angle A$ шинжээр $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ байна.

б. Босоо өнцгүүд учир $\angle SVR = \angle UVT$,
 солбисон өнцгүүд учир $\angle S = \angle U$ байна. $\angle A$ шинжээр $\triangle SVR \sim \triangle UVT$.

16 Хоёр гурвалжныг төсөөтэй гэж харуул.

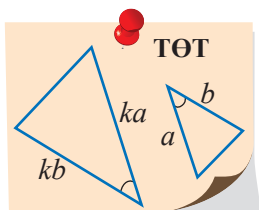


17 Төсөөтэй гурвалжнуудыг ол.



ТАЛ ТАЛ ТАЛЫН ШИНЖ (ТТТ)

Нэг гурвалжны гурван тал нь нөгөө гурвалжны гурван талтай харгалзан пропорционал байвал энэ хоёр гурвалжин төсөөтэй байна.

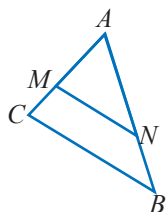


ТАЛ ӨНЦӨГ ТАЛЫН ШИНЖ (ТӨТ)

Нэг гурвалжны хоёр тал нь нөгөө гурвалжны хоёр талтай харгалзан пропорционал бөгөөд эдгээр талуудын хоорондох өнцгүүд нь тэнцүү байвал энэ хоёр гурвалжин төсөөтэй байна.

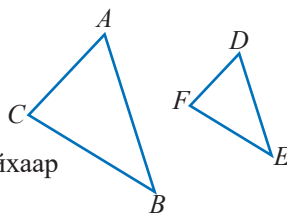
Баталгаа (ТТТ шинж). $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ үед

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ байхыг баталъя.



ABC гурвалжныг AC тал дээр $AM = DF$ байхаар D цэг тэмдэглэе.

D цэгийг дайрсан BC -тэй параллел шулуун татаж AB талтай огтлолцсон цэгийг N гэж тэмдэглэе.



Гурвалжны тэнцүүгийн ТӨТ шинжээр $\triangle ANM = \triangle DEF$.

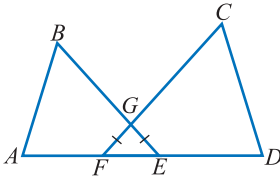
Гурвалжны төсөөгийн ТТТ шинжээр $\triangle ABC \sim \triangle ANM$ тул $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ байна.

18 Гурвалжны төсөөгийн ТӨТ шинжийг батал.

19 MNP гурвалжны хувьд $MP = PN = 12$, $\angle MPN = 40^\circ$ байв. $M_1N_1P_1$ гурвалжны хувьд $P_1N_1 = M_1N_1 = 24$, $\angle P_1M_1N_1 = 70^\circ$ бол төсөөтэй гурвалжнуудыг нэрлэж, төсөөгийн коэффициентийг ол.

Жишээ 5.

Өгсөн дүрсийн хувьд $FG=EG$, $BE=15$, $CF=20$, $AE=9$, $DF=12$ бол төсөөтэй гурвалжнуудыг тодорхойл.



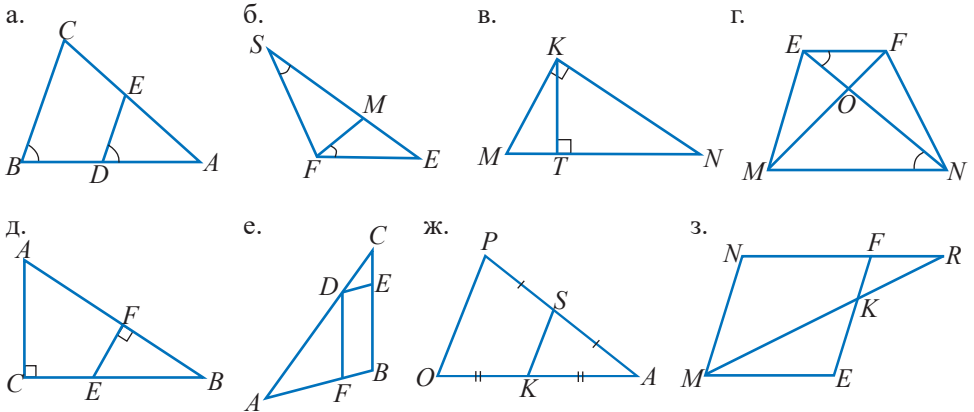
Бодолт: $\triangle FGE$ нь адил хажуут гурвалжин учир $\angle GFE = \angle GEF$ байна.

Өгсөн нөхцөлөөс $\frac{AE}{DF} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ ба $\frac{BE}{CF} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ тул

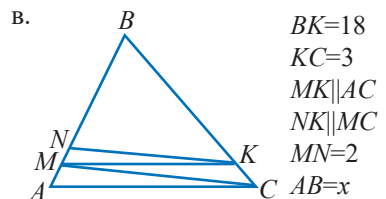
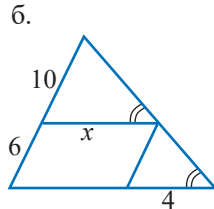
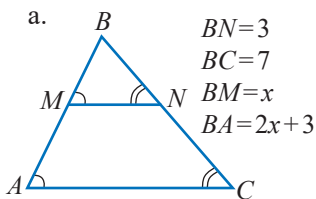
$$\frac{AE}{DF} = \frac{BE}{CF} \text{ байна.}$$

Иймд ТӨТ шинжээр $\triangle ABE \sim \triangle DCF$.

20 Төсөөтэй гурвалжнуудыг ол. Ямар шинжээр төсөөтэйг нь бич.



21 x -ийг ол.



22 Хоёр тэгш өнцөгт гурвалжин төсөөтэй байх шинжийг томъёолж бич.

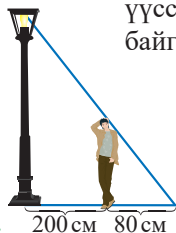
23 Гурвалжны талуудын харьцаа нь 5:4:3 байсан бол түүнтэй төсөөтэй гурвалжны талуудын харьцааг ол.

24 Төсөөгийн коэффициент нь k байх хоёр гурвалжны периметрийн харьцааг ол.

25 ABC гурвалжны AB ба BC талуудын дундаж цэг нь харгалзан M ба N болог. Тэгвэл $AC:MN$ харьцааг ол.

26 $AD \parallel BC$ сууриудтай $ABCD$ трапец AC диагоналиараа ABC ба ACD гэсэн төсөөтэй хоёр гурвалжинд хуваагдав. $AB=9$ см, $AC=12$ см бол трапещын их суурийн уртыг ол.

Жишээ 6. 160 см өндөртэй хүү гэрлийн шонгоос 200 см зайд зогсож байв. Гэрлээс үүссэн хүүгийн сүүдэр 80 см урттай бол гэрэл ямар өндөрт байрлаж байгаа вэ?



Бодолт: Төсөөтэй гурвалжны чанар ашиглавал

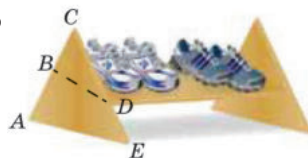
$$\frac{\text{Шонгийн өндөр } (h)}{160 \text{ см}} = \frac{200 + 80}{80}$$

$$h = \frac{280 \times 160}{80} = 560 \text{ см} = 5.6 \text{ м байна.}$$

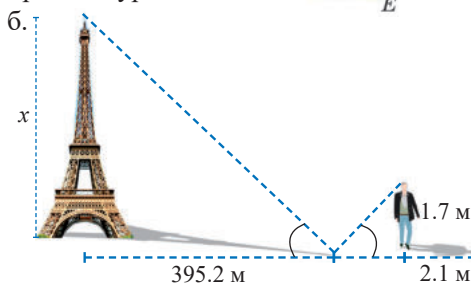
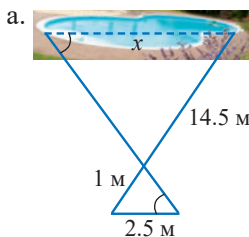
27 7 м өндөр модны сүүдэр 3 м байв. Модны хажууд зогсож байгаа 140 см өндөртэй хүүхдийн сүүдэр хэдэн сантиметр байх вэ?

28 Цамхгийн сүүдэр 7 м урт байх үед шонгийн сүүдэр 0.6 м байв. Хэрэв шон 1.2 м өндөр гэвэл цамхгийн өндрийг ол.

29 Зурагт өгсөн гутлын тавиурын хөндлөн тавцанг хийхдээ $BA = 33 \text{ см}$, $CB = 27 \text{ см}$, $CD = 44 \text{ см}$, $DE = 25 \text{ см}$ байхаар авчээ. Тавцанг шалтай параллел биш гэж харуул.



30 Загвар ашиглан мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.



Гэрлийн шонгийн өндрийг хэрхэн хэмжих вэ?

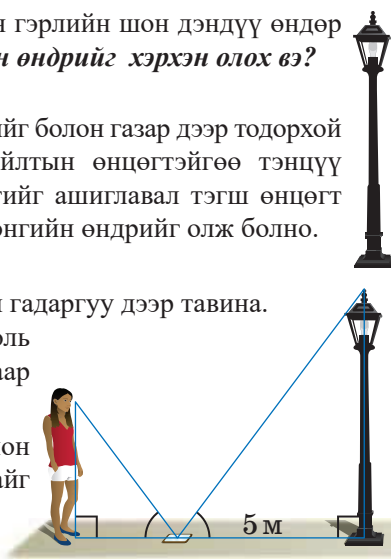
Чамд хэмжих хэрэгсэл болон толь байгаа. Гэвч гэрлийн шон дэндүү өндөр тул хэмжих боломжгүй байв. *Гэрлийн шонгийн өндрийг хэрхэн олох вэ?*

ОЙЛГОХ:

Хэмжих хэрэгсэл байгаа тул чи өөрийнхөө өндрийг болон газар дээр тодорхой зайг хэмжиж чадна. Толинд туссан өнцөг ойлтын өнцөгтэйгөө тэнцүү байдаг. Мөн шон газартай перпендикуляр гэдгийг ашиглавал тэгш өнцөгт гурвалжнуудын төсөөгийн чанарыг ашиглан шонгийн өндрийг олж болно.

ТӨЛӨВЛӨХ:

1. Толио шонгийн сууриас тодорхой зайд тэгш гадаргуу дээр тавина.
2. Ингээд өөрөө шонгийн суурь болон толь хоёрыг холбосон шулууны дагуу ухарсаар шонгийн орой толинд харагдах үед зогсоно.
3. Өөрийнхөө өндрийг (нүд хүртэлх) болон толиноос зогссон байрлал хүртэлх зайг хэмжинэ.
4. Тооцоолол хийж шонгийн өндрийг олно.

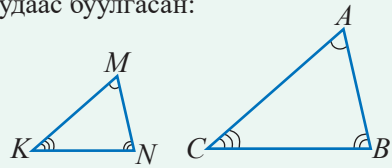


Дадлага ажил: Төсөөтэй гурвалжны харгалзах өндөр, медиан, биссектрисийн харьцааг олох

ABC ба MNK гурвалжнууд төсөөтэй ба төсөөгийн коэффициент нь k байв.

Тэгвэл эдгээр гурвалжны харгалзах оройнуудаас буулгасан:

- I. Өндрүүдийн харьцааг
- II. Медиануудын харьцааг
- III. Биссектрисүүдийн харьцааг ол.



Дараах алхмын дагуу шийдвэрлэнэ.

- а. Гурвалжин бүрд B ба N оройгоос нь харгалзан BD ба NL өндрүүд буулгавал аль шинжүүрээр ямар хос гурвалжин төсөөтэй байхыг тогтооно.
- б. Төсөөгийн харьцаанаас BD ба NL өндрүүдийн харьцааг олно.
- в. Медиан ба биссектрис байх тохиолдолд өмнөх хоёр алхмаар гүйцэтгэнэ.



Бусад оройгоос буулгасан өндөр, медиан, биссектрисийн хувьд үр дүн ижил байх уу?
 ABC , MNK төсөөтэй гурвалжнуудын хэлбэр өөрчлөгдөхөд дүгнэлт үнэн байх уу?

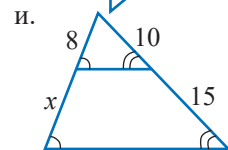
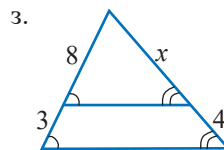
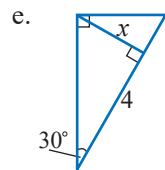
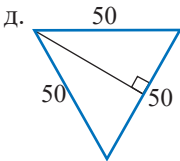
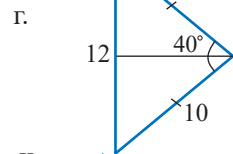
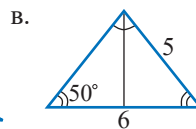
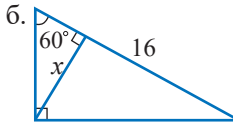
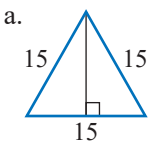
ТӨСӨӨТЭЙ ГУРВАЛЖНЫ ЭЛЕМЕНТҮҮДИЙН ХАРЬЦАА

k коэффициент бүхий төсөөтэй хоёр гурвалжны харгалзах:

- а. Өндрүүдийн харьцааг
- б. Медиануудын харьцааг
- в. Биссектрисүүдийн харьцааг нь k байна.

31 Төсөөтэй EFK ба DML гурвалжны бүх харгалзах өндөр, медиан, биссектрисийг зурж тэмдэглэ.

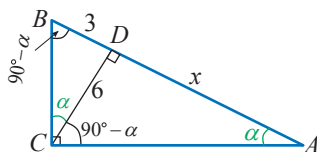
32 Төсөөтэй гурвалжнуудыг нэрлэж, төсөөгийн харьцааг бич. Мэдэгдэхгүй байгаа уртуудыг тооцоол.



33 ABC гурвалжны AB ба BC талуудын дундаж цэгүүд харгалзан M ба N бол $\frac{MN}{AC}$ харьцааг ол.

34 Төсөөтэй хоёр гурвалжны төсөөгийн коэффициент нь k бол харгалзах дундаж шугамуудын харьцааг ол.

Жишээ 7. Тэгш өнцөгт гурвалжны тэгш өнцгийн оройгоос гипотенузад буулгасан өндрийн урт 6 см ба гипотенузыг хуваасан хэсгүүдийн нэг нь 3 см бол нөгөө хэсгийн уртыг олоорой.



Бодолт: $\angle DAC = \alpha$ гэвэл $\angle ACD = \angle CBD = 90^\circ - \alpha$ болно.

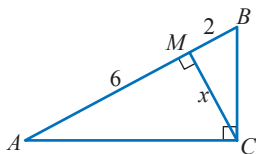
Иймд гурвалжин төсөөгийн $\Theta\Theta$ шинжээр $\triangle CAD \sim \triangle BCD$ гэдгээс $\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$ байна. Эндээс $CD^2 = AD \times BD$ байна.

$$CD^2 = AD \times BD \Rightarrow AD = \frac{CD^2}{BD} = \frac{6^2}{3} = 12 \text{ см болно.}$$

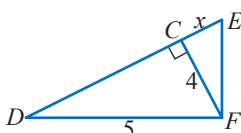
35 Жишээ 7-ийн хувьд $BC^2 = BD \times BA$, $CA^2 = AD \times AB$ харьцаа биелэхийг батал.

36 Мэдэгдэхгүй байгаа талуудыг ол.

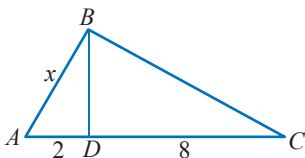
а.



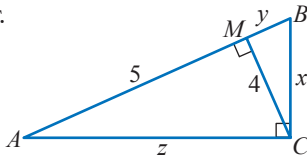
б.



в.



г.



$CD^2 = AD \times BD$
 $BC^2 = BD \times BA$
 $CA^2 = AD \times AB$
 Эдгээрийг
Евклидийн харьцаа
 гэж нэрлэдэг.

37 Евклидийн харьцааг ашиглан Пифагорын теоремыг батал.

38 Гурвалжны гурван талын дундаж цэгүүдийг холбоход 4 жижиг гурвалжин үүснэ. Эдгээр гурвалжнууд хоорондоо тэнцүү бөгөөд анхны том гурвалжинтай төсөөтэй болохыг батлаарай. Төсөөгийн коэффициентийг тооцоол.

39 $TE \parallel SF$ байх $STEF$ трапецын TF диагональ нь 10 см урттай ба диагонаруудын огтлолцлын цэг нь O байв. Хэрэв TOE гурвалжны периметрийг SOF гурвалжны периметрт харьцуулсан харьцаа нь 2 : 3 бол TO ба OF хэрчмүүдийн уртыг ол.

40* (Пропорционал хэрчмүүдийн тухай теорем)

ABC гурвалжны AB ба BC талууд дээр харгалзан M ба N цэгүүдийг $MN \parallel AC$ байхаар авчээ.

Тэгвэл $\frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN}$ болохыг батал.

Өгсөн алхмын дагуу гүйцэтгэ.

Баталгааны алхам:

1. Зураг зурах
2. ABC ба MBN гурвалжнууд төсөөтэй гэдгийг таньж харьцаа бичих
3. Төсөөгийн харьцаанд $AB = BM + AM$, $BC = BN + CN$ болохыг ашиглан батлах тэнцэтгэлийг гаргах

41* ABC гурвалжны AB ба BC талууд дээр харгалзан M ба N цэгүүд авав.

Хэрэв $\frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN}$ бол $MN \parallel AC$ болохыг батлаарай.



Биссектрисийн чанар

ABC гурвалжны A оройгоос буусан биссектрисийн суурь нь D байв. Тэгвэл $AB : AC = BD : DC$ болохыг батал.

Хөдөлгөөн ба хувиргалт

Асуултын дагуу ярилцаарай.

- Зураг бүрийн хувьд F дүрс F' дүрсэд ямар хувиргалтаар шилжсэн байна вэ?
- Хувиргалтыг бүрэн тодорхойлоход ямар элементүүд шаардлагатай вэ?
- Зураг бүрд харгалзах хувиргалтын чанаруудыг тоочиж бич.

(a, b) чиглэлийн параллел зөөлт
 $M(x, y) \rightarrow M_1(x_1, y_1)$
 $x_1 = x + a,$
 $y_1 = y + b$

Ох тэнхлэгийн тэгш хэм
 $M(x, y) \rightarrow M_1(x_1, y_1)$
 $x_1 = x,$
 $y_1 = -y$

Координатын эх дээр төвтэй 90° эргүүлэлт
 $M(x, y) \rightarrow M_1(x_1, y_1)$
 $x_1 = y,$
 $y_1 = -x$

Координатын эхийн хувьд тэгш хэм
 $M(x, y) \rightarrow M_1(x_1, y_1)$
 $x_1 = -x,$
 $y_1 = -y$

Жишээ 8. $A(-4, 3), B(-1, 1), C(-4, 1)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжин өгөв.

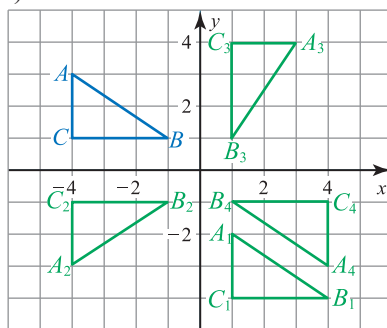
- $(5, -5)$ чиглэлийн параллел зөөлтөөр
- Ох тэнхлэгийн тэгш хэмээр
- Координатын эх дээр төвтэй 90° эргүүлэлтээр
- Координатын эхийн хувьд төвийн тэгш хэмээр хувиргаж дүрийн оройн цэгийн координатуудыг ол.

Бодолт:

- $A(-4, 3) \rightarrow A_1(-4+5, 3-5) = A_1(1, -2)$
 $B(-1, 1) \rightarrow B_1(-1+5, 1-5) = B_1(4, -4)$
 $C(-4, 1) \rightarrow C_1(-4+5, 1-5) = C_1(1, -4)$
- $A(-4, 3) \rightarrow A_2(-4, -3)$ в. $A(-4, 3) \rightarrow A_3(3, 4)$
 $B(-1, 1) \rightarrow B_2(-1, -1)$ $B(-1, 1) \rightarrow B_3(1, 1)$
 $C(-4, 1) \rightarrow C_2(-4, -1)$ $C(-4, 1) \rightarrow C_3(1, 4)$
- $A(-4, 3) \rightarrow A_4(4, -3)$
 $B(-1, 1) \rightarrow B_4(1, -1)$
 $C(-4, 1) \rightarrow C_4(4, -1)$

Хувиргалт бүрийн дүрийг координатын хавтгайд тэмдэглэе.

Дээрх хувиргалтуудын дүр нь эх дүрстэйгээ тэнцүү дүрс байна.



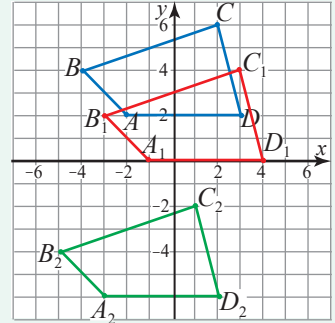
ХӨДӨЛГӨӨН

Зай хадгалагддаг хувиргалтыг хөдөлгөөн гэнэ. Параллел зөөлт, тэнхлэгийн тэгш хэм, төвийн тэгш хэм, эргүүлэлтээр дүрс тэнцүү дүрсдээ шилждэг тул хөдөлгөөн болно. Хөдөлгөөнөөр өнцгийн хэмжээ хадгалагдана.

- в. $J(1, 1), K(3, 2), L(4, 1)$ ба $M(6, 1), N(5, 2), P(2, 1)$
 г. $A(0, 0), B(1, 2), C(4, 2), D(3, 0)$ ба $E(0, -5), F(-1, -3), G(-4, -3), H(-3, -5)$

Дадлага ажил: Дараалсан хоёр параллел зөөлт $BADC$ дөрвөн өнцөгтийг $(1, -2)$ ба $(-2, -6)$ чиглэлээр дараалсан хоёр параллел зөөлтөөр хувиргаарай.

- а. $BADC$ дөрвөн өнцөгтийг $(1, -2)$ чиглэлээр параллел зөөж дүрийг $B_1A_1D_1C_1$ гэж тэмдэглэнэ.
 б. $B_1A_1D_1C_1$ дөрвөн өнцөгтийг $(-2, -6)$ чиглэлээр параллел зөөж дүрийг $B_2A_2D_2C_2$ гэж тэмдэглэнэ.



$BADC$ дөрвөн өнцөгтийн дүр нь $B_2A_2D_2C_2$ дөрвөн өнцөгт байх хувиргалт олдох уу? Энэ хувиргалт хөдөлгөөн болох уу?

Дараалсан хувиргалтуудын үр дүнг хувиргалтуудын үржвэр гэнэ.
 Хөдөлгөөнүүдийн үржвэр хөдөлгөөн байна.

Дараалсан хоёр параллел зөөлтийн үржвэр параллел зөөлт байна.

Жишээ 9. Дадлага ажлаар гүйцэтгэсэн $BADC$ дөрвөн өнцөгтийн дүр нь $B_2A_2D_2C_2$ байх параллел зөөлтийг тодорхойл.

Бодолт:

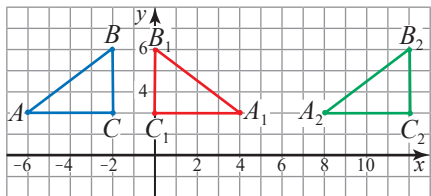
Дүрс	Дүр	Чиглэл
$B(-4, 4)$	$B_2(-5, -4)$	$-5 - (-4) = -1, -4 - 4 = -8$
$A(-2, 2)$	$A_2(-3, -6)$	$-3 - (-2) = -1, -6 - 2 = -8$
$D(3, 2)$	$D_2(2, -6)$	$2 - 3 = -1, -6 - 2 = -8$
$C(2, 6)$	$C_2(1, -2)$	$1 - 2 = -1, -4 - 4 = -8$

$(1, -2)$ ба $(-2, -6)$ чиглэлийн дараалсан хоёр параллел зөөлтийн үржвэр $(1 - 2, -2 - 6) = (-1, -8)$ чиглэлийн параллел зөөлт байна.

- 51 Дараалсан хоёр параллел зөөлтийн үр дүнд үүсэх параллел зөөлтийн чиглэлийг тодорхойл.
 а. $(-1, -3)$ ба $(1, 3)$ б. $(-1, -3)$ ба $(-1, -3)$ в. $(-1, 3)$ ба $(1, -3)$
- 52 A цэгийг $(2, 1)$ ба $(-3, -2)$ чиглэлээр дараалсан хоёр параллел зөөлтөөр хувиргажээ. Аль нь үнэн бэ?
 а. $A(1, 5) \rightarrow A_1 \rightarrow A_2(0, 4)$ б. $A(0, 1) \rightarrow A_1 \rightarrow A_2(3, 1)$
 в. $A(-2, 3) \rightarrow A_1 \rightarrow A_2(-3, 2)$ г. $A(0.5, -2) \rightarrow A_1 \rightarrow A_2(-0.5, -3)$
- 53 ABC гурвалжныг $(-1, -2)$ ба $(1, 0)$ чиглэлээр дараалан параллелээр зөөв. Дүрийн оройн цэгийн координатууд $A_2(2, 3), B_2(3, 1), C_2(4, 1)$ бол A, B, C цэгүүдийн координатыг ол.
- 54 Ижил чиглэлтэй дараалсан хоёр параллел зөөлтөөр $A(-3, -3)$ цэг $A_2(3, 3)$ цэгт шилжжээ. Параллел зөөлт бүрийн чиглэлийг ол.

Жишээ 10. $A(-6, 2), B(-2, 5), C(-2, 2)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжныг $x = -1$ ба $x = 6$ шулууны хувьд дараалан тэгш хэмтэй хувиргаж, дүгнэлт гарга.

Бодолт:

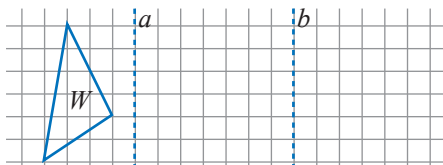


ABC гурвалжныг параллел зөөхөд $A_2B_2C_2$ гурвалжинд шилжиж байна.

Дүрс	Дүр	Чиглэл
$A(-6, 2)$	$A_2(8, 2)$	$8 - (-6) = 14, 2 - 2 = 0$
$B(-2, 5)$	$B_2(12, 5)$	$12 - (-2) = 14, 5 - 5 = 0$
$C(-2, 2)$	$C_2(12, 2)$	$12 - (-2) = 14, 2 - 2 = 0$

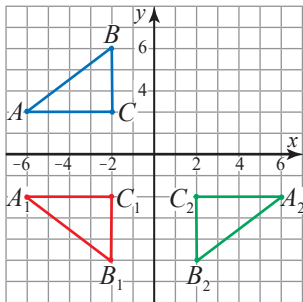
Параллел тэнхлэгүүдтэй дараалсан хоёр тэнхлэгийн тэгш хэмийн үржвэр параллел зөөлт байна.

55 W дүрсийг тэнхлэгүүд нь параллел a ба b шулуун байх дараалсан хоёр тэгш хэмээр хувиргаж, дүрийг Q гэе. W дүрсийг Q дүрсэд шилжүүлэх параллел зөөлтийн чиглэлийг ол.



Жишээ 11. $A(-6, 2), B(-2, 5), C(-2, 2)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжныг Ox болон Oy тэнхлэгийн хувьд дараалан тэгш хэмтэй хувиргаж, дүгнэлт гарга.

Бодолт:



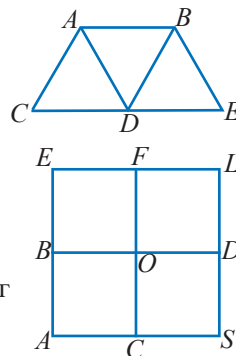
ABC гурвалжныг цагийн зүүний дагуу (эсрэг байж болно) 180° эргүүлэхэд $A_2B_2C_2$ гурвалжинд шилжиж байна.

Дүрс	Дүр	Эргүүлэлтийн дүрэм
$A(-6, 2)$	$A_2(6, -2)$	$-6 \rightarrow 6, 2 \rightarrow -2$
$B(-2, 5)$	$B_2(2, -5)$	$-2 \rightarrow 2, 5 \rightarrow -5$
$C(-2, 2)$	$C_2(2, -2)$	$-2 \rightarrow 2, 2 \rightarrow -2$

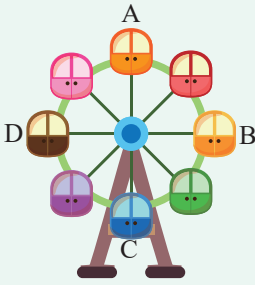
Перпендикуляр тэнхлэгүүдтэй дараалсан хоёр тэнхлэгийн тэгш хэмийн үржвэр 180° эргүүлэлт байна.

Дээрх гурвалжныг Oy болон Ox тэнхлэгийн хувьд дараалан тэгш хэмтэй хувиргаж, дүгнэлт гарга.

56 CAD зөв гурвалжин нь тэнхлэгийн тэгш хэмийн хэдэн хувиргалтаар BED зөв гурвалжинд шилжих вэ?



57 а. $BEFO$ квадратын дүр нь $DSCO$ квадрат байх
 б. $ABOC$ квадратын дүр нь $LDOF$ квадрат байх
 дараалсан хоёр тэгш хэмийн хувиргалтын тэнхлэгүүдийг нэрлэ.

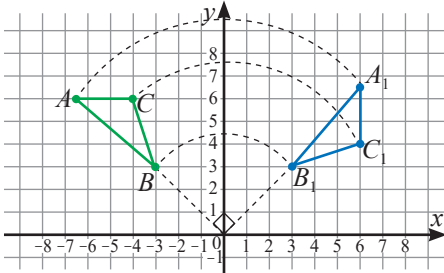


Алсыг харагчийн цэнхэр бүхээгт суусан хүүхэд 90° эргэх бүрдээ 1 удаа орчин тойрныхоо зураг авна.

Асуултын дагуу ярилцаарай.

- Анхны зургийг аль байрлал дээрээс авах вэ?
- Хамгийн анх А байрлалаас хөдлөхдөө хэдэн зураг авсан байх вэ?
- Нэг бүтэн тойроод ирэхдээ хэдэн зураг авсан бэ?
- 7 дахь зургийг аль байрлал дээрээс авах вэ?
- Нийт 10 зураг авсан бол хэдэн удаа бүтэн тойрч, ямар байрлалд байгаа вэ?

58



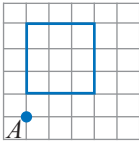
ABC гурвалжныг цагийн зүүний дагуу 90° эргүүлж дүрийг $A_1B_1C_1$ гэж тэмдэглэв. Энэ гурвалжныг дахин энэ хувиргалтаар хувиргаж, дүрийг $A_2B_2C_2$ гэж тэмдэглэ.

ABC гурвалжныг $A_2B_2C_2$ гурвалжинд шилжүүлэх ямар хувиргалт байна вэ?

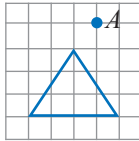
59

Өгсөн дүрсийг эхлээд A цэгт төвтэй, цагийн зүүний дагуу 90° өнцгөөр эргүүлж, гарсан дүрийг A цэгт төвтэй, цагийн зүүний дагуу 90° өнцгөөр эргүүлж дүрийг зур.

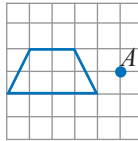
а.



б.



в.



Нэг төвтэй эргүүлэлтүүдийн үржвэр эргүүлэлт байна.

60

Координатын хавтгайд өгсөн дүрсийг координатын эх дээр төвтэй дараалсан хоёр эргүүлэлтээр хувиргав. Эргүүлэлтүүдийн үржвэр нь ямар хувиргалт байх вэ? Тодорхойлж бич.

- I. Цагийн зүүний дагуу 180° , II. Цагийн зүүний эсрэг 90°
- I. Цагийн зүүний дагуу 90° , II. Цагийн зүүний дагуу 90°
- I. Цагийн зүүний дагуу 90° , II. Цагийн зүүний эсрэг 180°

61

$R(3, 1), S(5, 1), T(5, -3), U(2, -1)$ цэгүүдэд оройтой дөрвөн өнцөгтийг координатын эх дээр төвтэй цагийн зүүний дагуу 180° болон x өнцгөөр дараалан эргүүлэв. Хоёр дахь эргүүлэлтийн дүрүүд нь $R'(1, -3), S'(1, -5), T'(-3, -5), U'(-1, -2)$ бол x өнцгийг ол.

62

$A(-5, 1), B(-2, 3), C(-2, 1)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжныг координатын эх дээр төвтэй $k=2, k=3$ байх гомотетоор дараалан хувирга. Үүссэн дүр нь анхны гурвалжинтай төсөөтэй болохыг батал.

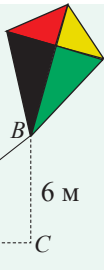
63

Координатын хавтгайд дээр дурын гурвалжин зур.

$O(0, 0)$ цэгт төвтэй, $k=4$ ба $k=0.5$ коэффициенттэй гомотетоор дараалан хувирга. Сүүлийн хувиргалтаар үүссэн дүрийг анхны дүрсэд шилжүүлэх гомотетын коэффициентийг ол.

Координатын хавтгай дахь хоёр цэгийн хоорондох зай

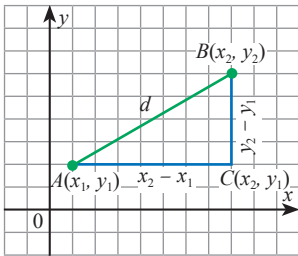
Жаалхүүгийн цаасан шувууны уяаны уртыг олоорой.



Асуултын дагуу ярилцаад, дүгнэлт гаргаарай.

- A цэг $(0, 0)$ координаттай, C цэг $(8, 0)$ координаттай гэж үзээд B цэгийн координатыг олоорой.
- AC болон BC хэрчмийн уртыг координатын Ox болон Oy тэнхлэг дээрээс олох тоон илэрхийлэл бичээрэй.
- AB хэрчмийн уртыг AC ба BC хэрчмүүдийн уртаар илэрхийлээрэй.

Жишээ 12. Координатын хавтгай дээр өгсөн $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ цэгүүдийн хоорондох зайг олоорой.



Бодолт: A цэгийг дайруулан Ox тэнхлэгтэй, B цэгийг дайруулан Oy тэнхлэгтэй параллел шулуун татаж огтлолцлын цэгийг C гэе.

Тэгвэл AC хэрчмийн урт $x_2 - x_1$,

BC хэрчмийн урт $y_2 - y_1$ болно.

Пифагорын теоремоор:

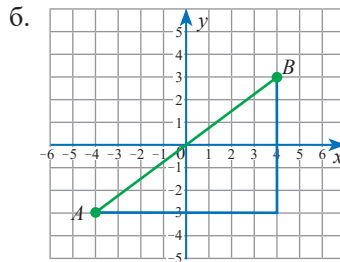
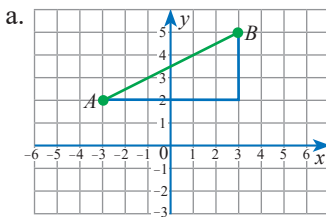
AB хэрчмийн урт $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ болно.

ХОЁР ЦЭГИЙН ХООРОНДОХ ЗАЙ

Координатын хавтгай дээрх $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ хоёр цэгийн хоорондох зайг

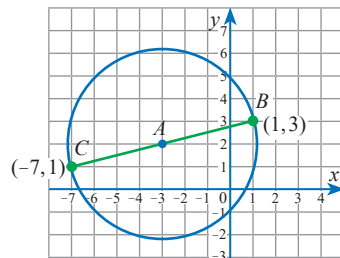
$$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ томъёогоор олно.}$$

64 A , B цэгүүдийн хоорондох зайг ол.



65 Зурагт өгсөн 3 цэгийн хоорондох зайнуудыг олоод дүгнэлт гарга.

Тойрог дээр орших өөр цэг авч A цэг хүртэлх зайг ол.



- 66 Хос цэгүүдийг холбосон хэрчмийн уртыг ол.
 а. (4, 1) ба (1, -3) б. (1, -1) ба (6, 11) в. (2, 0) ба (8, 6)
 г. (-10, 5) ба (5, 13) д. (7, -2) ба (5, -1) е. (-2, 9) ба (-5, -1)
- 67 (3, 2) цэгээс 5 нэгжийн зайд орших цэг ол. Ийм цэг хэд олодох вэ?
- 68 Суурь нь 6, хажуу тал нь 5 байх адил хажуут гурвалжны нэг орой нь координатын эх дээр, суурь нь *Oy* тэнхлэг дээр оршдог бол нөгөө хоёр оройн координатыг ол.
- 69 Хэрчмийн төгсгөлийн цэг (-3, 8), дундаж цэг (0.5, 2) бол хэрчмийн эхлэлийн цэгийн координатыг олоод, хэрчмийн уртыг ол.
- 70 (2, 4) ба (9, 7) цэгүүдийн хоорондох зайг олохдоо нэг сурагч (2, 4) цэгийг, өөр сурагч (9, 7) цэгийг (x_1, y_1) байхаар сонгожээ. Хоёр сурагчийн үр дүн адилхан гарах уу? Тайлбарла.

Жишээ 13. (3, 0), (6, 4) ба (-1, 3) нь адил хажуут гурвалжны оройн цэгүүд болно гэж харуул.

Бодолт: Өгсөн цэгүүдэд оройтой гурвалжны талуудын уртын квадратыг олъё.

$$AB^2 = (6 - 3)^2 + (4 - 0)^2 = 9 + 16 = 25;$$

$$BC^2 = (-1 - 6)^2 + (3 - 4)^2 = 49 + 1 = 50$$

$$CA^2 = (3 + 1)^2 + (0 - 3)^2 = 16 + 9 = 25 \text{ болно.}$$

$AB^2 = CA^2$ байна. Гурвалжны талууд эерэг байх тул $AB = CA$ байна.

- 71 $A(-5, 3)$, $B(1, -1)$, $C(9, 5)$ бол ABC гурвалжны талуудын уртыг олж, хэлбэрийг тогтоо. Периметрийг ол.
- 72 Өгсөн цэгүүдэд оройтой дүрсийн периметрийг ол.
 а. $D(-3, 2)$, $E(4, 2)$, $F(4, -3)$ б. $G(-3, 2)$, $H(2, 2)$, $J(-1, -3)$
 в. $K(-1, 1)$, $L(4, 1)$, $M(2, -2)$, $N(-3, -2)$ г. $Q(-4, -1)$, $R(1, 4)$, $S(4, 1)$, $T(-1, -4)$
- 73 Өгсөн цэгүүдэд оройтой дүрсийн талбайг ол.
 а. $G(2, 2)$, $H(3, -1)$, $J(-2, -1)$ б. $N(-1, 1)$, $P(2, 1)$, $Q(2, -2)$, $R(-1, -2)$
 в. $F(-2, 3)$, $G(1, 3)$, $H(1, -1)$, $J(-2, -1)$ г. $K(-3, 3)$, $L(3, 3)$, $M(3, -1)$, $N(-3, -1)$
- 74 (2, 5), (5, 9), (9, 12), (6, 8) цэгүүдэд оройтой дөрвөн өнцөгт нь ромбо байна гэж харуул.
- 75 $A(1, 2)$, $B(3, 7)$, $C(4, 3)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжны гомотетын дүр нь $A_1(3, 1.5)$, $B_1(4, 4)$, $C_1(4.5, 2)$ цэгт оройтой $A_1B_1C_1$ гурвалжин бол гомотетын коэффициентийг ол.



Тойрог

(3, 4), (3, -6), (-1, 2) цэгүүдийг дайрсан тойргийн төв ба радиусыг ол.

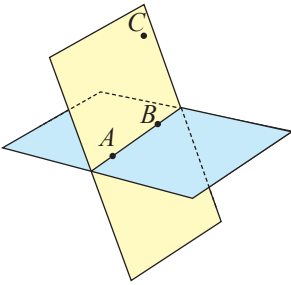
Биетийн тэгш хэмийн хавтгай

- Зургийг ажиглаарай. Өөрийгөө тэгш өнцөгт параллелепипед хэлбэрийн өрөөнд байгаагаар төсөөлөөд, асуултад хариулаарай.
- Шал, хана, тааз, цонх ямар хэлбэртэй байна вэ?
- Параллел, перпендикуляр шулуунууд байна уу?



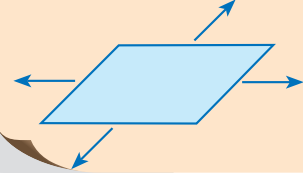
- а. Ангид цэг, шулуун, хавтгайгаар төсөөлж болох ямар зүйлс байна вэ?
- б. Шулуунуудын огтлолцолд юу үүсэж болох вэ?
- в. Огтлолцохгүй байгаа шулуунууд ямар байрлалтай байна вэ?
- г. Хоёр хавтгайн огтлолцолд ямар дүрс үүсэж байна вэ?

Хавтгайг бид ихэвчлэн параллелограмм хэлбэртэй дүрсэлдэг. Доорх зургаас A ба B цэгүүдийг агуулсан хавтгай төгсгөлгүй олон байж болохыг харж болно.

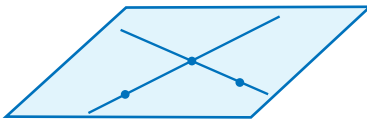


Эдгээр хавтгай дээр AB шулуун орших боловч уг шулуунд харьяалагдахгүй C цэгийг дайрдаг хавтгай нь цор ганц байна.

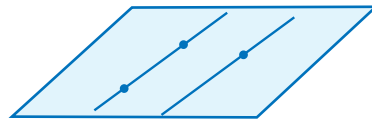
Шулуун эхлэл, төгсгөлгүй байдагтай адил хавтгай нь хязгааргүй байна.



Нэг хавтгай дээр орших хоёр шулуун ямар байрлалтай байж болох вэ?



Огтлолцсон хоёр шулуун



Параллел хоёр шулуун

ӨГСӨН НӨХЦӨЛИЙГ ХАНГАХ ХАВТГАЙ ОРШИХ БАЙХ ТУХАЙ

Нэг шулуун дээр оршдоггүй гурван цэгийг дайруулан хавтгай татаж болно.
 Огтлолцсон хоёр шулууныг нэгэн зэрэг агуулсан хавтгай татаж болно.
 Параллел хоёр шулууныг нэгэн зэрэг агуулсан хавтгай татаж болно.

76

- а. 3 хөлтэй ширээ догонцдог уу? Энэ чанар хавтгайн ямар чанартай холбоотой вэ?

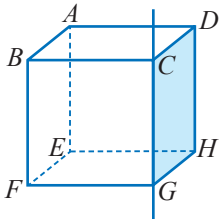


б. Та нар гурван хөлтэй ямар багаж, хэрэгсэл мэдэх вэ?
Ямар учраас зам, барилга, геодези зэрэг мэргэжлийн хүмүүс ийм хөлтэй багаж хэрэглэдэг вэ?



- 77. Огторгуйн аливаа хоёр шулууныг дайруулан нэг хавтгай ямагт татаж болох уу? Ямар тохиолдолд болох вэ?
- 78. Нэг хавтгай дээр үл орших A, B, C, D цэгүүд өгөгджээ. Эдгээр цэгийн ядаж гурвыг нь дайрсан хавтгай нийт хэдийг татаж болох вэ?
- 79. Нисэж яваа гурван ялаа 5 минутын дараа нэг хавтгайд орших магадлал ямар байх вэ?

Жишээ 14. Зурагт $ABCDEFGH$ кубийг дүрсэлжээ.



- а. CG шулуунтай огтлолцох хэдэн шулуун байна вэ? Нэрлэж бичээрэй.
- б. CG шулуунтай параллел хэдэн шулуун байна вэ?
- в. Мөн CG шулуунтай үл огтлолцох, параллел биш хэдэн шулуун байна вэ? Нэрлэж бичээрэй.
- г. AE, AB, BF, EF, AF, BE шулуунууд $GCDH$ талсыг агуулсан хавтгайг огтлох уу?

Бодолт:

- а. CG шулуунтай огтлолцсон 4 шулуун байна. Эдгээр нь BC, FG, GH, CD юм.
- б. CG шулуунтай параллел 3 шулуун байна. Эдгээр нь BF, AE, DH юм.
- в. CG шулуунтай үл огтлолцох, параллел биш AB, AD, EF, EH гэсэн 4 шулуун байна.
- г. AE, AB, BF, EF, AF, BE шулуунууд $GCDH$ талсыг агуулсан хавтгайг огтлохгүй.

СОЛБИСОН ШУЛУУНУУД

Хэрэв огторгуйн хоёр шулуун огтлолцохгүй бөгөөд параллел биш бол тэдгээрийг **солбисон шулуунууд** гэнэ.

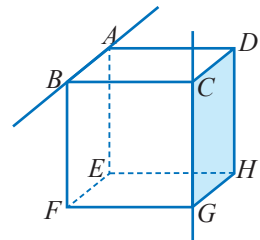
80. Зураг дээрх AB ба CG шулуунууд солбисон шулуунууд мөн үү?

81. Хоёр савх авч, шулуунуудын харилцан байршлыг дүрсэлж үзүүлээрэй.

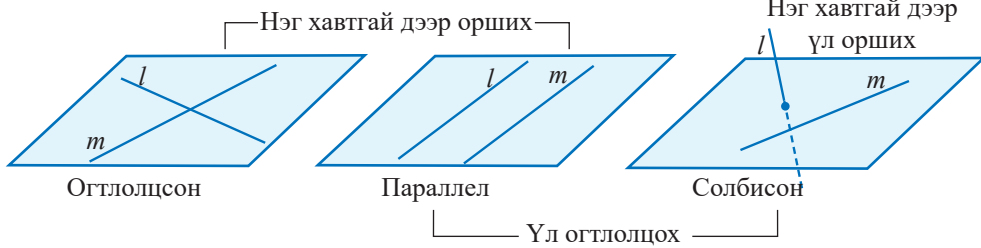
82. Солбисон хоёр шулууныг агуулсан хавтгай татаж болох уу?

83. Анги танхимаасаа параллел, солбисон, огтлолцсон шулуунуудын жишээ ол.

84. AB ба CD нь солбисон шулуунууд бол AD ба BC шулуунууд нэг хавтгай дээр орших уу?



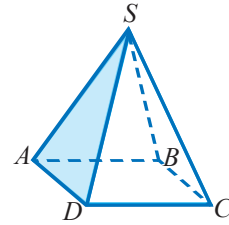
Хоёр шулуун дараах 3 байдлаар байрлаж болно.



85 Зурагт $SABCD$ пирамидыг дүрслэв. BC шулуунтай:

- а. Огтлолцсон
- б. Параллел
- в. Солбисон шулуунуудыг

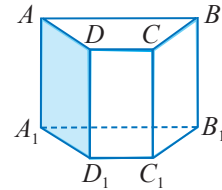
тус тус нэрлэж бич.



86 Гурвалжин пирамидын ирмэгүүдийг агуулсан хэдэн хос солбисон шулуун олдох вэ?

87 Зургийг ажиглаж цэгийн оронд *параллел*, *огтлолцсон*, *солбисон* гэсэн үгнүүдийн аль тохирохыг нь нөхөж бичээрэй.

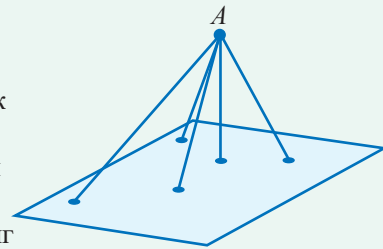
- а. AB, D_1C_1 шулуунууд байна.
- б. AD, B_1C_1 шулуунууд байна.
- в. AD, BC шулуунууд байна.



88 Аль ч гурав нь нэг шулуунд харьяалагдахгүй, аль ч дөрөв нь нэг хавтгай дээр үл орших 5 цэг өгөгдөв.

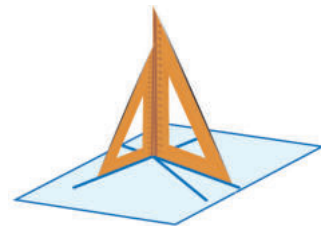
- а. Аль ч хоёр цэгийг нь дайрсан нийт хэдэн шулуун татаж болох вэ?
- б. Аль ч гурван цэгийг нь дайрсан нийт хэдэн хавтгай татаж болох вэ?

- Зургийг ажиглаад асуултын дагуу ярилцаарай.
- а. Хавтгай дээрх цэгүүдээс энэ хавтгайд оршихгүй A цэг хүртэлх зайнууд тэнцүү байж чадах уу?
- б. A цэг хүртэлх зай нь хамгийн бага байх хэдэн цэг хавтгайгаас олдох вэ?
- в. A цэг хүртэлх зай нь хамгийн бага байх цэгийг хэрхэн олох вэ?



89 Хоёр ширхэг гурвалжин шугам ашиглан ширээн дээр босгож тавьсан харандаа эгц босоо байгаа эсэхийг хэрхэн шалгах вэ?

Гурвалжин шугамын өгсөн хавтгай (ширээ) дээр оршихгүй байгаа катет нь хавтгай дээрх шулуунуудтай ямар байрлалтай байх вэ?

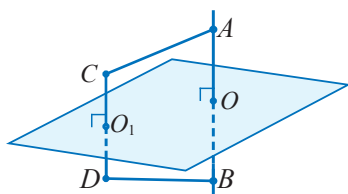


Хавтгай дээр оршихгүй A цэгээс уг хавтгайд буулгасан перпендикуляр шулууны хавтгайг огтлох цэг хүртэлх зайг A *цэгээс хавтгай хүртэлх зай* гэнэ.

Тэгш өнцөгт гурвалжны гипотенуз нь катетуудаасаа ямагт урт байна.

90) Куб зурж тэмдэглээд, суурийн талсад перпендикуляр ирмэгүүдийг олж бичээрэй.

91) Орчин тойрноосоо хавтгайд перпендикуляр шулууны жишээ ол.



Хавтгайд перпендикуляр шулуун дээр орших A ба B цэгүүд хавтгайгаас ижил зайтай бол хавтгайн хувьд тэгш хэмтэй байрлаж байна гэдэг. $AO=OB$
 CD хэрчим нь хавтгайд перпендикуляр бөгөөд $CO_1=O_1D$ байгаа тул AC ба DB хэрчмүүд хавтгайн хувьд тэгш хэмтэй байна.

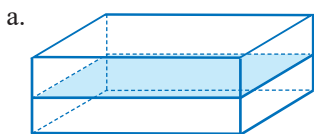
а. б. в. г. д.

Асуултын дагуу ярилцаарай.

а. Ямар биетүүд тэнцүү хуваагдсан байна вэ?
 б. Өөр яаж огтлоход биетүүд тэнцүү хуваагдах вэ?
 в. Аль зургийн хувьд биетийн хуваагдсан хэсгүүд нь хавтгайн хоёр талд тэгш хэмтэй байрлаж байна вэ?

е. ж.

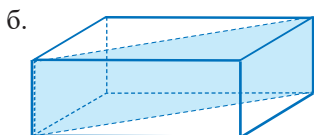
Жишээ 15. Зурагт нэг параллелепипедийг хоёр өөр хавтгайгаар огтолсныг харуулав.



Аль зурагт параллелепипедийн хуваагдсан хэсгүүд нь хавтгайн хувьд тэгш хэмтэй байна вэ?

Бодолт:

а. Параллелепипедийг нүүрнээс нь харвал дараах дүрс үүснэ. Хуваагдсан хэсгүүд тэгш хэмтэй байна.

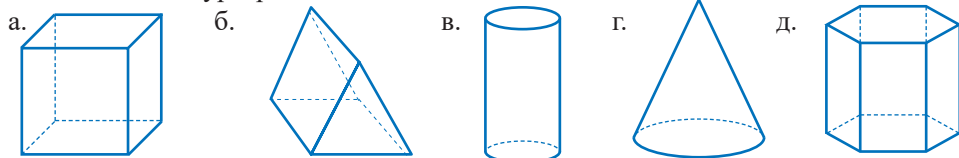


б. Параллелепипедийг эгц дээрээс харвал дараах дүрс үүснэ. Хуваагдсан хэсгүүд тэгш хэмтэй байна.



Биетийг тэгш хэмтэй хоёр хэсэгт хуваадаг хавтгайг уг биетийн *тэгш хэмийн хавтгай* гэнэ.

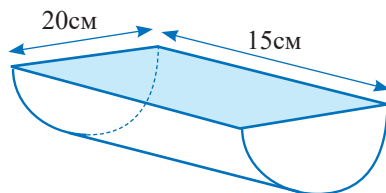
92 Дараах биетүүдийн тэгш хэмийн хавтгайг зураарай. Биет бүр тэгш хэмийн хэдэн хавтгайтай вэ? Зураарай.



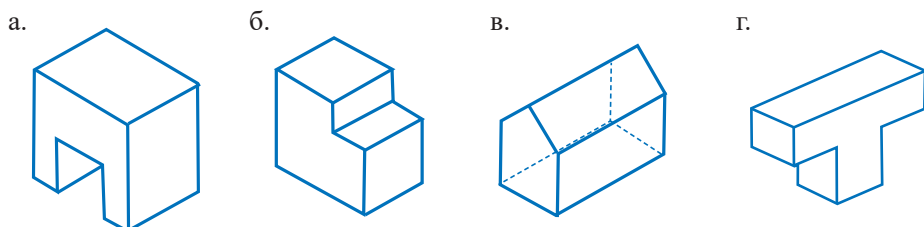
93 Хүснэгтийг гүйцээж нөх.

Биетийн нэр	Цилиндр	Конус	Куб	Тэгш өнцөгт параллелепипед	Бөм-бөрцөг	Призм	Зөв дөрвөн өнцөгт пирамид
Тэгш хэмийн хавтгайгаар огтлоход огтлолд үүсэх дүрс		Адил хажуут гурвалжин			Дугуй		

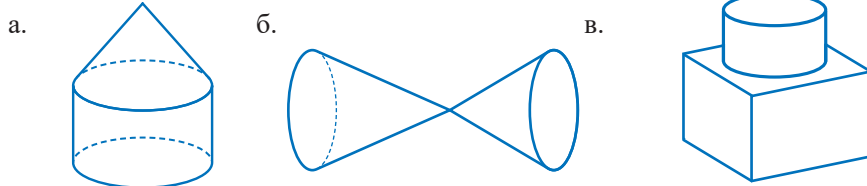
94 Цилиндрийг тэгш хэмийн хавтгайгаар огтлоход үүссэн биетийг харуулжээ. Огтлолд үүссэн дүрсийн талбайг ол.



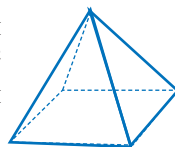
95 Дараах биетүүдийн тэгш хэмийн хавтгайг зур. Биет бүр тэгш хэмийн хэдэн хавтгайтай байна вэ?



96 Дараах биетүүдийн тэгш хэмийн хавтгайг зур. Огтлолд нь ямар дүрс үүсэж байна вэ?



97 6см талтай квадрат суурьтай пирамидыг суурийн талын дунджийг дайрсан тэгш хэмийн хавтгайгаар огтлоход 48 см^2 талбайтай гурвалжин үүсжээ. Пирамидын оройгоос суурийн хавтгай хүртэлх зайг ол.



Хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг

- Хархорин хотыг зорин явж буй тэмээн жингийн цувааг зурагт дүрсэлжээ.
- а. Аль зүгт явбал болох вэ?
- б. Хойд зүг ба явах чиглэлийн хооронд ямар өнцөг үүсэж байна вэ?
- в. Үүнийг хэрхэн олж болох вэ?
- Ямар аргаар олж болохыг ярилцаарай.



❓ Нисэх онгоц, усан онгоцоор явахдаа хүрэх газраа зүг чигээ алдахгүйгээр хэрхэн хүрдэг юм бол? Ярилцаарай.

Жишээ 16. Би баруун хойд зүг рүү явах зорилготой. Луужингаа зөв байрлуулбал би хойд зүгтэй хэдэн градус өнцөг үүсгэх чиглэл баримтлан явахад хүрэх газраа очих вэ?

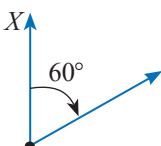


Дэлхийн соронзон орны нөлөөгөөр луужингийн улаан зүү нь ямагт хойд зүгийг заадаг тул луужинг эргүүлж улаан зүүгээ хойд зүг (North-N) гэсэн тэмдэглэгээ рүү зааж байхаар байрлуулна. Ингээд хойд зүгээ олсны дараа баруун хойд зүг явахын тулд луужингийн 315° зааж байгаа цацрагийн (NW) дагуух чиглэлд авна.

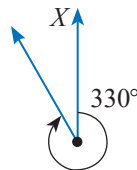
ХОЙД ЗҮГТЭЙ ҮҮСГЭХ ӨНЦӨГ

Хойд зүг ба явах чиглэлийн хооронд цагийн зүүний дагуу үүсэж байгаа өнцгийг **хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг** гэнэ.

Хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг гурван оронтой тоогоор тэмдэглэнэ. Жишээ нь, Зүүн хойд зүгийн хувьд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 045° байна (Олон улсын тэмдэглэгээнд $N045^\circ$).

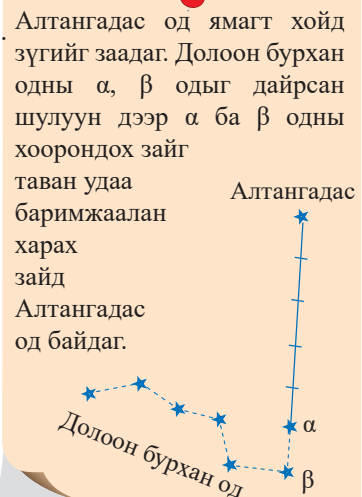


Хойд зүгийн өнцөг 060°



Хойд зүгийн өнцөг 330°

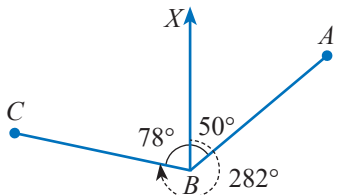
98 Луужин ашиглаж найман зовхис (хойд, баруун, урд, зүүн, баруун хойд, зүүн хойд, баруун урд, зүүн урд)-ыг заасан зүг бүрийн хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг тогтоо.



Жишээ 17.

A, B, C гурван хот өгөгджээ.

B хотоос A хот, B хотоос C хотын чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг олоорой.

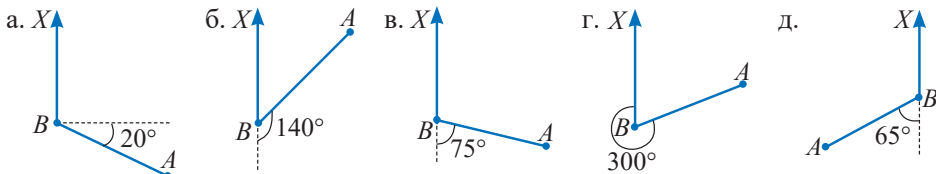


Бодолт:

B хотоос A хотын чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг 050° байна.

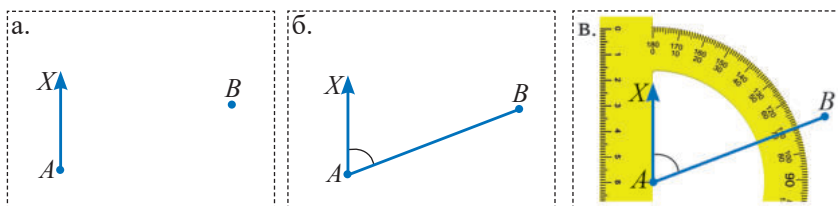
B хотоос C хотын чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг $360^\circ - 78^\circ = 282^\circ$ байна.

99 B цэгээс A цэгийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг ол.



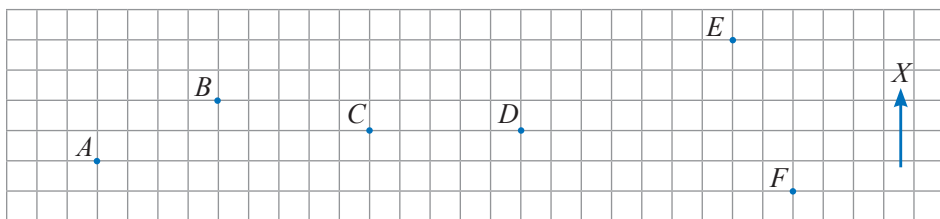
A цэгээс B цэгийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг олохдоо:

- A цэгээс хойд чиглэлтэй параллел шулуун татна.
- A цэгийг B цэгтэй холбоно.
- Хойд зүгээс эхлэн цагийн зүүний дагуу өнцгийг хэмжинэ.



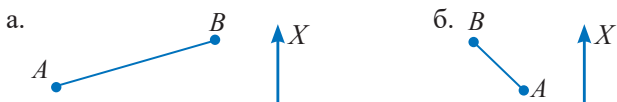
Өнцгийн хэмжээ нь 70° буюу хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 070° байна.

100 Дурын 2 цэг сонгон авч, чиглэлээ тодорхойлоод хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг ол.



101 Усан онгоц зогсоолын баруун хойд зүгээс иржээ. Буцахдаа хойд зүгтэй ямар өнцөг үүсгэх чиглэлд явах вэ?

102 A -аас B , B -ээс A -ийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг ол.



103 A хотоос B хотын чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 036° , C хотын чиглэлд 230° бол CAB өнцгийг ол.

104 A -аас C -ийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 160° бол C -ээс A -ийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг ол.

105 O -оос A -ийн чиглэлд хойд зүгтэй 300° өнцөг үүсгэдэг. O нь B -ээс зүүн хойд зүгт байрладаг. B нь A -аас хойд зүгтэй 210° өнцөг үүсгэх чиглэлд байрладаг. Дараах чиглэлүүдийн хойд зүгтэй үүсгэх өнцгүүдийг ол.

- а. B -ээс A б. A -аас O в. B -ээс O

Жишээ 18.

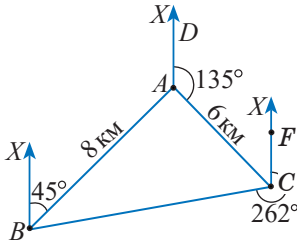
A, B, C суурингууд зурагт үзүүлснээр байрладаг.

B -ээс A -ийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 045° ,

A -аас C -ийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 135° байв.

а. $AB = 8$ км, $AC = 6$ км бол B ба C суурингийн хоорондох зайг ол.

б. C -ээс B -ийн чиглэлд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь 262° бол ABC гурвалжны өнцгүүдийг ол.



Бодолт:

а. Зурагт үзүүлснээр $\angle DAB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ байна.

Иймд $\angle BAC = 360^\circ - 135^\circ - 135^\circ = 90^\circ$ болох тул BAC нь тэгш өнцөгт гурвалжин байна. Пифагорын теоремоор $BC^2 = BA^2 + AC^2$ тул $BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$ км.

- б. $\angle FCA = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ тул
 $\angle ACB = 360^\circ - 45^\circ - 262^\circ = 53^\circ$,
 $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ боллоо.

106 Онгоц A хотоос B хот руу хойд зүгийн 055° өнцөг үүсгэн 250 км нисэж хүрэв. Өөр нэг онгоц A хотоос C хот руу хойд зүгийн 315° өнцөг үүсгэн 400 км нисэж хүрэв. B ба C хотуудын хоорондох зайг ол.

107 Хөлөг онгоц зүүн хойд зүг рүү 20 км явав. Дараа нь урагшаа 18 км яваад зогсчээ. Анх байсан газраас ямар өнцгийн чиглэлд, ямар зайд байна вэ? 2 км-ийг 1 см-т багтаасан масштабын тусламжтайгаар зураг зурж шийдвэрлэ.

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

Дадлага ажил: Нисгэгчийн явах чиглэлийг тогтоогоорой.

Хот хоорондын онгоцны нисгэгч хойд зүгтэй ямар өнцөг барьж нисэх вэ?

а. Хэмжилт хийж хотуудын хоорондох зайг тооцоолно.

б. Очихыг хүссэн хотуудаар дамжин аялал хийх зам, чиглэлээ тогтооно.

в. Масштаб, зургийг ашиглан бодлого зохиогоорой.



108 Монгол улсын газрын зургийг ашиглан бод.

- Улаанбаатар хотоос Мөрөн хотын чиглэлд,
- Улаанбаатар хотоос Чойбалсан хотын чиглэлд,
- Цэцэрлэг хотоос Даланзадгад хотын чиглэлд, Даланзадгад хотоос Цэцэрлэг хотын чиглэлд,
- Улаангом, Өлгий, Ховд хотуудын хооронд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг тус тус ол.



106 Охин хойд зүг рүү 80 м алхаад дараа нь зүүн зүгт 200 м явсан бол:

- Эхний байрлалаас ямар зайд байгаа вэ?
- Тэрээр эхний байрлалдаа ирэхэд хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь ямар байх вэ? Зургаар харуул.

107 Билгүүн хойд зүгээс 240° -ын өнцгөөр 200 м зайд алхахаар төлөвлөжээ. Гэвч түүний луужин зөв ажиллаж чадаагүйгээс 225° -ын өнцгөөр 200 м алхжээ. Тэрээр зорьсон газартаа хүрэхийн тулд хойд зүгтэй ямар өнцөг үүсгэн, ямар зайд алхах вэ?



Эрдэнэсийн байршлыг тогтоох

Зорилго: Эрдэнэс нуусан цэгүүдийг олох

Дүрэм: Хосоороо 5 минутын турш тоглох ба олон эрдэнэсийн байршлыг олсон тоглогч ялагч болно.

Хэрэглэгдэхүүн: Шугам, транспортер, харандаа, цаас

Эрдэнэсийн байршил ба O цэгээс явах чиглэлийг хүснэгтээр өгчээ.

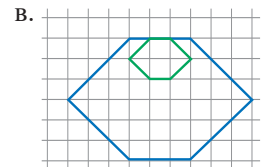
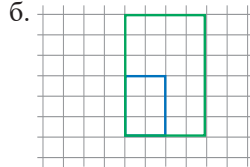
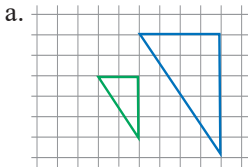
Масштаб
(1:10000000)



Цэг	Градус	Бодит хэмжээ	Зурах хэмжээ
A	080°	490 км	
B	060°	1000 км	
C	336°	690 км	
D	171°	510 км	
E	063°	450 км	
F	291°	850 км	
G	117°	700 км	
H	016°	410 км	
I	156°	640 км	
P	233°	440 км	
S	193°	140 км	
T	211°	980 км	
W	335°	640 км	

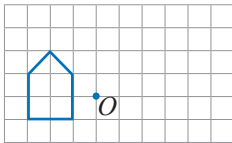
Давтах

111 Цэнхэр дүрсийн дүр нь ногоон дүрс бол гомотетын төв O цэгийн байрлал болон k коэффициентийг ол.

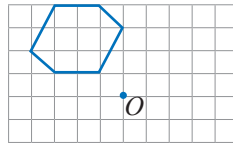


112 O цэгт төвтэй, өгсөн коэффициенттэй гомотетоор хувирга.

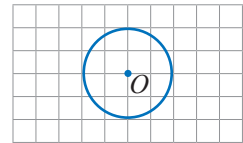
а. $k=3$



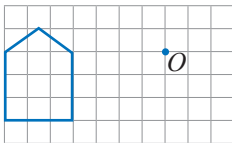
б. $k=2$



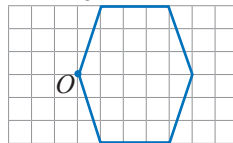
в. $k=3$



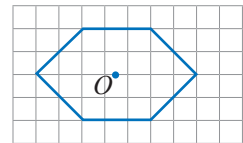
г. $k=0.5$



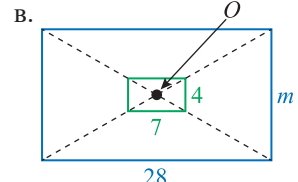
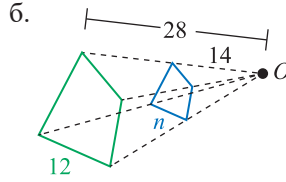
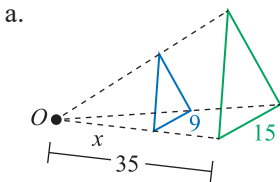
д. $k = \frac{1}{6}$



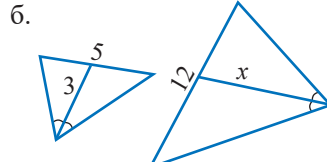
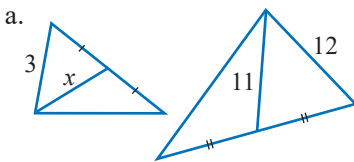
е. $k=1.5$



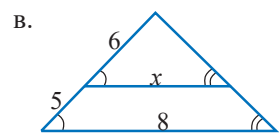
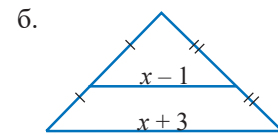
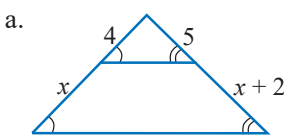
113 O цэгт төвтэй гомотетын үр дүнг харуулав. Мэдэгдэхгүй байгаа утгуудыг ол.



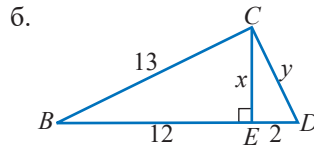
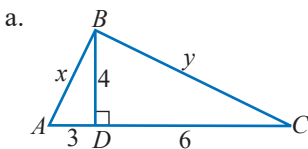
114 Хос гурвалжнууд төсөөтэй бол мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.



115 x -ийг ол.



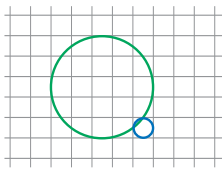
116 Мэдэгдэхгүй байгаа уртуудыг ол.



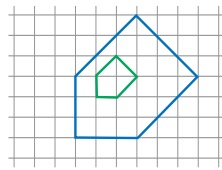
Өөрийгөө сорих - 7

- 1 Цэнхэр дүрсийн дүр нь ногоон дүрс бол гомотетын төв O цэгийн байрлал болон k коэффициентийг ол.

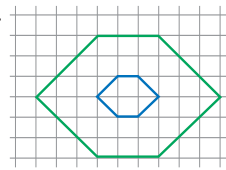
а.



б.



в.



- 2 $(0,0)$ цэгт төвтэй гомотет хувиргалтаар $(1,7)$ цэг $(5,35)$ цэгт шилжжээ. Хувиргалтын коэффициентийг ол.

- 3 Тэгш өнцөгт гурвалжны катетууд нь 4.5м ба 1.5м. Аль хос нь энэ гурвалжинтай төсөөтэй гурвалжны катетууд байна вэ?

а. 6 м ба 2 м

б. 8 м ба 5 м

в. 7 м ба 3.5 м

г. 10 м ба 2.5 м

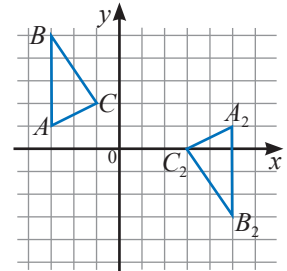
д. 5.5 м ба 2.5 м

е. 11.25 м ба 3.75 м

- 4 Дүрсийг $(1, 2)$ ба $(-4, 1)$ чиглэлээр дараалан параллел зөөв. Энэ хоёр параллел зөөлтийн үр дүнг ямар хувиргалтаар илэрхийлж болох вэ?

- 5 Координатын хавтгай дээр дүрсийг Ox тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргав. Дараа нь $y = -5$ шулууны хувьд тэгш хэмтэй хувиргав. Дараалсан хувиргалтуудын үр дүнг ямар хувиргалтаар илэрхийлж болох вэ?

- 6 ABC гурвалжныг D цэгт төвтэйгөөр α өнцгөөр дараалан хоёр удаа эргүүлэв. Дүр нь $A_2B_2C_2$ гурвалжин бол дараалсан хувиргалтуудыг тодорхойл.



- 7 Хос цэгүүдийн хоорондох зайг ол.

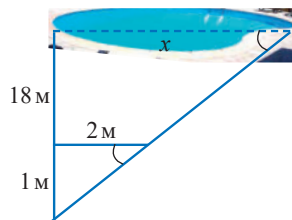
а. $R(0, 1)$ ба $S(6, 3.5)$

б. $T(-2, -3)$ ба $V(-5, 1)$

- 8 $(-1, 3)$, $(4, -2)$, $(1, -5)$ цэгүүдэд оройтой гурвалжин тэгш өнцөгтэй байна гэж харуул.

- 9 Усан онгоц зогсоолоос хойд зүгтэй 150° өнцөг үүсгэх чиглэлд 10 км явж А боомтод хүрэв. Дараа нь 240° өнцөг үүсгэх чиглэлд 11 км явж Б боомтод хүрчээ. Зогсоолоос Б боомт хүрэх зайг ол.

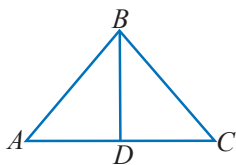
- 10 Нуурын өргөнийг ол.



VIII БҮЛЭГ. ХЭМЖИГДЭХҮҮН

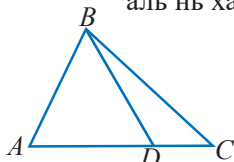
Урт, талбай

Жишээ 1. $AB = BC$ байх ABC адил хажуут гурвалжны периметр нь 16 см. BD нь медиан ба ABD гурвалжны периметр 12 см бол BD медианы уртыг ол.



Бодолт: $P_{ABD} = P_{BDC}$ (өгсөн нөхцөлөөс)
 $P_{ABD} + P_{BDC} = 12 \text{ см} + 12 \text{ см} = 24 \text{ см}$ (өмнөх үр дүнгээс)
 $24 \text{ см} = AB + BD + AD + BD + BC + DC = P_{ABC} + 2 \times BD$ буюу
 $24 \text{ см} = 16 \text{ см} + 2 \times BD$ болно.
 $2 \times BD = 24 \text{ см} - 16 \text{ см} \Rightarrow BD = 8 \text{ см} \div 2 = 4 \text{ см}.$

Жишээ 2. ABC гурвалжны $AB = 5 \text{ см}$, $BC = 7 \text{ см}$, $AC = 9 \text{ см}$ бол $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ -ийн аль нь хамгийн их, аль нь хамгийн бага байх вэ?



Заавар:

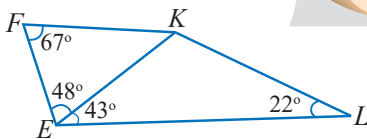
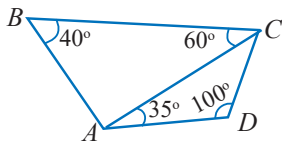
- а. AC тал дээр $AD = 5 \text{ см}$ байхаар D цэг тэмдэглэ. ABD нь ямар гурвалжин байна вэ?
- б. $\angle ABD$ -г $\angle B$ ба $\angle BDA$ -тэй жиш.

- в. Гадаад өнцгийн чанар ашиглан $\angle BDA$ -г $\angle C$ -тэй жиш.
- г. Гаргасан үр дүнгүүдээ ашиглан $\angle B$ -г $\angle C$ -тэй жиш.
- д. Дээрхтэй адилаар $\angle B$ -г $\angle A$ -тай, $\angle C$ -г $\angle A$ -тай тус тус жиш.
- е. Гурвалжныг байгуулж, өнцгүүдийг хэмжиж гаргасан үр дүнгээ шалга.

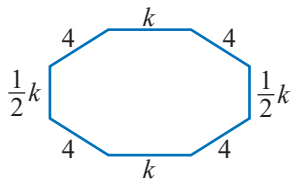
- 1. ABC гурвалжны өнцгүүдийг буурах дарааллаар бич.
 - а. $AB = 3 \text{ см}$, $BC = 5 \text{ см}$, $AC = 4 \text{ см}$
 - б. $AB - BC = 2 \text{ м}$, $BC - AC = 1 \text{ м}$

Гурвалжны их өнцгийн эсрэг урт тал, бага өнцгийн эсрэг богино тал оршино.

- 2. Хэрчмүүдийг уртынх нь буурах дарааллаар бич.
 - а.
 - б.

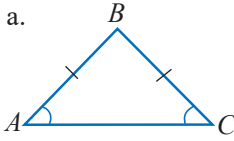


- 3. Зургаан өнцөгтийн талууд x , $x + 1$, $x + 2$, $x - 3$, $x + 3$, $x + 4$ ба периметр нь 100.
 - а. x -ийг ол.
 - б. Хамгийн урт, хамгийн богино талын уртыг ол.

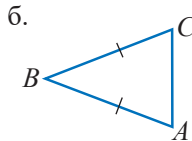


- 4. Зурагт өгсөн найман өнцөгтийн периметр 54 нэгж бол мэдэгдэхгүй байгаа талуудыг ол.
- 5. Тэгш өнцөгт гурвалжны тэгш өнцгийн оройгоос гарсан медианы уртыг гипотенузын урттай жиш.

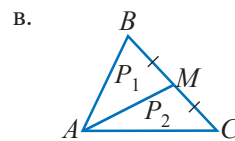
6 Өгсөн нөхцөлүүдээр мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг ол.



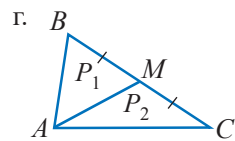
$P = 35$ см
 $AC : AB = 3 : 2$
 $AB, BC, AC - ?$



$AB - AC = 10$ м
 $P = 26$ м
 $AB, BC, AC - ?$



$P = 28$ дм, $AC = BC$
 $P_2 - P_1 = 2$ дм
 $BC, AC - ?$



$P = 28$ м, $BC = 8$ м
 $P_2 - P_1 = 5$ м
 $AB, AC - ?$

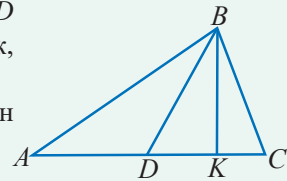
7 Адил хажуут гурвалжны нэг тал нь 8 см, периметр нь 26 см. Талууд нь бүхэл тоон урттай бол бусад нь ямар урттай байх боломжтой вэ?

8* Тэгш өнцөгтийг 9 ширхэг жижиг тэгш өнцөгтөд хуваав. Тэдгээрээс зурагт өгөгдсөнөөр дөрвөн тэгш өнцөгтийн периметр мэдэгдэж байгаа бол x (периметр)-ийг ол.

$P = 12$		$P = x$
$P = 10$		$P = 13$

ABC гурвалжны AC тал нь 20 см, өндөр BK нь 8 см, BD нь медиан бол ABD, DBC гурвалжнуудын талбайг олж, жиш. Ярилцаад, дүгнэлт гаргаарай.

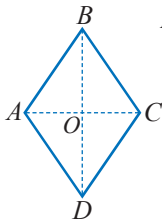
- а. ABD болон DBC гурвалжны B оройгоос татсан өндөр тус тус хаана буух вэ?
- б. AD, DC талын уртыг ол.
- в. ABD, DBC гурвалжнуудын талбайг тус тус олж, харьцуул.
- г. Дээрх харьцаа медианы сонголтоос хамаарах эсхийг тогтоо.
- д. Дээрх харьцаа гурвалжны хэлбэрээс хамаарах уу?



ГУРВАЛЖНЫ МЕДИАНЫ ЧАНАР

Гурвалжны медиан нь уг гурвалжныг тэнцүү талбайтай хоёр гурвалжинд хуваана.

Жишээ 3. Ромбын диагоналиуд нь 16 см ба 22 см бол талбайг нь ол.



Бодолт: Ромбын диагоналиуд тэгш өнцгөөр огтлолцож, огтлолцлынхоо цэгээр хагаслан хуваагдана.

Мөн ABO гурвалжны талбай: $S_{ABO} = \frac{AO \times OB}{2}$ байна.

$AO = \frac{AC}{2} = 8$ см, $OB = \frac{BD}{2} = 11$ см

$S_{ABO} = \frac{8 \times 11}{2} = 44$ см².

Ромбын талбай: $S_{ABCD} = S_{ABO} \times 4 = 44$ см² $\times 4 = 176$ см²

9 Координатын хавтгайн өгсөн цэгүүдэд оройтой дүрсийн талбайг ол.

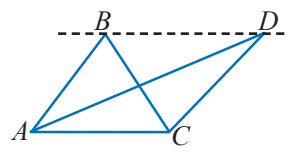
- а. (1, 6), (9, 6), (7, 9) б. (1, 6), (9, 6), (10, 9)
- в. (1, 1), (10, 1), (8, 6), (5, 6) г. (2, 2), (10, 4), (10, 10), (2, 6)

10 Трапецын талбай 168 м² байв.

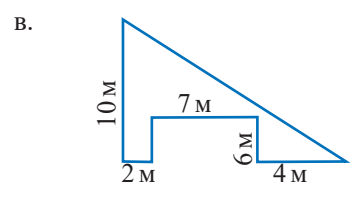
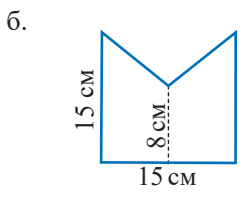
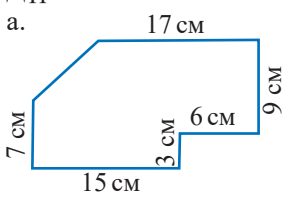
- а. Сууриуд харгалзан 8 м ба 34 м бол өндрийг ол.

б. Нэг суурь 13 м, өндөр нь 12 м бол нөгөө суурийг ол.

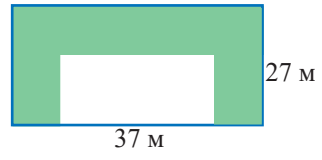
11 Зурагт өгсөн ABC гурвалжны талбай 27 см^2 , $AC \parallel BD$ бол ADC гурвалжны талбайг ол.



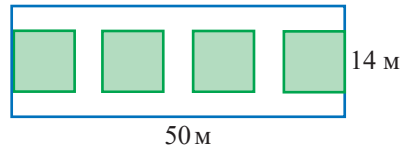
12 Дүрсийн талбайг ол.



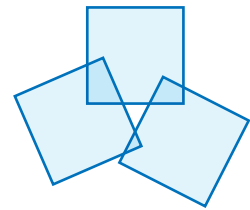
13 Талбайн гадуур зурагт үзүүлснээр 3 м өргөнтэй зүлэг тарив. Зүлэг тарьсан талбайн хэмжээг ол.



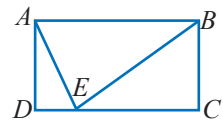
14 Зурагт үзүүлсэн тэгш өнцөгт хэлбэрийн талбайд 4 ширхэг цэцгийн мандал хийжээ. Үлдсэн талбайг цементлэв. Цэцгийн мандал бүр квадрат хэлбэртэй ба цементэлсэн талбайн хэмжээ 444 м^2 бол цэцгийн мандал болж буй квадратын талын уртыг ол.



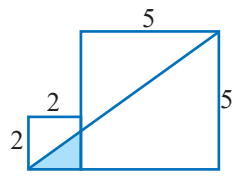
15 Гурван тэнцүү квадрат зурагт үзүүлснээр давхарласан байв. Огтлолцолд үүссэн дүрсүүдийн талбай харгалзан 0.5 см^2 , 6 см^2 , 7 см^2 бөгөөд үлдсэн хэсгийн талбай нь 120 см^2 бол квадратын талын уртыг олж, миллиметр ба метрээр илэрхийл.



16 DE нь DC хэрчмийн $\frac{1}{4}$ -тэй тэнцүү. AD нь DE -ээс 2 см-ээр урт байв. Хэрэв $AB = 12 \text{ см}$ бол EBC гурвалжны талбайг ол.

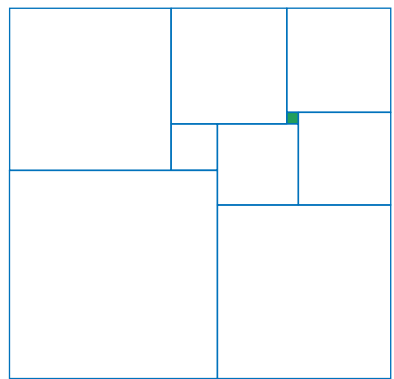


17* Зурагт будсан хэсгийн талбайг ол.



Квадратын талбай

Тэгш өнцөгт хэлбэртэй өрөөг зурагт үзүүлснээр өнгө өнгийн квадрат хэлбэрийн хавтангуудаар өнгөлжээ. Хамгийн жижиг квадратын талбай 1 см^2 бол бусад квадратуудын талбайг олоорой.



Зам-хугацааны график



Хугацааны тэнцүү завсруудад ижил зам туулж буй биеийн хөдөлгөөнийг жигд хөдөлгөөн гэдэг.

- Жигд хөдөлж байгаа эдгээр биетүүдийн хөдөлгөөн юугаараа ялгаатай вэ?
- Эдгээр биетүүдийн хурдыг харьцуулж болох уу? Хурд нь ямар байх вэ?
- Усайн Болт 100 м замыг 9.8 секундэд гүйж дэлхийн рекордыг эвдсэн бол түүний хурд ямар байсан вэ?
- Машин 2000 м зам туулахад 1000 секунд зарцуулсан бол түүний хурдыг ол.

Жишээ 4. Улаанбаатараас Оюу-Толгой хүртэл 750 км зайтай. Жуулчид Улаанбаатараас 1 цаг 10 минут нисэж Оюу-Толгойд очсон бол онгоцны хурдыг ол. Хурдыг м/с нэгжээр илэрхийл.

Бодолт: 750 км = 750000 м

1 цаг = 60 мин, 1 мин = 60 сек тул

1 цаг 10 мин = 70 мин = 4200 сек.

$$\text{Онгоцны хурд } v = \frac{s}{t} = \frac{750000 \text{ м}}{4200 \text{ сек}} = 178 \frac{4}{7} \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

$\frac{\text{м}}{\text{сек}}$ нэгжийг м/с гэж бичдэг.

Жишээ 5. Галт тэрэг Улаанбаатараас 10 цаг 15 минутад гарч С зөрлөг хүртэлх 480000 м замыг 100 км/ц дундаж хурдтай туулав. С зөрлөгт хэдэн цагт очсон бэ?

Бодолт: 1 км = 1000 м, 1 м = $\frac{1}{1000}$ км

$$480000 \text{ м} = \frac{480000}{1000} \text{ км} = 480 \text{ км.}$$

$$\text{Аялсан хугацаа } t = \frac{s}{v} = \frac{480 \text{ км}}{100 \frac{\text{км}}{\text{цаг}}} = 4.8 \text{ цаг}$$

4.8 цаг = 4 цаг 48 мин тул

С зөрлөгт 10.15 + 4.48 = 15.03-д иржээ.

Жишээ 6. 50 км/ц хурдтай автобус Улаанбаатараас Өвөрхангай хүртэл 480 минут явсан бол ямар зам туулсан бэ?

Бодолт:

1 цаг = 60 мин, 1 мин = $\frac{1}{60}$ цаг, 480 мин = $\frac{480}{60}$ цаг = 8 цаг.

$$s = t \times v = 50 \text{ км/ц} \times 8 \text{ цаг} = 400 \text{ км}$$

Бие 1 сек, 1 мин, 1 цаг гэсэн нэгж хугацаанд 1 см, 1 м, 1 км нэгж урттай зам явах хурдыг хурдны нэгж болгон авдаг.

ЖИГД ХӨДӨЛГӨӨНИЙ ХУРД

Нэгж хугацаанд явсан замыг жигд хөдөлгөөний хурд гэдэг.

Зам, хурд, хугацааны хоорондын хамаарлыг илэрхийлсэн томъёонууд:

$$v = \frac{s}{t}; t = \frac{s}{v}; s = vt.$$

Жишээ 7. Нисдэг тэрэг 270 км/ц хурдтай нисэж байв. Түүний хурдыг м/с -ээр илэрхийл.

$$\text{Бодолт: } 270 \text{ км} = 270000 \text{ м, } 1 \text{ цаг} = 3600 \text{ сек, } 270 \frac{\text{км}}{\text{цаг}} = \frac{270000}{3600} = 75 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

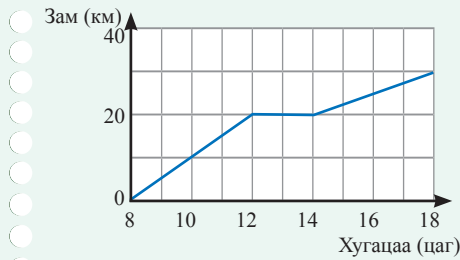
- 18 Биет өгөгдсөн замд доорх хурдтайгаар аялсан бол ямар хугацаа зарцуулах вэ?
 а. 120 км замд 40 км/ц хурдтай б. 200 м замд 40 км/с хурдтай
 в. 250 км замд 60 км/мин хурдтай г. 120 км замд 50 м/мин хурдтай
 д. 80 м замд 30 м/с хурдтай е. 250 м замд 70 м/мин хурдтай
 ё. 40 м замд 90 см/с хурдтай ж. 250 м замд 100 см/мин хурдтай
- 19 Машиныудын хурд өгөгджээ. Эдгээр машинууд 100 км замыг ямар хугацаанд туулах вэ?
 а. Нэгдүгээр машин 1850 м/мин б. Хоёрдугаар машин 2200 см/с
 в. Гуравдугаар машин 60 м/с г. Дөрөвдүгээр машин 180 дм/с
- 20 Галт тэрэг 20 м/с, хөнгөн тэрэг 30 м/с хурдтай аялав. Тэд хэчнээн км/ц хурдтай аялж байна вэ?
- 21 Хиймэл дагуул дэлхийг 8000 м/с -ийн хурдтай тойрдог бол хурдыг км/с нэгжээр илэрхийл.
- 22 Дараах хөдөлгөөнүүд жигд хөдөлгөөн мөн үү? Хариултаа тайлбарла.
 а. Галт тэрэг буудлаас хөдлөхдөө хурдаа ихэсгээд, буудалд ойртож ирэхдээ хурд нь буурна.
 б. Сурагчид 1000 м зайд гүйхдээ нэгэн ижил тойргийг харилцан адилгүй хугацаанд туулна.
- 23 Онгоц А арлаас С арал хүртэлх 2800 км замд аялахаар 14 цаг 25 минутад хөөрөв. Онгоцны дундаж хурд 500 км/ц байсан бол онгоц С аралд хэдэн цагт газардах вэ?
- 24 Онгоц 08 цаг 25 минутад Улаанбаатараас Улаангомьн чиглэлд хөөрөв. Улаангом хүртэл 1360 км зайтай ба онгоцны дундаж хурд 600 км/ц. Улаангомьн цаг нь Улаанбаатарын цагаас нэг цагаар хоцордог бол онгоц Улаангомд хэдэн цагт газардах вэ?
- 25 Усан онгоц урсгал дагуу 5 цагийн турш 145 км явжээ. Хэрэв урсгалын хурд 4.5 км/ц бол ирсэн замаараа буцахад хэчнээн хугацаа зарцуулах вэ?
- 26 Моторт завины тогтмол усанд явах хурд 30 км/ц ба голын урсгалын хурд 2.6 км/ц бол моторт завь урсгал дагуу 9 цаг, урсгал сөрж 4 цаг явах нийт замын ургыг ол.

Хугацааны тэнцүү завсруудад ялгаатай зам туулж буй биеийн хөдөлгөөнийг жигд биш хөдөлгөөн гэдэг. Жигд биш хөдөлгөөний хурд тогтмол биш байх тул нийт замыг туулсан хугацаанд хуваасан хэмжигдэхүүнийг дундаж хурд гэдэг.



Хамтдаа аялъя

Нэгдүгээр машин 14 м/с хурдтай, хоёрдугаар машин 10 м/мин хурдтай, гурав дахь машин 50 км/ц хурдтай аялахаар болжээ. Тэд хамтдаа аялж чадах уу? Хариултаа тайлбарлаарай.



Аялагчдын явсан зам болон хугацааны хамаарлыг графикаар харуулжээ.

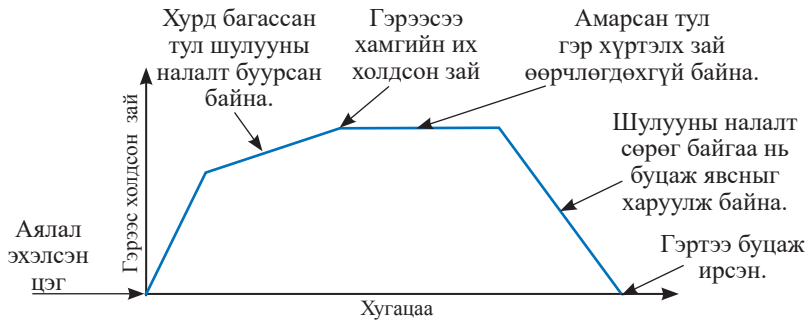
а. Аялагчид 08:00-12:00 цагийн хооронд ямар хурдтайгаар явсан байна вэ?

б. 12:00-14:00 цагийн хоорондох хөдөлгөөнийг хэрхэн тайлбарлах вэ?

- в. 14:00-18:00 цагийн хооронд ямар хурдтайгаар аялсан бэ?
- г. Аялагчид бүх замын туршид ямар дундаж хурдтай явсан бэ?
- д. Аялагчид хамгийн ихдээ ямар хурдтай явсан бэ?

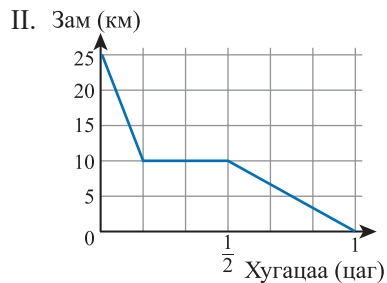
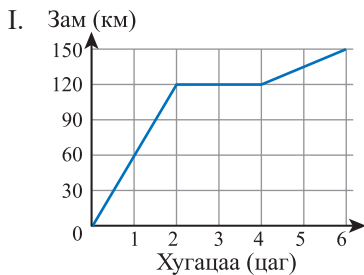
Жишээ 8. Болд гэрээсээ дугуйгаар гарч хэсэг яваад бууж амрав. Цааш дугуйгаа түрж алхсаар хэсэг хугацааны дараа гэрлүүгээ буцжээ. Түүний аяллын зам-хугацааны графикийг тайлбарла.

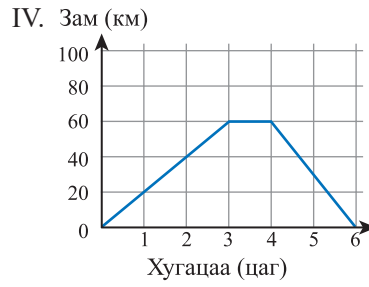
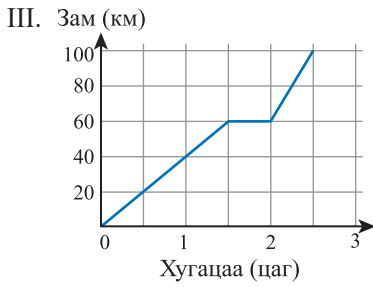
Бодолт:



27 А-Г бодлогын нөхцөлд тохирох зам - хугацааны графикийг харгалзуул.

<p>А. Галт тэрэг 90 км/ц хурдтай явж байжээ. Гэтэл төмөр зам дээр саатал гарсан тул зогсож, 20 минут замаа цэвэрлэхийг хүлээв. Ингээд цааш хурдаа багасган 10 км явжээ.</p>	<p>Б. Аялагч өглөө 10 цагт галт тэрэгний буудлаас хөдөлж 11.30-д нэг өргтөөн дээр буужээ. Энд хагас цаг хүлээж байгаад дараа нь өөр галт тэргэнд сууж 30 минутын хугацаанд 40 км явжээ.</p>
<p>В. Машин 60 км/ц хурдтай 2 цаг яваад машин засвар, үйлчилгээний газарт 2 цаг зогсжээ. Дараа нь бартаат замаар 15 км/ц хурдтай 30 км явжээ.</p>	<p>Г. Билгүүн найзындаа очихоор 20 км/ц -ийн тогтмол хурдтай явжээ. Найзындаа очоод цаг орчим үлдэв. Ингээд 2 цагийн дараа буцаж гэртээ иржээ.</p>

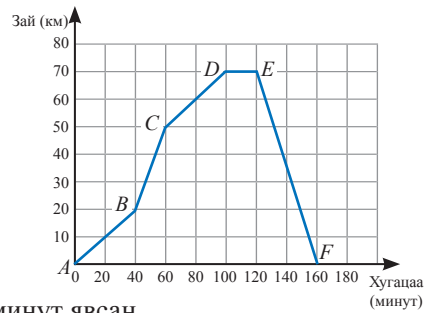




ДУНДАЖ ХУРД

$$\text{Дундаж хурд} = \frac{\text{Нийт явсан зам}}{\text{Нийт зарцуулсан хугацаа}}$$

Жишээ 9. Зам-хугацааны графикт *A*-аас *D* хүртэлх 70 км замыг туулаад, буцаж аялсан машины аяллыг харуулжээ.

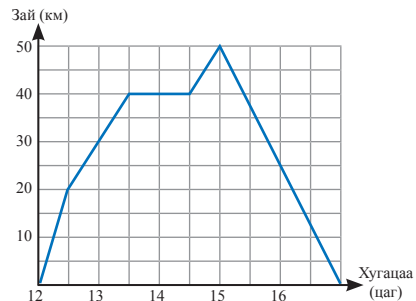


- Аяллын хэсэг бүрд машин ямар хугацаа зарцуулсан бэ?
- Аяллын 5 үе шат бүрд дундаж хурдыг ол.
- Нийт аяллын дундаж хурдыг ол.

Бодолт:

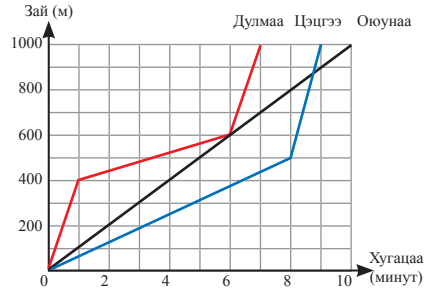
- A*-аас *B*, *C*-ээс *D*, *E*-ээс *F* хүртэл тус тус 40 минут явсан. *B*-ээс *C* хүртэл 20 минут явсан. *D*-ээс *E* завсарт 20 минут амарсан.
- A*-аас *B*: 40 минут = $\frac{2}{3}$ цаг, $s = 20$ км тул $v = 20 \div \frac{2}{3} = 20 \times \frac{3}{2} = 30$ км/ц.
B -ээс *C*: $s = 30$ км тул $v = 30 \div \frac{1}{3} = 30 \times \frac{3}{1} = 90$ км/ц.
C-ээс *D*: $s = 20$ км тул $v = 20 \div \frac{1}{3} = 20 \times \frac{3}{1} = 60$ км/ц.
D -ээс *E*: $v = 0$.
E -ээс *F*: $s = 70$ км тул $v = 70 \div \frac{2}{3} = 70 \times \frac{3}{2} = 105$ км/ц болно.
- Нийт аяллын дундаж хурд: $s = 140$ км тул $v = 140 \div 2\frac{2}{3} = 140 \times \frac{3}{8} = 52.5$ км/ц болно.

28 Батын гэр бүлийнхэн Дарханаас гарч замдаа өвөө эмээгээ аваад цааш хөдлөв. Тэдний аяллыг зам-хугацааны графикт үзүүлэв.

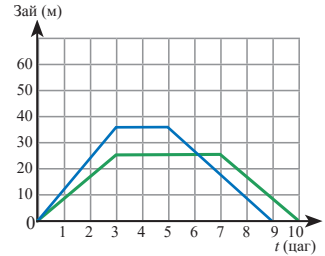


- Батын эмээ, өвөө Дарханаас ямар зайд амьдардаг вэ?
- Тэд хэдийд хамгийн хурдан, хэдийд хамгийн удаан явсан бэ?
- Дарханд буцаж ирэх үеийн дундаж хурдыг ол.

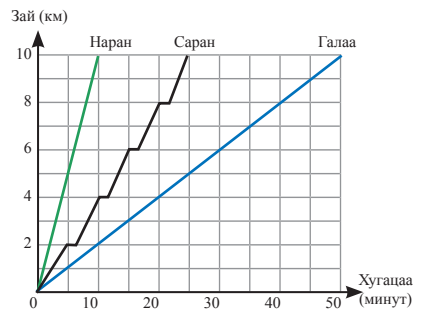
- 29 Дулмаа, Оюунаа, Цэцгээ нар 1000 метрийн зайд уралдав. Тэдний уралдааныг зам-хугацааны графикт дүрсэлжээ.
- Тэдний уралдаан хэрхэн дууссан талаар ярилцаарай.
 - Оюунаагийн дундаж хурдыг м/с нэгжээр ол. Түүний дундаж хурдыг км/ц нэгжээр илэрхийл.



- 30 Хоёр биеийн зам-хугацааны графикийг харьцуулж дараах асуултад хариул.
- Эхний 3 минутад бие тус бүр ямар зам туулсан бэ?
 - Ямар хугацаанд бие бүр тогтмол хурдтай явсан бэ?
 - Ямар хугацаанд аль биеийн хурд удааширсан бэ?
 - Ямар хугацаанд тэд хөдөлгөөнгүй байсан бэ?
 - Бие тус бүр нийт хэдэн метр зам туулсан бэ?
 - Аль бие буцахдаа хурдаа өөрчлөөгүй вэ?



- 31 Гурван найз сургуулиас 12 цаг 30 минутад нэгэн зэрэг гараад, гэр рүүгээ явцгаажээ. Зам-хугацааны графикаар тэдний аяллыг дүрслэв. Найзуудын нэг нь автобусаар, хоёр дахь нь дугуйгаар, гурав дахь нь машинаар явсан.



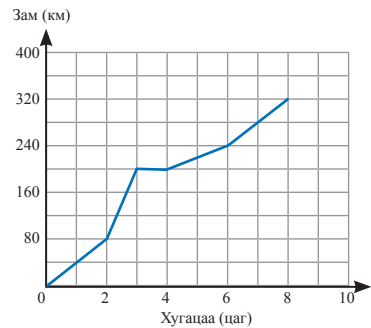
- Саранг автобусаар явсан гэдгийг батал. Тэдний хэн нь машинаар явсан бэ?
- Тэдний гэртээ харьсан цагийг тус тус ол.
- Автобусны хурдыг км/ц нэгжээр илэрхийл.
- Саранг буухаас өмнө автобус хэдэн зогсоолд зогссон бэ?



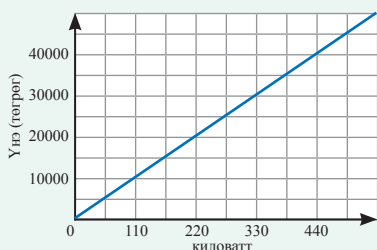
Төгсөлтийн уулзалт

Даваагийн явсан хөдөлгөөнийг зам-хугацааны графикаар дүрсэлжээ.

- Тохиолдол бүрийн хугацааг ол.
 - Түр зогсож амрах
 - Амарсны дараа явах
 - Уулзалтын газартаа хүрэх
- Тохиолдол бүрийн дундаж хурдыг ол.
 - Аялал эхэлснээс нэг цагийн дараа
 - Хоёр цагийн дараа
 - Уулзах газраа хүрэх үед
- Даваа 10 цаг 30 минутад эхлэх уулзалтандаа амжиж очсон бол гэрээсээ хэдэн цагт гарсан бэ?



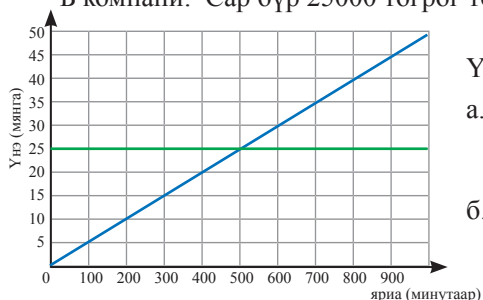
Айл өрхөд хэрэглэдэг цахилгааны үнэ хэрэглээнээс хэрхэн хамаарахыг графикт харуулжээ.



- 200 киловатт цахилгаан хэрэглэсэн бол хэдэн төгрөг төлөх вэ?
- Төлбөр 25000 төгрөг бол үйлчлүүлэгч хэчнээн киловатт цахилгаан хэрэглэсэн бэ?
- Төлбөрт нэмэгдсэн өртгийн албан татвар орсон уу? (НӨАТ = 10%)

32 Үүрэн телефоны хоёр компани үйлчилгээндээ дараах үнийн тарифыг зарлажээ. А компани: Нэг минутын яриа 50 төгрөг.

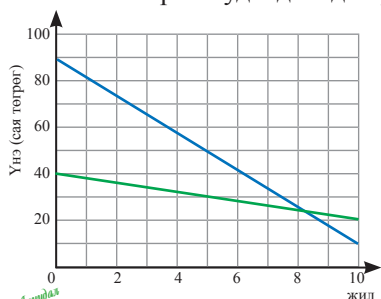
Б компани: Сар бүр 25000 төгрөг төлөөд хязгааргүй ярих эрх.



Үнийн тарифыг графикт үзүүлэв.

- Үйлчлүүлэгч сард дунджаар 400 минут, 700 минут ярьдаг бол аль компанийн ханш илүү тохиромжтой байна вэ?
- Ямар тохиолдолд хоёр компанийн ханш адил байх вэ?

33 Форд машин 90 сая төгрөг, Ланд-105 машин 40 сая төгрөгийн үнэтэйгээр нэгэн зэрэг худалдаанд гарчээ. Эдгээр машины дараагийн 10 жилийн үнийн өөрчлөлтийг графикаар харуулав.

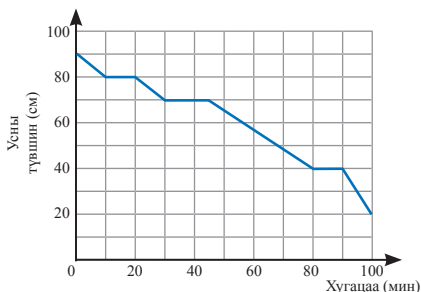


- Аль машины үнэ илүү хурдан буурч байна вэ?
- x жилийн дараа хоёр машины үнийн зөрөөг яаж тодорхойлох вэ? Тайлбарла.
- 10 жилийн дараа аль машин илүү үнэтэй байх вэ?
- Хэдэн жилийн дараа эдгээр машиныг ижил үнээр худалдан авах боломжтой вэ?

Усны түвшинг тооцох

Бат ногооны талбайдаа усны сав байрлуулжээ.

100 минутын турш саван дахь усны түвшин ямар байсныг графикаар харуулав.



- Саван дахь усны түвшин эхлээд ямар байсан бэ?
- Бат ногоогоо ямар хугацаанд, ямар хэмжээний усаар, хэдэн удаа усалсан бэ?
- Хэрэв Бат цэцэрлэгээ усалж дуусаад 50 минутын дараа явсан бол саванд үлдэх усны боломжит түвшнийг тодорхойл.

Тойргийн урт, дугуйн талбай




Халуун хүйтнийг хэмжих багажийн нүүр нь 28 мм-ийн радиустай дугуй хэлбэртэй. Дугуйн хүрээг тодруулахын тулд хэчнээн метр урт наалт шаардлагатай вэ?

Тойргийн урт: $C = \pi D = 2\pi r$
 Дугуйн талбай: $S = \pi r^2$
 $\pi \approx 3.14$

34 Тойргийн радиус а. 3 см б. 5 см в. 6.4 м г. 16 мм бол тойргийн уртыг ол. Хариуг 0.01 нарийвчлалтайгаар тооцоол.

35 Радиус (r), эсвэл диаметр (d) нь өгсөн бол дугуйн талбайг ол. Хариуг сантиметрээр илэрхийлж 0.01 нарийвчлалтай тоймло.

- а. $d = 7$ см б. $d = 21$ дм в. $d = 2$ м г. $d = 0.6$ мм
 д. $r = 2$ дм е. $r = 12$ см ж. $r = 4.8$ м з. $r = 3$ мм

36  а. Урцны шал 4 м -ийн диаметртэй дугуй хэлбэртэй. Шалыг тойруулан усны хамгаалалт татахын тулд ямар хэмжээтэй материал авах вэ?

б. Товчийн гаднах тойрог 6 мм-ийн радиустай. Товчийн гадна хүрээнд харгалзах тойргийн урт болон диаметрийг ол.



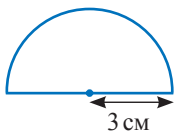
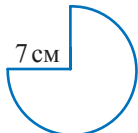

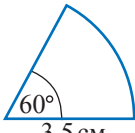
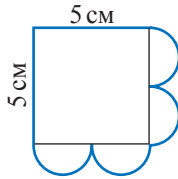
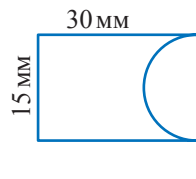
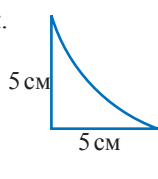
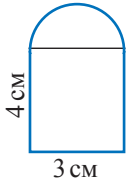
37 Дугуйн талбай өгсөн бол радиус болон диаметрийг ол.

- а. 50 см^2 б. 70 см^2 в. 256 м^2 г. 120 м^2

38 Тойргийн урт өгсөн бол талбайг ол.

- а. 20 см б. 45 см в. 128 см г. 12 м

39 Дүрсийн талбай болон периметрийг ол.

- а.  б.  в.  г. 
- д.  е.  ж.  з. 

40 Радиус 2 дахин ихсэхэд тойргийн урт, дугуйн талбай хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?



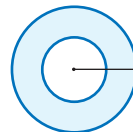
Цаг ба минут

Цагийн зүү 36 мм урт, минутын зүү үүнээс 50%-оор урт.
 а. Минутын зүү (үзүүр) 45 минутад ямар зайг туулах вэ?
 б. 1 цагт минутын зүү, цагийн зүүнээс хэр их зай туулах вэ?

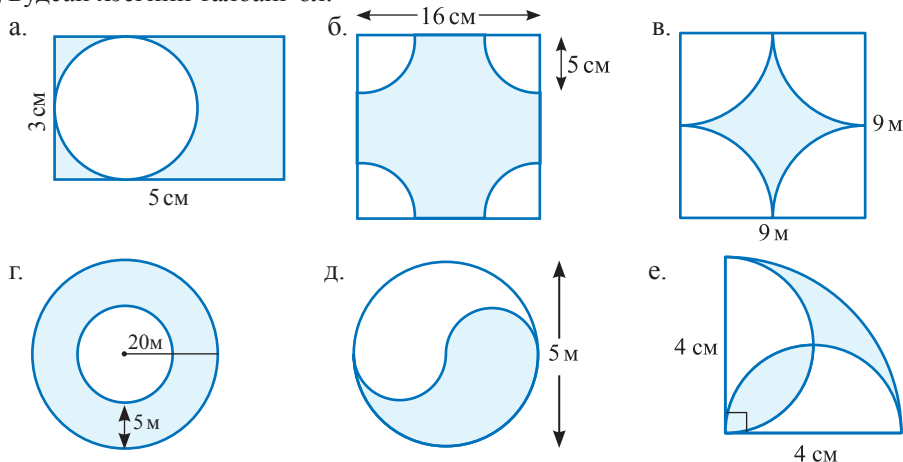


- 41 Дугуйн диаметр 80 см.
 а. Дугуйн тойргийн уртыг 0.1 нарийвчлалтай тооцоолж, ол.
 б. Энэ дугуйг 1 километр зайд өнхрүүлэхэд дугуй хэдэн удаа эргэх вэ?
 Хариугаа ойролцоо бүхэл тоогоор илэрхийл.
- 42 Дугуй 1256 м зайд туулахдаа нийт 500 удаа бүтэн эргэжээ. Дугуйн талбайг ол.

- 43 Зурагт үзүүлсэн цагаригийн гадаад тойргийн радиус нь 25 см, дотоод тойргийн радиус нь 24 см. Цагаригийн гаднах тойргийн урт нь доторх тойргийн уртаас хэдэн сантиметрээр их вэ?



- 44 Будсан хэсгийн талбайг ол.

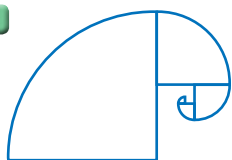


- 45 Тэгш өнцөгтөд зургаан хагас дугуй багтжээ.

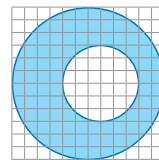


- а. Хагас дугуйнуудын талбайг ол.
 б. Будсан хэсгийн талбайг ол.

- 46 Таван тойргийн дөрөвний нэг хэсгүүдийг залган зурахад үүссэн дүрсийг зурагт харуулав. Хамгийн жижиг тойргийн радиус 2 см ба дараагийн тойрог бүрийн радиус нь өмнөхөөсөө 2 дахин их бол дүрсийн периметр ба талбайг ол. Хариугаа бүхлээр тоймло.



- 47 Дөрвөлжин шугамтай цаасан дээр хоёр дугуй зуржээ. Жижиг дугуйн талбай 9 бол том дугуйн талбайг ол.



Аяга сонгох

Маралмаа 28.26 м^2 талбайтай дугуй тавиураар цай зөөх болов. Нэг удаа 24 аяга багтаахын тулд ёроолын болон амсарын диаметр, тойргийн урт нь ямар байх аяга авбал тохиромжтой вэ?

Биетийн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүн

Суурийн радиус нь 3 см, өндөр нь 2 см байх цилиндр хэлбэртэй лааз хийх болов. Шаардлагатай нимгэн төмрийн хэмжээг ол.

Асуултын дагуу гүйцэтгээд, дүгнэлт гаргаарай.

- а. Цилиндрийн дэлгээс ямар дүрсүүдээс бүтдэг вэ? Дэлгээсийг зураарай.
- б. Дэлгээсийг бүрдүүлж буй тэгш өнцөгтийн өргөн болон уртыг тооцоол.
- в. Хажуу гадаргуугийн талбайг хэрхэн олох вэ?
- г. Суурийн хоёр тойргийн талбайг хэрхэн олох вэ?
- д. Нийт гадаргуугийн талбайг хэрхэн олох вэ?



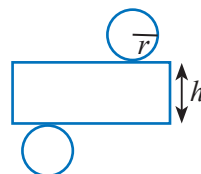
? Суурийн радиус r байх цилиндр хэлбэрийн савыг дэлгэсэн бол дэлгээсийг бүрдүүлэх тэгш өнцөгтийн уртыг олох томъёог бичээрэй.

ЦИЛИНДРИЙН ГАДАРГУУГИЙН ТАЛБАЙН ТОМЬЁО

Цилиндрийн хажуу гадаргуугийн талбай нь суурийн тойргийн уртыг өндрөөр үржүүлсэнтэй тэнцүү. $S_{х2} = 2\pi r \times h$

Цилиндрийн гадаргуугийн талбай:

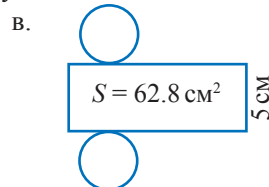
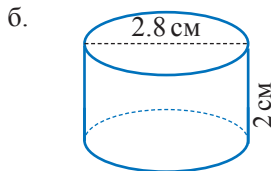
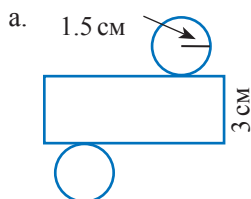
$$S_2 = S_{х2} + S_c \times 2 = 2\pi r \times h + \pi r^2 \times 2 = 2\pi r \times (r + h)$$



48 Лааны тосыг хэвэнд оруулах зориулалттай, ёроол болон таглаагүй цилиндр сав хийх болов. Сав хийх нимгэн төмрийн талбайг ол. ($\pi \approx 3.14$ гэж тооц.)

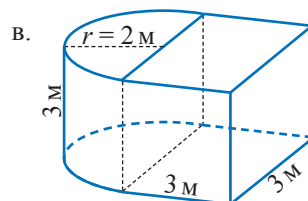
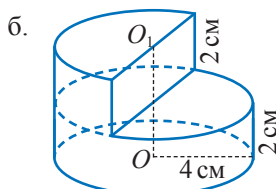
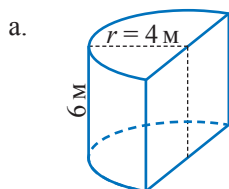
- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| а. 6 см диаметртэй, 8 см өндөр | б. 4 см радиустай, 6 см өндөр |
| в. 7 см диаметртэй, 4.5 см өндөр | г. 6.5 см диаметртэй, 9 см өндөр |

49 Дэлгээс эсвэл дүрслэл нь өгөгдсөн цилиндрийн гадаргуугийн талбайг ол.



50 Цилиндрийн хажуу гадаргуугийн талбай 72π , суурийн диаметр 9 бол түүний өндрийг ол.

51 Дараах биетүүдийн гадаргуугийн талбайг ол.



52 Цилиндрийн гадаргуугийн талбай 200.96 см^2 , суурийн тойргийн радиус 2 см бол түүний өндрийг ол. ($\pi \approx 3.14$)

- 53 1 м урттай, 50 см диаметртэй цилиндр хэлбэрийн модон тайрдасны голыг хажуу гадаргуутай нь параллелээр өрөмдөж 20 см диаметртэй нүх гаргав. Үүссэн биетийн гадаргуугийн талбайг ол.



Малгайн загвар

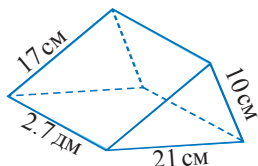


Малгайн хүрээний өргөн 10 см, өндөр нь 10 см, оройн тойргийн радиус 10 см бол түүнийг хийхэд шаардлагатай даавууны хэмжээг олоорой. Өөрийн толгойн хэмжээнд тохирох малгай хийхэд шаардлагатай даавууны хэмжээг ол.

- Сурагчдын тойрон аялалд зориулж майхан оёх болов.
- Майхны хэмжээг зурагт үзүүлсэн бол түүнийг оёход шаардагдах даавууны хэмжээг ол.
- Дараах төлөвлөгөөний дагуу бод.
- I алхам. Нүүрний болон арын гурвалжны талбайг олох
- II алхам. Нүүрний гурвалжны хажуу талыг олох
- III алхам. Хажуу талсуудын талбайг олох
- IV алхам. Нийт талбай буюу шаардлагатай даавууны хэмжээг олох



Жишээ 10.



21 см, 17 см, 10 см талтай гурвалжин суурьтай, 2.7 дм өндөртэй призмийн гадаргуугийн талбайг ол.

Бодолт: Нүүрийн гурвалжныг ABC гээд B оройгоос татсан өндрийн суурийг H , $AH = x$ гэвэл $HC = 21 - x$ болно.

$$\triangle ABH: BH^2 = AB^2 - AH^2$$

$$\triangle BCH: BH^2 = BC^2 - HC^2 \Rightarrow AB^2 - AH^2 = BC^2 - HC^2.$$

$$\text{Эндээс } 17^2 - x^2 = 10^2 - (21 - x)^2 \Leftrightarrow$$

$$289 - x^2 = 100 - 441 + 42x - x^2 \Leftrightarrow$$

$$289 = 100 - 441 + 42x \Leftrightarrow$$

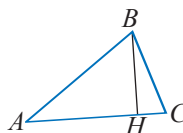
$$630 = 42x \Leftrightarrow x = 630 \div 42 \Leftrightarrow x = 15 \text{ буюу } AH = 15 \text{ см}$$

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 289 - 225 = 64 \Leftrightarrow BH = 8 \text{ см}$$

Суурийн талбай: $S_c = \frac{21 \times 8}{2} = 84 \text{ см}^2$

Хажуу гадаргуугийн талбай: $S_{xz} = P_c \times h = (21 + 17 + 10) \times 2.7 = 48 \times 2.7 = 129.6 \text{ см}^2$

Гадаргуугийн талбай: $S_2 = 2 \times S_c + S_{xz} = 2 \times 84 \text{ см}^2 + 129.6 \text{ см}^2 = 297.6 \text{ см}^2$



- 54 Дараах призмүүдийн өндөр нь 3.8 см бол гадаргуугийн талбайг ол.
- Суурийн параллелограммын талууд 25 см ба 42 см, урт талд буусан өндөр 12 см
 - Суурийн параллелограммын талууд 16 см ба 27 см, хурц өнцөг нь 30° .

- в. Суурь нь 5 см ба 12 см катетуудтай тэгш өнцөгт гурвалжин
 г. Суурийн адил хажуут гурвалжны хажуу тал 2.5 см, суурь нь 3 см

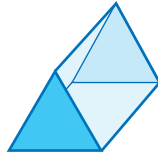
55 Гурвалжин призмийн суурь нь 6 см ба 8 см катетуудтай тэгш өнцөгт гурвалжин байв. Призмийн гадаргуугийн талбай 144 см² бол призмийн өндрийг ол.

56 Дараах призмүүдийн өндөр нь 15 см бол гадаргуугийн талбайг ол.

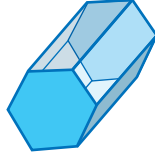
- а. Суурийн ромбын өндрүүд 4.8 см ба 2 см.
 б. Суурь нь адил хажуут трапец. Трапещын өндөр 8 см, сууриуд нь 21 см ба 9 см
 в. Суурийн трапещын талууд 25 см, 6 см (бага суурь), 26 см, 23 см (их суурь)
 г. Суурь нь 10 см, 17 см, 21 см талуудтай гурвалжин

57 Зөв олон өнцөгт суурьтай дараах призмүүдийн гадаргуугийн талбайг ол. Тооны машин ашиглан тооцоолоод, хариугаа 0.1 нарийвчлалтай тоймло.

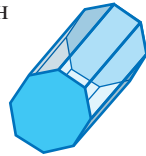
- а. Суурийн тал 6 см
 $h = 2$ дм



- б. Суурийн тал 2 см
 $h = 10$ см



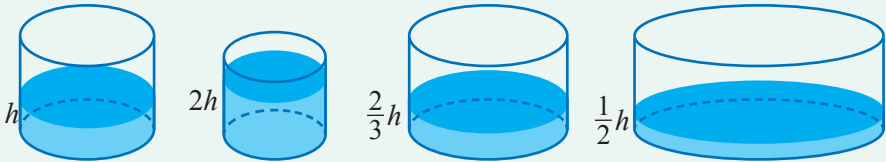
- в. Суурийн тал 2 м
 $h = 15$ м



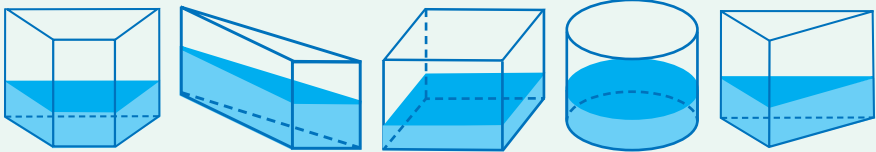
58 Зөв дөрвөн өнцөгт призмийн суурийн тал нь 20, гадаргуугийн талбай нь 1760 бол призмийн өндрийг ол.

Ярилцаад, дүгнэлт гаргаарай.

I. Савнуудад бүгдэд нь 1 л = 1 дм³ ус хийв. Усны түвшнийг h -аар илэрхийлжээ.

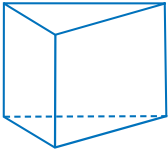


II. Дараах савнууд бүгд ижил өндөртэй. Бүгдэд нь 1 л ус хийжээ.

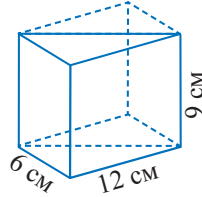


- а. Усны түвшин яагаад өөр өөр байгаа талаар ярилцаарай.
 б. Бүх саванд 1 л, 2 л ус нэмж хийвэл усны түвшин өмнөхөөс тус бүр хэд дахин их болох вэ? Усны хэмжээ 2 дахин, 3 дахин өөрчлөгдөхөд усны түвшний өндөр хэд дахин өөрчлөгдөж байна вэ?
 в. Бүх саванд түвшин нь 1 дм өндөр байх хэмжээтэй ус хийсэн гэе. Сав бүрд байх усны хэмжээ ижил байж чадах уу?
 г. Ямар тохиолдолд усны түвшин ижил байж болох вэ?
 III. Дээрх савнуудыг бүгдийг нь усаар дүүргэхэд сав бүрд харгалзан 3 л, 2 л, 4 л, 3.5 л, 2.5 л ус оржээ.
 д. Өндөр нь ижил байгаа савнууд яагаад өөр эзлэхүүнтэй байна вэ?
 е. Савны эзлэхүүн ямар хэмжигдэхүүнээс хамаарч байна вэ?

Жишээ 11. 6 см, 12 см катетуудтай тэгш өнцөгт гурвалжин суурьтай, 9 см өндөртэй призмийн эзлэхүүнийг ол.



Бодолт: Суурийг тэгш өнцөгт болгон гүйцээвэл тэгш өнцөгт суурьтай призм (параллелепипед) үүсэж байна.



Призм болон цилиндрийн эзлэхүүн нь суурийн талбай ба өндрөөс хамаарч байна

Энэхүү параллелепипедэд 1 см^3 эзлэхүүнтэй куб хэд багтахыг олбол:

$$V_{\text{параллелепипед}} = S_c \times 9 \text{ см} = 6 \text{ см} \times 12 \text{ см} \times 9 \text{ см} = 648 \text{ см}^3$$

Гурвалжин призмийн суурийн талбай параллелепипедийн сууриас 2 дахин бага тул 2 дахин цөөн куб багтана.

$$V_{\text{гурвалжин призм}} = 648 \text{ см}^3 \div 2 = 324 \text{ см}^3 \text{ буюу } 6 \text{ см} \times 12 \text{ см} \div 2 \times 9 \text{ см} = S_c \times 9 \text{ см}.$$

ПРИЗМ БА ЦИЛИНДРИЙН ЭЗЛЭХҮҮНИЙ ТОМЬЁО

Призм ба цилиндрийн эзлэхүүн нь суурийн талбайг өндрөөр үржүүлсэнтэй тэнцүү.

$$V = S_c \times h$$

- 59 Дараах призмүүдийн суурийн хэлбэр болон хэмжээс нь өгөгджээ. Өндөр нь 10 бол эзлэхүүнийг ол.
- 6 ба 8 катетуудтай тэгш өнцөгт гурвалжин
 - Дундаж шугам нь 6, өндөр нь 10 байх трапец
 - 16 ба 27 талтай, хурц өнцөг нь 30° байх параллелограмм

Цилиндрийн эзлэхүүн $V = S_c \times h = \pi r^2 \times h$

- 60 Цилиндрийн радиус 3, өндөр нь 15 бол эзлэхүүн ба гадаргуугийн талбайг ол.
- 61 Цилиндрийн хажуу гадаргуугийн талбай 36π , суурийн диаметр 12 бол түүний эзлэхүүнийг ол.

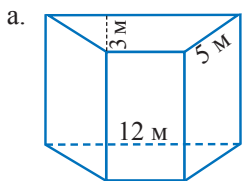
62 Цилиндрийн

- $r=2, h=7.5$ бол $V=?$
- $V=144\pi, h=9$ бол $r=?$
- $V=600\pi, r=10$ бол $h=?$
- $V=567, h=\frac{7}{\pi}$ бол $r=?$

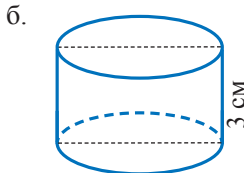
63 20 см өндөртэй призмийн суурь нь 10 см талтай

- зөв гурвалжин
 - зөв 6 өнцөгт
 - зөв 8 өнцөгт
- бол эзлэхүүнийг тус тус ол.

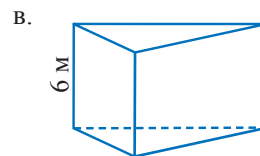
64 Биетийн эзлэхүүнийг ол.



Хамгийн том хажуу талсын талбай 36 м^2




Тэнхлэг огтлолын талбай 15 см^2



Суурийн гурвалжны талууд 15 м, 13 м, 14 м

- 65 а. Цилиндрийг өндрийг 2 дахин ихэсгэхэд эзлэхүүн нь хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?
 б. Цилиндрийг радиусыг 2 дахин ихэсгэхэд эзлэхүүн нь хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?
- 66 Ромбо суурьтай призмийн эзлэхүүн 72 см^3 байв. Өндөр нь 3 см, суурийн бага диагональ 6 см бол ромбын талын уртыг ол.
- 67 Цилиндр саванд ус хийхэд усны түвшин 16 см болов. Яг ийм хэмжээний усыг өмнөхөөс 2 дахин их радиустай цилиндр саванд хийвэл усны түвшин ямар болох вэ?

68  Гурвалжин призм хэлбэрийн сав руу 6 л ус хийхэд усны түвшин 25 см өндөрт байв. Сав руу нэгэн биет хийхэд живж, усны түвшин 28 см болж дээшилжээ. Төлөвлөгөөний дагуу биетийн эзлэхүүнийг ол.

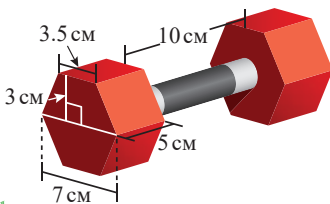
Төлөвлөгөө	
1.	Усны түвшин ямар хэмжээгээр нэмэгдсэнийг олох
2.	Живсэн биетийн эзлэхүүн анх байсан эзлэхүүний ямар хэсэг болохыг олох.
3.	Живсэн биетийн эзлэхүүнийг олох

- 69 Зөв гурвалжин призм хэлбэртэй саванд 2500 см^3 ус хийв. Түүндээ нэгэн биет хийхэд живж сав дүүрэв.
- а. Биетийг хийхэд нэмэгдсэн усны түвшин өмнөх түвшнийхээ $\frac{1}{4}$ -тэй тэнцүү бол биетийн эзлэхүүнийг ол.
- б. Усны түвшин анх 20 см байсан бол призмийн суурийн талбайг ол.
- в. Суурийн талыг олоод, 0.01 нарийвчлалтай тоймло.
- г. Суурийн талыг 2 дахин ихэсгэвэл усны түвшин хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?

70 Цилиндрийн эзлэхүүн 12 м^3 байв. Хоёр дахь цилиндрийн өндөр нь өмнөхөөс 3 дахин их, суурийн радиус нь 2 дахин бага бол энэ цилиндрийн эзлэхүүнийг ол.

- 71 а. Цилиндр сав руу 6 см^3 ус хийв. Ус руу биет хийхэд биет живж, усны түвшин өмнөхөөс 1.2 дахин нэмэгджээ. Биетийн эзлэхүүнийг ол.
- б. Цилиндр саванд 5000 см^3 ус хийхэд усны түвшин 40 см болов. Ус руу нэгэн биет хийхэд живж усны түвшин 15 см-ээр нэмэгджээ. Биетийн эзлэхүүнийг ол.

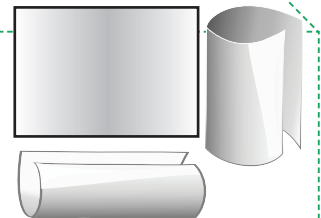
72 Бялууны давхар бүрийн өндөр 7 см, диаметр нь харгалзан 40 см, 30 см, 15 см бол бялууны эзлэхүүн болон гадаргуугийн талбайг ол.



73 Зурагт үзүүлсэн гантелийн бариулын диаметр 2 см бол биетийн гадаргуугийн талбай болон эзлэхүүнийг ол.

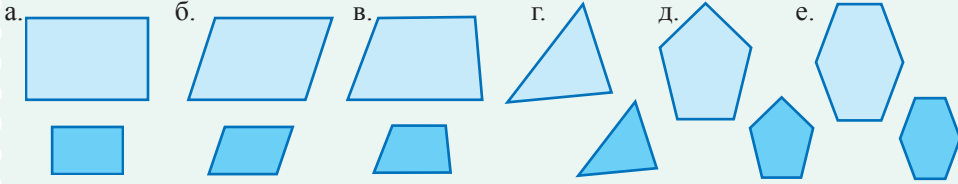
Бялууны хэв хийх

62.8 см × 31.4 см хэмжээтэй тэгш өнцөгт хэлбэрийн нимгэн төмрөөр бялууны хэв хийх болов. Төмрийг аль тал руу нь хуйлахад үүсэх хэвний эзлэхүүн их байх вэ?

Төсөөтэй дүрсүүдийн талбайн харьцаа

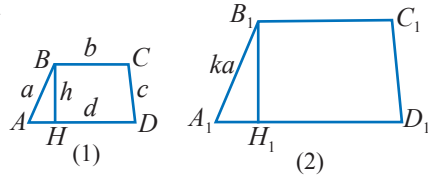
Дараах дүрсүүд хос хосоороо төсөөтэй.



- Төсөөтэй хоёр дүрсийн периметр нь ямар хамааралтай байх вэ?
- Эхний 4 хос дүрс бүрд харгалзах өндөр тагав. Уг өндрөөр хуваагдсан дүрсүүд харгалзан төсөөтэй байж чадах уу?
- Төсөөтэй дүрсүүдийн харгалзах өндрүүд ямар хамааралтай байх вэ?
- Төсөөтэй дүрсүүдийн талбай ямар хамааралтай байх вэ?

Жишээ 12. Төсөөтэй хоёр трапецын төсөөгийн коэффициент нь k бол тэдгээрийн периметр болон талбайн харьцааг ол.

Бодолт: Жижиг трапецын талууд: a, b, c, d
 том трапецын талууд: ka, kb, kc, kd



$$P_1 = a + b + c + d, \quad P_2 = ka + kb + kc + kd = k(a + b + c + d) \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{k(a + b + c + d)}{a + b + c + d} = k$$

$ABCD$ трапецын их суурьд буулгасан өндрийн уртыг h гэвэл:

$$\triangle ABH \sim \triangle A_1B_1H_1 \quad (\text{ӨӨ шинжээр}) \Rightarrow B_1H_1 = kh$$

$$S_1 = \frac{(b+d) \times h}{2}, \quad S_2 = \frac{(kb+kd) \times kh}{2} = \frac{k^2(b+d) \times h}{2} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(b+d) \times h}{2}}{\frac{k^2(b+d) \times h}{2}} = k^2$$

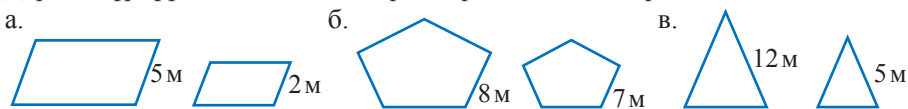
ТӨСӨӨТЭЙ ДҮРСҮҮДИЙН ПЕРИМЕТР БА ТАЛБАЙН ХАРЬЦАА

Талуудын харьцаа	\Rightarrow	Периметрийн харьцаа	\Rightarrow	Талбайн харьцаа
\downarrow		\downarrow		\downarrow
$\frac{a_1}{a_2} = k$		$\frac{P_2}{P_1} = k$		$\frac{S_2}{S_1} = k^2$

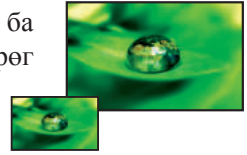
74 Төсөөтэй дүрсүүдийн талын харьцаа k бол периметр ба талбайн харьцааг олоорой.

- а. $k = 3$ б. $k = 0.5$ в. $k = 10.2$ г. $k = \frac{2}{3}$ д. $k = 1\frac{5}{6}$

75 Дараах дүрсүүд төсөөтэй бол периметр ба талбайн харьцааг ол.



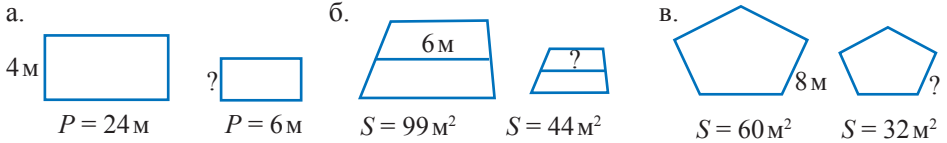
Жишээ 13. Дэлгүүрт $50 \text{ см} \times 80 \text{ см}$ хэмжээтэй байгалийн зургийг 7000 төгрөгөөр зарж байв. Энэхүү зургийн урт ба өргөнийг 3 дахин ихэсгэж авахыг хүсвэл хэдэн төгрөг төлөх вэ?



Бодолт: Талбайн харьцаа $3^2 = 9$ байна.

Иймд үнэ нь $7000 \text{ төгрөг} \times 9 = 63000 \text{ төгрөг}$ болно.

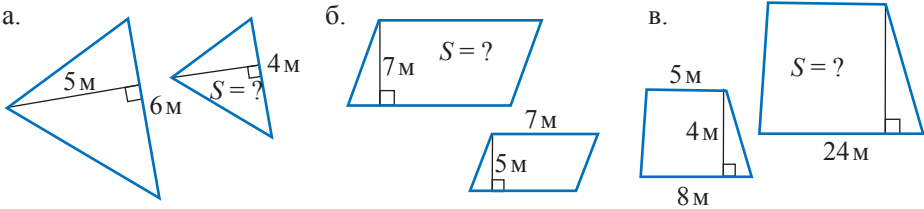
76 Дараах дүрсүүд төсөөтэй бол мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг ол.



77 $12 \text{ см} \times 30 \text{ см}$ хэмжээтэй уран зураг 12000 төгрөгийн үнэтэй. Энэ зургийг $3 \text{ м} \times 7.5 \text{ м}$ хэмжээтэй зуруулбал хэдэн төгрөг болох вэ?

78 ABC гурвалжны талбай 4 байв. DE дундаж шугам нь AB талтай параллел бол CDE гурвалжны талбайг ол.

79 Төсөөтэй дүрсүүдийн зарим хэмжээ өгөгджээ. Мэдэгдэхгүй байгаа талбайг ол.



80 ABC болон DEF гурвалжнууд төсөөтэй ба $k = 7.5$.

а. $AB = 22.5$ ба $DE = 13z - 10$ бол z -ийн утгыг ол.

б. Периметрийн харьцааг ол. $P_{ABC} = 8 + y$, $P_{DEF} = 3y - 19$ бол y -ийн утгыг ол.

в. Талбайн харьцааг нь ол. $S_{ABC} = 25x$, $S_{DEF} = x - 5$ бол x -ийн утгыг ол.

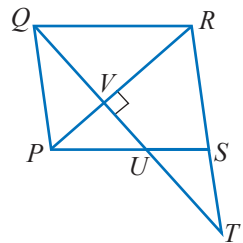
81 $QRSP$ параллелограмм өгөгдөв.

а. Төсөөтэй хос гурвалжныг олж ямар шинжээр төсөөтэйг тогтоо.

б. $S_{PVQ} : S_{RVT} = 9 : 25$ ба $RV = 10$ бол $PV = ?$

в. $VT = 15$ бол VQ , VU , UT хэрчмүүдийн уртыг олоорой.

г. а бодлогод олсон төсөөтэй гурвалжин бүрийн периметр болон талбайн харьцааг ол.



Цэцэрлэгт хүрээлэн

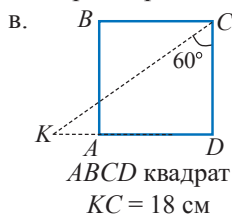
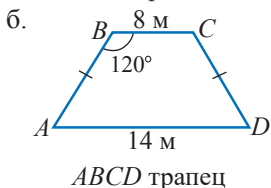
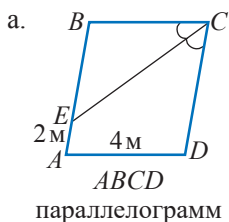


Таван өнцөгт хэлбэртэй цэцэрлэгт хүрээлэнг тойруулан явган хүний зам засав. Таван өнцөгтийн тал бүр гаднах том таван өнцөгтийнхөө талын $\frac{2}{3}$ -той тэнцдэг. Голын зүлэгтэй талбайн хэмжээ 30 км^2 бол засмал замын талбай болон нийт цэцэрлэгт хүрээлэнгийн талбайг олоорой.

Давтах

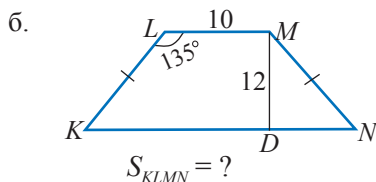
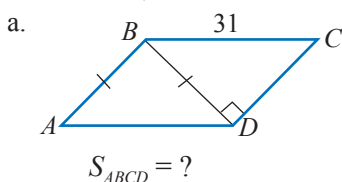
82 Периметр нь 22 см байх гурвалжны нэг медиан нь уг гурвалжныг 12 см ба 16 см периметр бүхий 2 гурвалжинд хуваадаг бол энэхүү медианы уртыг ол.

83 Өгсөн нөхцөлийг ашиглан $ABCD$ дөрвөн өнцөгтийн периметрийг ол.



84 Трапецын сууриуд 4 ба 10 нэгж. Дундаж шугамын диагоналиудаар хуваагдсан хэсгүүдийн уртыг ол.

85 Өгсөн нөхцөлийг ашиглан талбайг нь ол.



86 $ABCD$ трапецын сууриуд 16 см ба 20 см. ACD гурвалжны талбай 60 см^2 бол трапецын талбайг ол.

87 Таван өнцөгтийн талууд $x+3$, $2x-1$, $3x+6$, $4x-3$, $6x$ ба периметр нь 85 см бол:

а. x -ийн утгыг ол.

б. Хамгийн урт, хамгийн богино талуудын нийлбэрийг олж, периметртэй жиш.

88 Адил хажуут гурвалжны периметр 32 см бөгөөд суурийн урт нь 10-аас 20-ын хооронд орших анхны тоо бол бол хажуу талын боломжит утгуудыг ол.

89 Галт тэрэг Улаанбаатараас Замын-Үүд хүртэлх 1600 км замыг 100 км/ц дундаж хурдтай аялав. Галт тэрэг Улаанбаатараас 16 цаг 30 минутад хөдөлсөн бол Замын-Үүдэд хэдэн цагт очих вэ?

90 Улаанбаатараас Лондон хүртэлх 5200 км замд аялах онгоц 08 цаг 25 минутад хөөрөв. Онгоцны дундаж хурд 800 км/ц. Лондонгийн цаг нь Улаанбаатарын цагаас таван цагаар хоцорч явдаг бол онгоц Лондонд хэдэн цагт газардах вэ?

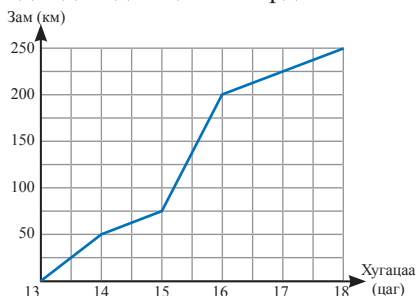
91 Аялагч байгалийн үзэсгэлэнт газруудаар аялжээ. Түүний аяллыг графикаар дүрслэв.

а. Тэр хэр хол зам туулсан бэ?

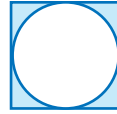
б. Түүний дундаж хурд хэд байсан бэ?

в. Тэр хэзээ хамгийн бага хурдаар явсан бэ?

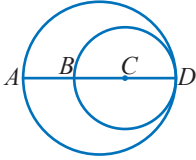
г. Түүний хамгийн бага дундаж хурд нь хэд байсан бэ?



- 92 Квадрат дотор тойрог багтжээ. Тойргийн диаметр 5 см бол:
 а. Квадратын талбайг ол.
 б. Дугуйн талбайг ол.
 в. Будсан дүрсийн талбайг ол.

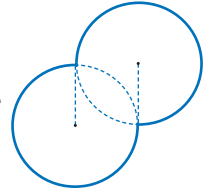


- 93 а. Зурагт өгсөн том тойргийн радиус 6 см бол жижиг тойргийн уртыг ол. Том ба жижиг дугуйн талбайг ол.

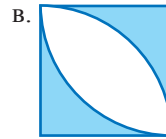
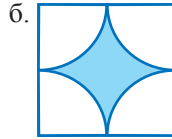
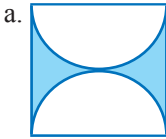


- б. AB, BC, CD хэрчмүүд тэнцүү бөгөөд 2 см урттай бол том, жижиг тойргийн уртыг ол.

- 94 Зурагт өгсөн тойргуудын радиус 6 см бол
 а. Тойргуудын огтлолцсон хэсэг нь тойрог бүрийн ямар хэсэг болох вэ?
 б. Дүрсийн периметрийг ол.



- 95 Зурагт өгсөн квадратын тал нь 8 дм бол будсан хэсгийн талбайг ол.



- 96 Охин пицца хийхээр шийдэж зуурсан гурилаа 360 см диаметртэй тойрог хэлбэртэй болгожээ. Түүнд 120 см диаметртэй тойрог хэлбэрийн хэв байдаг бол энэ хэвээр хамгийн олондоо хэдэн пиццаны гурилыг бэлтгэж чадах вэ?

- 97 7 см диаметртэй 3 ширхэг газрын теннисний бөмбөгийг цилиндр хэлбэрийн саванд хийжээ. Савны гадаргуугийн талбай болон эзлэхүүнийг ол.

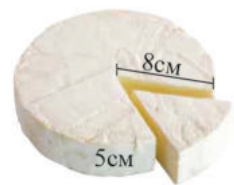


- 98 Цилиндрийн а. өндрийг, б. радиусыг, в. өндөр ба радиусыг нэгэн зэрэг 2 дахин ихэсгэхэд түүний гадаргуугийн талбай хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?

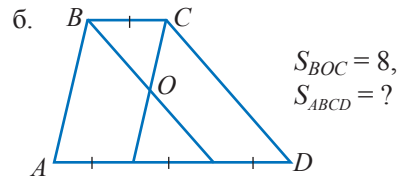
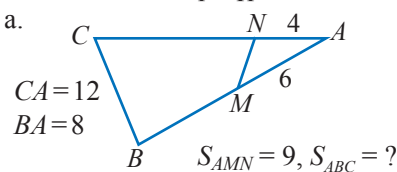
- 99 10 см өндөр, 8 см диаметртэй цилиндр саванд байсан улаан лоолийн шүүсийг 12 см диаметртэй саванд хийв. Саван дахь шүүсний өндрийг ол.

- 100 Төсөөтэй хоёр дүрсийн талбайн харьцаа 81 : 121 байв. Талуудын харьцааг ол.

- 101 Бялууны өндөр 5 см, суурийн тойргийн радиус 8 см байв. Бялуунаас наймны нэг хэсгийг нь зурагт үзүүлснээр зүсэж авав. Үлдсэн хэсгийн гадаргуугийн талбай бүтэн бялууныхаас багасах уу?

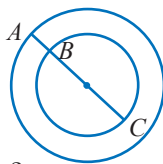


- 102 Өгсөн нөхцөлөөр дүрсийн талбайг ол.

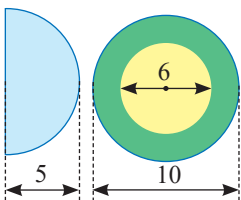


Өөрийгөө сорих - 8

- 1 $AC = 10$ см, $BC = 8$ см бол том, жижиг тойргийн урт ба дугуйн талбайг ол.



- 2 Аль дүрсийн талбай хамгийн их вэ?



- а. Шар дугуй
- б. Цэнхэр хагас дугуй
- в. Ногоон цагариг
- г. Ногоон цагариг ба цэнхэр хагас дугуй
- д. Шар дугуй ба цэнхэр хагас дугуй

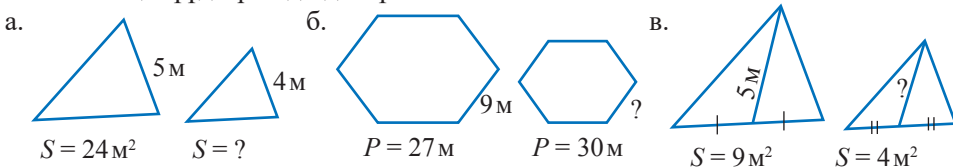
- 3 6 ба 8 катетуудтай тэгш өнцөгт гурвалжин суурьтай призм өгөгдөв.
- а. Өндөр нь 10 бол гадаргуугийн талбай, эзлэхүүнийг ол.
 - б. Гадаргуугийн талбай нь 168 бол призмийн өндөр ба эзлэхүүнийг ол.

- 4 Цилиндрийн суурийн тойргийн урт 3. Хажуу гадаргуугийн талбай нь 6 бол цилиндрийн өндөр ба бүтэн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүнийг ол.

- 5 Өгсөн нэгж рүү шилжүүл.
- а. 120м/с -ийг км/ц
 - б. 30м/мин -ийг м/с
 - в. 80 км/ц -ийг м/с

- 6 Явган аялагч 9 цагт 6 км/ц хурдтайгаар P цэгээс гарав. Түүний араас 90 минутын дараа 15 км/ц хурдтай дугуйчин P цэгээс гарчээ.
- а. Явган аялагч болон дугуйчны аялыг дүрсэлсэн график зур.
 - б. Дугуйчин явган аялагчийг ямар хугацааны дараа гүйцэх вэ?

- 7 Өгсөн нөхцөлүүдээр мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг ол.



- 8 Нохойг үүрнийх нь нэг булангаас 3 м урт олсоор уяжээ. Нохойны явж чадах талбайг ол.

- 9 Гурван төрлийн лаа хийхээр 1дм^3 лааны тос худалдаж авав. 2 см, 4 см, 6 см радиустай гурван төрөл бүрээс 5 ширхгийг хийх бөгөөд лаа бүр ижил эзлэхүүнтэй бол ямар өндөртэй хийх вэ?



IX БҮЛЭГ. СТАТИСТИК

Өгөгдөл цуглуулах

Өгөгдлийн эх үүсвэр

Статистик судалгааны зорилго нь өгөгдөл цуглуулах, түүнийгээ ашиглан шийдвэр, дүгнэлт гаргахад чиглэдэг. Шийдвэр, дүгнэлт хэр үнэн зөв, найдвартай байх нь судалгааг хэрхэн хийснээс хамаарна.

Өгөгдлийг өөрөө буюу анхдагч эх үүсвэрээс цуглуулж болно. Эсвэл бусдын цуглуулсан мэдээллийг авч хэрэглэх буюу хоёрдогч эх үүсвэрээс цуглуулж болно.

Хоёрдогч эх үүсвэрээс цуглуулахдаа баримтаа үнэн зөв, шинжлэх ухааны үндэслэлтэй эсэхийг нягталж үзэх шаардлагатай.

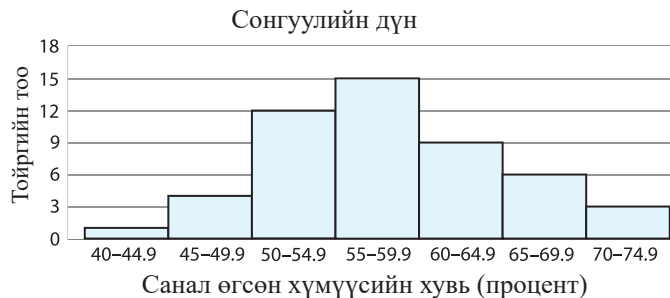
Жишээ 1. Аль нь анхдагч, аль нь хоёрдогч эх үүсвэрээс цуглуулсан мэдээлэл вэ?

- Хүн амын тооллого
- Хүн амын боловсролын түвшний байдал

Хүн амын тооллого нь анхдагч эх үүсвэрээс авсан мэдээлэл болно.

Хүн амын боловсролын түвшний байдлыг харуулахдаа хоёрдогч эх үүсвэрээс мэдээлэл цуглуулж, дүгнэлт хийсэн байна.

- 1 Сурагчид хичээлдээ цагтаа ирэхэд замын түгжрэл хэрхэн нөлөөлж байгаа талаарх судалгааг ямар эх үүсвэрээс авах вэ?
- 2 “Хог хаягдлын байгальд үзүүлж буй нөлөө” сэдвээр өгөгдөл цуглуулах болжээ. Өгөгдлийг ямар эх үүсвэрээс авах вэ? Яагаад?
- 3 Сургуулийн сурагчдын математикийн хичээлийн шалгалтын дүнг баганаан диаграммаар харуулсан гэвэл өгөгдлийг ямар эх үүсвэрээс авсан бэ?
- 4 Уран зохиолын буюу нийгмийн ухааны сурах бичгээс 30-50 үгтэй эх сонго.
 - а. Эхийн 1, 2, 3, ..., 12, ... үсэгтэй “үг” тус бүрийг тоолж, давтамжийн хүснэгтэд бич. Өгөгдлийг ямар эх үүсвэрээс авсан бэ?
 - б. Өгөгдлийг диаграммаар дүрсэл.
- 5 Сүүлийн сонгуульд оролцсон сонгуулийн насны хүмүүсийн хувийг тойрог бүрээр гаргажээ. Өгөгдлийг ямар эх үүсвэрээс авсан бэ?
 - а. Нийт хэдэн тойргийн үр дүнг харуулсан байна вэ?
 - б. Хэдэн тойргийн хувьд оролцогчдын тоо сонгогчдын 50%-д хүрээгүй байна вэ?
 - в. Сонгогчдын ирц 55%-аас доош бол дахин сонгууль явуулах шаардлагатай байдаг. Тойргуудын хэдэн хувьд нь дахин сонгууль явуулах шаардлагагүй вэ?



Өгөгдөл цуглуулах аргууд

Жишээ 2.

8а, 8б, 8в ангиас тус бүр нэг сурагчийг телевизийн нэвтрүүлэгт сонгон оролцуулах болов.

а. 8а анги гурван сурагчийн нэр дэвшүүлж хэнийг сонгохоо ярилцлагаар шийдсэн байна.

Төлөөлөл болгон нэг сурагчийн хариултыг харуулья.

Туяагийн хариулт: -Нэвтрүүлэгт оролцох учраас түгдрэлгүй ярьдаг, өөрийгөө илэрхийлэх чадвартай, нүүрэмгий, сандарч тэвддэггүй, олон талын мэдлэгтэй хүүхдийг сонгох хэрэгтэй болов уу. Ариунаа хэтэрхий хурдан ярьдаг. Сараа харин удаан ярьдаг. Одоо математиктаа хамгийн сайн нь боловч нөгөө хоёроо бодвол олон талын мэдлэгээрээ арай дутмаг байж магадгүй. Миний дотнын найз болохоор би Одоог л оролцосой гэж бодож байна. Гэвч мэдэхгүй, манай анхны оролцоо болно...



I. Ангийн бүх хүүхдээс ярилцлага авахад хэр хугацаа зарцуулах вэ?

II. Ярилцлагын аргын ямар давуу тал ажиглагдсан бэ?

б. 8б ангийн сурагчид гурван сурагчийн нэр дэвшүүлж, санал асуулгаар шийджээ. Асуулгын хуудас нь дараах хүснэгт хэлбэртэй.

Үзүүлэлт тус бүрд 1-5 оноо өгөөрэй.	Өөрийгөө илэрхийлэх чадвар	Сургуулиа төлөөлөх чадвар	Мэдлэгийн хүрээ	Нийлбэр
Бат				
Баяр				
Баатар				

I. Энэ санал асуулгын хуудсыг хэрхэн ашиглах вэ?

II. Ямар болзол хангасан хүүхэд сонгогдох вэ?

в. 8в ангийнхан сурагч тус бүрийг дэмжиж байгаа хүүхдүүдийг гар өргүүлэн тоолох замаар шийдсэн байв.

Дээрх аргуудыг харьцуулан ярилцаарай.

Өгөгдөл цуглуулах зарим аргууд

1. *Өгөгдлийг ажиглалтын аргаар цуглуулах*

- Хэрхэн ажиглах төлөвлөгөөгөө боловсруулна.
- Ажиглах болон хэмжих нэгжийн нарийвчлалаа тохиромжтой сонгоно..

2. *Өгөгдлийг ярилцлагын аргаар цуглуулах:*

- Сонирхсон зүйлээ илрүүлж чадахаар, оновчтой асуултууд төлөвлөнө.
- Ярилцах явцдаа хариултыг урьдчилан тодорхой чанар буюу үл огтлолцох бүлгээр ангилсан хүснэгтэд тэмдэглэнэ.

3. *Өгөгдлийг санал асуулгын аргаар цуглуулах:*

Санал асуулгын хуудас зохиож, нөхүүлнэ.

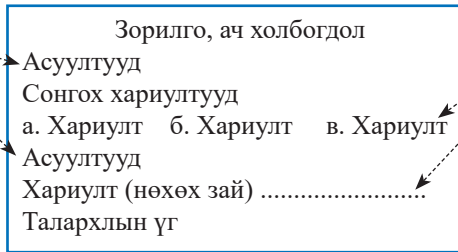
4. *Туршилт хийж өгөгдөл цуглуулах:*

Онолын үндэслэлтэйгээр үнэн зөв туршилт хийж, үр дүнг бүртгэнэ.

Товч, оновчтой асуултууд

- Хувийн чанартай мэдээлэл (авч болно)
- Үндсэн зорилгодоо тохирсон мэдээлэл (заавал байна)

Санал асуулгын хуудасны загвар



Хариулт

- Сонгох хариултууд
- Нөхөж бичих Тоолж болохуйц эсвэл тоогоор илэрхийж болохоор байх

6 Санал асуулгын хуудасны өөр нэг загварыг харуулав.

Санал болгох хүүхдийн нэрийн өмнө тэмдэглэ.

- Бат
- Баяр
- Баатар

- а. Энэ санал асуулгын хуудсыг хэрхэн ашиглах, сонгох хүүхдээ яаж тодруулах талаар ярилцаарай.
- б. Энэ хуудасны давуу тал нь юу вэ?
- в. Энэ хуудасны дутагдалтай тал нь юу вэ?

7 Судалгаа бүрд өгөгдөл цуглуулах ямар арга хэрэглэснийг тайлбарла.

- а. Галт уулын дэлбэрэлтийн хүчийг тусгай технологи ашиглан хэмждэг.
- б. Судлаач орон нутгийн болон хотын хүн амын орлогын харьцуулсан судалгаа хийжээ.
- в. Судлаач нэг төрлийн бактерийг хоёр өөр орчинд байлгаж, 3 хоногийн дараа үржлийг нь хэмжжээ.
- г. Судлаач шагахуун түгээгүүрийн газарт хүмүүс гар ариутгах бодис хэрэглэж байгаа эсэхийг тогтоожээ.
- д. Цэцэрлэгч хоёр төрлийн бордоо тус бүрийг 1 га газарт цацав. Ингээд 10 долоо хоногийн дараа харьцуулсан судалгаа хийжээ.

8 Судалгааны асуултууд хэт нэг талыг барьсан эсэхийг тодорхойл. Хэрэв тийм бол асуултыг оновчтой болго.

- а. Тэжээллэг, бүхэл үрийн хүнс хэрэглэх нь эрүүл мэндэд сайн гэж бодож байна уу?
- б. Та жолоо барьж явахдаа утсаараа зурвас бичих аюултай үйлдэл хийж байсан уу?
- в. Манай сургуулийн цайны газар эрүүл хоолны газар болох ёстой гэж бодож байна уу?

9 Судалгааны зорилгыг тодорхойлж, асуултыг сайжруул.

- а. Та өдөрт хэдэн цаг зурагт үздэг вэ?
- б. Та ямар өнгийн машин авахыг хүсэж байна вэ?
- в. Та манай бүтээгдэхүүний талаар юу гэж боддог вэ?

Судалгаанд хамрагдвал зохих нийт хүн эсвэл юмсын олонлогийг судалгааны эх олонлог гэнэ. Харин судалгаанд хамруулахаар сонгосон дэд олонлогийг түүвэр гэнэ. Тэдгээрийн тоог түүврийн хэмжээ гэнэ. Судалгаанд хамрагдах дэд олонлог нь эх олонлогоо төлөөлж чадахуйц байх хэрэгтэй.

Түүврийн хэмжээ их эсвэл бага байх нь үнэн дүгнэлт гаргахад, цаг хугацааны хувьд, хөрөнгө мөнгө, ажиллах хүний тоо зэрэгт хэрхэн нөлөөлөх талаар ярилцаарай.

- 10 Судалгаанд хамрагдсан дэд олонлог бүр нь эх олонлогоо төлөөлж чадах уу? Яагаад?
- Сургуулийн сурагчдын дуртай спортын талаар судалгаа хийх болжээ. Ингээд “Цасны баяр”-т ирсэн сурагчдаас судалгаа авав.
 - Дэлгүүр хаах цагийг 1 цагаар хойшлуулах нь хэрэгтэй эсэх талаар судалгаа явуулжээ. Ингээд кассчин бүр 5 дахь үйлчлүүлэгч бүрээс судалгаа авав.
 - Кино театрын өсгөгч хэт чанга байгаа эсэхийг мэдэхийн тулд 18 хүртэлх насны үйлчлүүлэгчдээс судалгаа авчээ.
 - Зоогийн газар үйлчилгээнийхээ сэтгэл ханамжийн судалгаа авахаар үйлчлүүлэгч бүрдээ цахим шуудан явуулжээ. Ингээд ирсэн хариултуудыг ашиглав.
- 11 Судлаач хүнсний нэмэлт тэжээлийн судалгаа хийхээр түүнийг хэрэглэдэг 175, хэрэглэдэггүй 175 хүн сонгон судалжээ. Судалгаагаар энэхүү нэмэлт тэжээлийг хэрэглэдэг хүмүүс нь хэрэглэдэггүйгээ бодвол зүрхний шигдээсээр өвдөх магадлал 19.6%-аар бага байгааг тогтоов. Ингээд хүнсний нэмэлт тэжээл зүрхний шигдээс тусах магадлалыг бууруулдаг хэмээн дүгнэжээ.
- Судалгааны үр дүн яагаад хүчингүй вэ?
 - Судалгааг бодитой болгохын тулд яах хэрэгтэй вэ?
- 12 Нийслэлийн иргэдээс авсан санал асуулгын эхний хоёр асуултыг харуулав.
- Нийслэл хотод ... тоосгоны үйлдвэрлэл болон хайрга, дайрганы олборлолт явуулах нь иргэдийн ... амьдрах нөхцөлд ноцтой хохирол учруулж байгаа тул эдгээр үйлдвэрийг хотоос гаргах нь зөв үү? Таны санал...
 - Тоосжилт, агаар, хөрсний бохирдол хүний эрүүл мэндэд ямар хохирол учруулж байна вэ? Таны бодол: ...

www.shd.mn/images/file/sanalith.docx
- Багаар хамтран ажиллаж, шүүмжлэн ярилцаарай.
 - Иргэд эхний асуултад ямар хариулт өгөх вэ? Яагаад?
 - Хоёр дахь асуулт хэр оновчтой вэ?
- 13 Ангийнхаа сурагчдаас өдөрт дунджаар хэдэн цагийг гэрийн даалгавар хийхэд зарцуулдаг талаар асуух асуулгын хуудас зохио. Дараах алхмын дагуу гүйцэтгэ:
- Хэдэн сурагчаас асуулга авахаа (түүврийн хэмжээ) төлөвлөх
 - Хэдэн асуулттай байхыг тодорхойлох, асуултаа зохиох
 - Асуулт тус бүрийн хариулт нь ямар байх, хэдэн хариулттай байхыг тогтоох
 - Асуулгын хуудсаа бэлэн болгох, асуулга авах
 - Асуулгын үр дүнг нэгтгэн дүгнэлт гаргах
- 14 Найз нарынхаа сонирхдог зүйлийнх нь талаар ярилцлагын аргаар мэдээлэл цуглуулах болов. Үүнийг дараах алхмын дагуу гүйцэтгэ:
- Сонирхлын төрөл нь ямар, хэдэн янз байхыг тогтоох
 - Ярилцлага хийх асуултуудаа бичих
 - Сард дунджаар сонирхдог зүйлдээ хэдэн цаг зарцуулдаг талаар лавлах
 - Ярилцлагын асуултын дагуу найз нараасаа ярилцлага авах
 - Ярилцлагын үр дүнг нэгтгэн, дүгнэлт гаргах

- 15 Цайны газрын үйлчлүүлэгчдээсээ авсан санал асуулгын хуудсыг дор харуулав.

Манай цайны газрын талаарх үйлчлүүлэгчдийн саналыг удирдамж болгож, танд илүү сайн үйлчлэх болно.

- Таны нас?
20 хүртэл 21-35 , 36-50 , 50 -аас дээш
- Хүйс?
эрэгтэй эмэгтэй
- Та манайхаар долоо хоногт дунджаар хэдэн удаа үйлчлүүлдэг вэ?
хааяа 1-2 удаа , 3-4 удаа , өдөр бүр
- Та ихэвчлэн ямар хоол сонгодог вэ?
- Ямар хоолоор нэмж үйлчлээсэй гэж та боддог вэ?
- Хоолны үнийн талаар таны бодол?
хэт өндөр , үнэтэй , боломжийн , хямд
- Манай ажилтнуудын үйлчилгээний соёл ...?
маш сайн сайн дунд зэрэг , муу
- Манай үйлчилгээний орчин, таны тав тухыг хангасан байдал?
сайн дунд , муу
- Бусад цайны газрын манайхаас давуу чанар юу вэ?
1.
2.
3.

Танд баярлалаа. Аз жаргал хүсье.

- а. Санал асуулгын зорилгыг аль өгүүлдэрээс юу гэж ойлгож болох вэ?
Ямар асуулт илүү юм шиг санагдаж байна вэ?
Ямар асуулт нэмж оруулмаар байна вэ?
 - б. Ямар тоон өгөгдлүүд цуглуулж болох вэ?
 - в. Ямар хоёр өгөгдлийн хамаарлыг тогтоож болохоор байна вэ?
 - г. Ярилцлагын аргатай харьцуулахад давуу ба сул тал нь юу вэ?
 - д. Санал асуулгын хуудсыг өөрийн сургуулийн цайны газрын онцлогт тохируулан сайжруул.
- 16 “Манай сургууль дээрх эмнэлгийн үйлчилгээ” сэдвээр өгөгдөл цуглуулах санал асуулгын хуудас бэлтгэ.
- 17 “Бид хоггүй орчинд амьдрах ямар боломж байна вэ?” гэсэн сэдвээр харилцан бие биеэтэйгээ ярилцлага хийгээрэй.
- 18 Ангийн (сургуулийн) сургалтын үйл ажиллагааны талаар өгөгдөл цуглуул. Цуглуулсан өгөгдлөөс чинь тодорхой мэдээлэл харж болохоос гадна цаашид ашиглаж болохуйц хэрэгтэй мэдээлэл байх хэрэгтэй. Өгөгдлөө хоёр янзаар дүрслэн харуулж, 4-5 дүгнэлт гарга. Дараах асуултад хариулаарай.
- Чиний судалгаа танай ангид яагаад хэрэгтэй вэ?
 - Судалгаа хийх явцад ямар бэрхшээл тулгарсан бэ?
 - Хэрэв энэ судалгаагаа дахин хийхээр бол юуг нь өөрчлөх вэ?
 - Судалгааны үр дүнг тань хэрхэн ашиглах боломжтой вэ?

Өгөгдлийг бүлэглэх

Цуглуулсан аливаа өгөгдлийг ижил төсөөтэй чанараар нь (ихэвчлэн ойролцоо утгаар) бүлэглэвэл цаашдын тооцоо, танилцуулгад тохиромжтой байдаг.

Жишээ нь: шалгалтын гүйцэтгэлийн хувь 60-аас доош байвал F, 60-70 байвал D, 70-80 байвал C, 80-90 байвал B, 90-ээс дээш байвал A үнэлгээ өгдөг.

Дадлага ажил: “Сонирхдог хөгжмийн төрөл”

- а. Өгөгдлийг цуглуулах хэлбэрээ өөрсдөө сонгоно.
- б. Хаанаас, хэнээс, хэдэн хүнээс асуухаа тогтоно.
- в. Өгөгдөл цуглуулна.
- г. Цуглуулсан өгөгдлөө хүснэгтэд бүртгэнэ.

Насны бүлэг	0-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60 +
1. Сонгодог хөгжим						
2. Ардын хөгжим						
...						

д. Сонирхолтой санагдсан зарим мөр буюу баганаар тохиромжтой диаграмм байгуулж дүгнэлт гаргана.

19 Ангийн сурагчдын энэ сарын хичээлийн ирцийг хоёрдогч эх үүсвэрээс авч, бүлэглэсэн давтамжийн хүснэгт зохио.

20 21, 22, 23, 24 дүгээр бодлого тус бүрийн өгөгдлийг бүртгэж, давтамжийг тоолсон хугацаа, бодсон хугацаагаар шинэ өгөгдөл үүсгэж хүснэгтэд тэмдэглэ.

Бодлогын дугаар	Өгөгдлийг бүртгэхэд зарцуулсан хугацаа	Зарцуулсан нийт хугацаа
10		
11		
12		
13		

Яаж ажиллавал хамгийн бага хугацаа зарцуулж болох талаар ярилцаад, багаар хамтарч бодоорой.

21 Сурагчдын шалгалтын оноог жагсаав.

20	42	67	69	87	91	61	89
43	68	69	90	64	59	91	55
54	69	47	59	31	40	47	48

- а. Гүйцэтгэлийн онооны арифметик дунджийг ол.
- б. Ямар урттай тэнцүү завсруудад бүлэглэвэл тохиромжтой вэ?
- в. Тохиролцсон аргаараа бүртгэж, хүснэгтийг нөх.

Оноо	Бүртгэл	Давтамж
0-9		
10-19		
...		
90-99		

22 Ажилчдын өндрийг (см) жагсаан бичжээ.

174	159	167	167	166	168	156	176
157	152	163	151	159	173	158	158
163	167	154	167	151	144	157	155

- а. Хамгийн өндөр ба хамгийн намхан ажилчдын өндрийн зөрөөг ол.
Энэ зөрөөг юу гэж нэрлэдэг вэ?
- б. Ямар урттай тэнцүү завсруудад бүлэглэвэл тохиромжтой вэ?
- в. Өгөгдлийг бүртгэж, хүснэгтийг нөх.

Өндөр (см)	Бүртгэл	Давтамж
[140,150[
[150,160[
[160,170[
[170,180[

г. Завсрыг 140-149, 150-159, ... гэж бичээгүйн учир юу вэ?

23 Тамирчдын биеийн жинг (кг) жагсаан бичжээ.

60.6	50.6	55.8	55.8	55.1	56.4	48.7	62.0
46.2	53.1	45.6	50.6	59.9	49.9	49.9	53.1
47.4	55.8	45.6	41.5	49.3	48.1	49.3	55.8

- а. Биеийн жингийн медианыг ол.
- б. Ямар урттай тэнцүү завсруудад бүлэглэвэл тохиромжтой вэ?
- в. Өгөгдлийг бүртгэж, хүснэгтийг нөх.

Жин (кг)	Бүртгэл	Давтамж

г. Хамгийн олон давтамжтай завсар аль нь вэ?

24 Музейн үзмэр болох эрдэнийн чулуунуудын жин (г) өгөгджээ.

1.02	15.30	14.96	15.98	27.54	19.04	9.52	27.54
10.88	12.92	23.12	0.74	15.98	3.74	18.70	23.46
14.28	6.80	7.82	22.44	15.64	16.66	15.98	12.58

- а. Өгөгдлийн арифметик дунжийг ол.
- б. Завсраа өөрсдөө сонгож бүлэглээд өгөгдлийг бүртгэж, хүснэгтийг нөх.

Жин (г)	Бүртгэл	Давтамж

в. Өгөгдлийн медианыг олоорой.

г. Завсрыг]1,3[эсвэл 1-2.9 гэж бичихийн ялгаа нь юу вэ?

25 20 дугаар бодлогын хүснэгтийг ашиглаад даалгаврыг гүйцэтгэ.

- а. Хугацаануудыг нэг координат дээр шугаман диаграммаар дүрсэл.
- б. Хугацаа тус бүрийн арифметик дунжийг ол.
- в. Хугацаа тус бүрийн далайцыг ол.



Шагайн буулт

Дадлага ажил: “Шагайн буулт”

Хүүхэд бүр нэг шагайг орхих туршилт хийж, бүртгэнэ.

Шагайн буулт	Бүртгэл	Давтамж	Харьцангуй давтамж
Хонь			
Ямаа			
Морь			
Тэмээ			
Онх			
Бүгд			

Монголын үндэсний тоглоом шагай наадаж байхдаа шагайн буулт бүр ямар магадлалтай байдгийг сайн мэддэггүй. Шагайтайгаа арай гүнзгий танилцъя.

$$\text{Харьцангуй давтамж} = \frac{\text{Давтамж}}{\text{Туршилтын тоо}}$$

- Шагай орхиж, орхих бүрдээ илрэх үзэгдлийг бүртгэлийн баганад зураасаар тэмдэглэнэ.
- Давтамжуудыг тоолж бичнэ.
- Харьцангуй давтамжуудыг өгсөн томъёогоор бодож, хүснэгтээ гүйцээнэ.
- Хүүхэд бүрийн туршилтын дүнг нэгтгэж багийн дүн гаргана.
- Багуудын дүнг нэгтгэж ангийн дүн гаргана.
- Дараах хүснэгтийг нөхнө. (Энд Д-Давтамж, ХД- харьцангуй давтамж)

№	Хэний туршилт	Туршилтын тоо	Хонь		Ямаа		Морь		Тэмээ		Онх	
			Д	ХД	Д	ХД	Д	ХД	Д	ХД	Д	ХД
1	Нэг сурагч											
2	Багийн дүн											
3	Ангийн дүн											
4	Сургуулийн											
...												

ж. Энэ хүснэгтийн туршилтын тоо ба хонь буух харьцангуй давтамжаар шугаман диаграмм байгуулна. Ямаа, морь, тэмээ, онхын хувьд дээрхтэй адил шугаман диаграммыг нэг хавтгай дээр байгуулна.

з. Ямар дүгнэлтүүд гарч байна вэ?

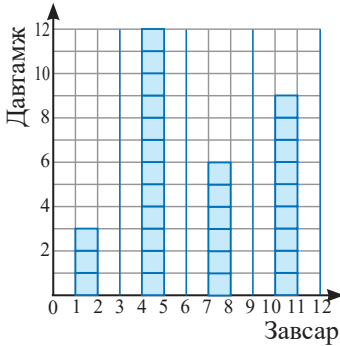


Гистограмм

Жишээ 3. Өгөгдөл бүлэглэсэн хэлбэрээр бичигджээ.

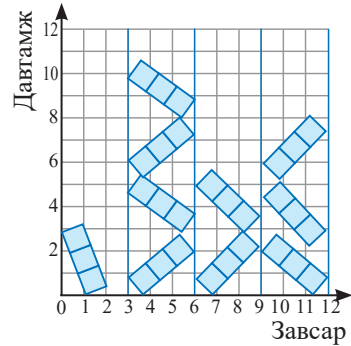
Завсар	0-3	3-6	6-9	9-12
Давтамж	3	12	6	9

Энэ өгөгдлөөр эхлээд нэгж өргөнтэй багана бүхий багана диаграмм зуръя.

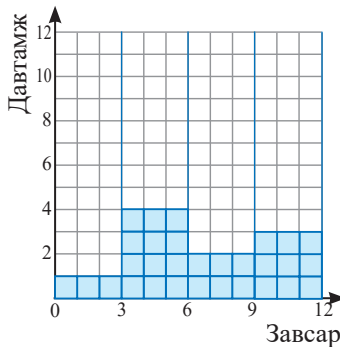


Хэт өндөр баганатай, зай их эзэлсэн диаграмм байна.

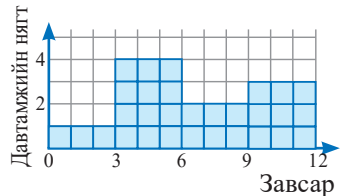
Багануудыг завсрын урттай тэнцүү байхаар хэрчье.



Хэрчмүүдээ завсар дотроо өрж байрлуулъя.



Үүссэн диаграммыг гистограмм гэдэг. Намхан, цэгцтэй болж байна.



Гистограммын баганын өндрийг олохдоо:

2 дугаар баганын өндөр = давтамж ÷ завсрын урт = $12 \div (6 - 3) = 12 \div 3 = 4$ гэж олно. Үүнийг **давтамжийн нягт** гэж нэрлэдэг.

Бусад завсар дахь давтамжийн нягтыг $\text{давтамжийн нягт} = \frac{\text{давтамж}}{\text{завсрын урт}}$ томъёогоор олоорой.

Гистограмм нь давтамжийг талбайгаар илэрхийлдэг онцлогтой.

Тасралтгүй өгөгдлийг гистограммар дүрсэлдэг. Баганууд нь хоорондоо зайгүй (тухайн завсарт өгөгдөл бүртгэгдээгүй бол зайтай байна), өргөн нь харилцан адилгүй байж болно. Зарим тохиолдолд баганын өндрөөр давтамжийг авч болно.

26 Өгөгдлийн завсар бүрийн давтамжийн нягтыг ол.

а.

Завсар	[4;6[[6;8[[8;10[[10;12[[12;14[
Давтамж	2	6	16	10	4

б.

Завсар	[40;50[[50;60[[60;70[[70;80[[80;90[
Давтамж	10	30	80	50	20

Жишээ 4. Өгөгдлөөр гистограмм байгуулья.

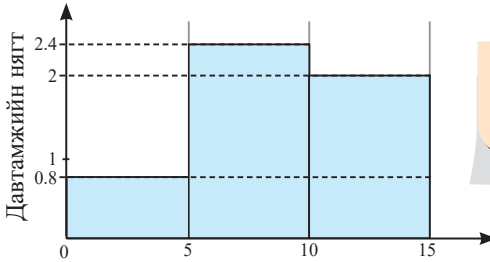
Завсар	[0, 5[[5, 10[[10, 15[
Давтамж	4	12	10

- Давтамжийн нягт бутархай тоо гарч болно.
- Хоёр тэнхлэгийн нэгж нь адил байх албагүй.

Бодолт: Завсар тус бүрийн давтамжийн нягтыг олж.

Завсар	[0, 5[[5, 10[[10, 15[
Давтамж	4	12	10
Давтамжийн нягт	$4 \div 5 = 0.8$	$= 2.4$	$= 2$

Гистограмм байгуулбал:



Гистограммын багана:
 өндөр = давтамжийн нягт
 өргөн = завсрын урт

27 Ангийн сурагчдын өндрийг (см-ээр) завсар бүр дээр гар өргүүлэн тоолоорой. (ажиглалтын арга)

а. Тоолсон давтамжаа бүлэглэсэн давтамжийн хүснэгтэд бич. Энд “110- “ гэдэг нь $110 \leq \text{өндөр} < 120$ буюу 110 см -ээс ихгүй, 120 см -ээс бага өндөртэй гэсэн үг.

Өндөр	Давтамж
110-	
120-	
ГЭХ МЭТ	

б. Гистограммаар дүрсэл.

28 Хашаандаа тарьсан бут бүрээс авсан жимсний тоог бичжээ.

134, 17, 87, 26, 131, 80, 54, 25, 67, 45, 122, 8, 139, 35, 51, 56, 123, 56, 107, 137, 21, 23, 8, 100, 101, 82, 45, 34, 7, 36, 107, 13, 49, 62, 93, 38, 96, 52, 8, 123.

а. 0-19, 20-39, 40-59 гэх мэт завсруудад бүлэглэсэн давтамжийн хүснэгтэд бүртгэ.

б. Гистограммаар дүрсэл.

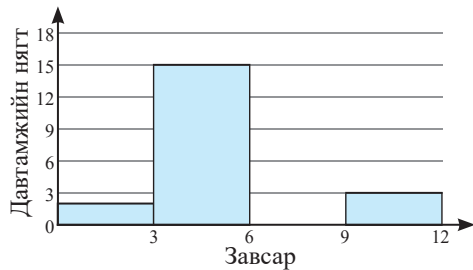
29 Сурагчдын өнгөрсөн 7 хоногт зурагт үзсэн цагийн тоогоор мэдээлэл цуглуулжээ.

а. Хүснэгтийг гүйцээж нөх.

б. Гистограмм байгуул.

Зурагт үзсэн хугацаа, h	$5 \leq h < 10$	$10 \leq h < 15$	$15 \leq h < 20$	$20 \leq h < 25$	$25 \leq h < 30$
Давтамж	3	6	10	25	10
Давтамжийн нягт (Давтамж \div завсрын өргөн)	$3 \div 5 = 0.6$				

30 90 хүнээс авсан судалгааны дүнг гистограммаар харуулжээ. [6, 9[завсар дахь баганын өндрийг ол.



Иш-навчийн диаграмм

Тоон өгөгдлийн утгуудыг оронгийн тооноос нь хамааруулан иш-навчийн диаграммаар дүрсэлдэг. Өгөгдлийн утга бүр нь иш (эхний нэг эсвэл хэд хэдэн орноос бүтсэн тоо) болон навч (сүүлийн нэг эсвэл хэдэн орноос бүтсэн тоо) болон хуваагдсан байна. Иш-навчийн диаграмм нь өгөгдлийн утгуудын тархалтыг тодорхой харуулдаг.

Жишээ 5. Өгөгдлийг иш-навчийн диаграммаар дүрсэл.

49 58 57 43 46 35 42 56 47 45 45 43 51 36 41 50 34 42 46 47 64 40 38 41

Бодолт: Алхам 1: Иш болон навчаа сонгоно.

Хамгийн их болон хамгийн бага утгаа олно. 34 ба 64

Утгууд нь 2 оронтой тоонууд байгаа тул аравтын орныг иш, нэгжийн орныг навч болгоно.

Алхам 2: Зүүн	Иш	Алхам 3: Баруун	Иш	Навч
талд иш болох	3	талд навч болох	3	5 6 4 8
тоонуудыг	4	тоонуудыг	4	9 3 6 2 7 5 5 3 1 2 6 7 0 1
эрэмбэтэй	5	харгалзах ишийн	5	8 7 6 1 0
бичнэ.	6	ард бичнэ.	6	4

Алхам 4:	Иш	Навч
Навчнуудаа	3	4 5 6 8
эрэмбэлнэ.	4	0 1 1 2 2 3 3 5 5 6 6 7 7 9
	5	0 1 6 7 8
	6	4

Түлхүүр: $3|5=35$

Алхам 5:
Иш болон навч нь нийлээд ямар тоог илэрхийлж байгааг бичнэ.

Диаграммаас харвал өгөгдлийн утгууд 40-с 50 завсарт илүү их нягтралтай байна. Моод бүлэг нь нь [40, 50[болох ба өгөгдлийн утгууд моод бүлгийн хоёр талд ойролцоогоор тэгш хэмтэй оршиж байна.

31 Иш-навчийн диаграммаар дүрсэл.

а. 87, 82, 95, 91, 69, 88, 68, 87, 65, 81, 97, 85, 80, 90, 62

б. 78, 112, 105, 99, 86, 96, 115, 100, 79, 81, 99, 108

в. 4.0, 2.6, 1.9, 3.1, 3.6, 2.2, 2.7, 3.8, 1.6, 2.0, 3.1, 2.9

32 51, 25, 47, 42, 55, 26, 50, 44, 55 өгөгдлийг

иш-навчийн диаграммаар дүрсэлжээ.

Алдааг ол.

33 Гөлөгнүүдийн жинг (кг) хэмжихэд

6, 12, 8, 4, 9, 15, 12, 7 гэсэн үзүүлэлт гарчээ. Иш-навчийн диаграммаар дүрслээд өгөгдлийн тархалтын талаар дүгнэлт гарга

34 Иш-навчийн диаграммаар дүрсэл.

а.

Уут төмсний жин (кг)					
33	33	55	44	39	26
34	42	52	34	48	58
28	39	42	40	45	62
56	26	49	37	64	23

б.

Тестийн оноо (%)					
85	82	100	82	93	76
84	59	71	89	79	87
91	100	89	78	90	85
75	96	99	86	84	92

Иш	Навч
2	5 6
4	2 4 7
5	0 1 5 5
Түлхүүр:	
4	2=42

Жишээ 6. 100 онооны тестийн шалгалтад сурагчдын авсан оноог иш-навчийн диаграммаар дүрсэлжээ.

6	7
7	0 2 7
8	0 1 3 3 4 5 6 7 7 7 9
9	0 0 1 3
10	0
Түлхүүр $7 2 = 7.2$	

- а. Моод, медиан, далайцыг ол.
- б. Онооны тархалтын талаар дүгнэлт гарга.
- в. 90-ээс дээш хувийн гүйцэтгэлтэй сурагч “А” авсан бол хэдэн хувь нь “А” авсан бэ?

Бодолт: а. Моод 87, медиан $(85 + 86) \div 2 = 85.5$, далайц 46 байна.

- б. Диаграммаас харвал моод бүлгийн хоёр талд оноонууд тэгш хэмтэй байрласан байна. Өндөр болон бага оноо цөөхөн байгаа тул сурагчид дунджаар 80-аас 90 оноо авчээ. Дундаж оноог медиан илүү сайн төлөөлнө.
- в. 20 сурагчийн 5 нь буюу 25% нь “А” авчээ.

35 Диаграммуудаас өгөгдлийн тархалтын талаар ямар дүгнэлт гаргаж болох вэ? Харьцуулаарай.

а. Иш | Навч

0	2 3 4 6
1	0 4 8
2	3 3
3	0 6
4	
5	5
Түлхүүр: $2 2 = 22$	

б. Иш | Навч

0	6
1	0
2	3 3
3	0 6 2
4	5 6 6 9
5	0 0 2 3
Түлхүүр: $2 2 = 22$	

в. Иш | Навч

0	4
1	
2	3 4
3	0 0 1 5
4	0 1 1 1 2 3
5	5 2
Түлхүүр: $2 2 = 22$	

36 Насанд хүрсэн 20 хүний биеийн жинг килограммаар, өндрийг сантиметрээр илэрхийлэв.

а.

Жин (кг)				
83	76	65	75	88
77	61	80	62	82
69	72	95	73	66
65	65	82	91	65

б.

Өндөр (см)				
183	176	169	175	174
157	181	180	152	176
169	176	175	177	168
156	165	182	181	183

Өгөгдөл бүрийг иш-навчийн диаграммаар дүрслээд, моод, медиан, далайцыг олж дүгнэлт гарга.

37 Дуртай спортын тамирчдынхаа өндрийг хоёрдогч эх үүсвэрээс цуглуул. Иш-навчийн диаграммаар дүрслээд, дүгнэлт гарга.

38 а. Өгөгдлийг иш-навчийн диаграммаар дүрсэл.

- б. Дараа нь өөр хоёр диаграммаар дүрсэл.
- в. Аль диаграмм өгөгдлийн тархалтын талаар илүү их мэдээлэл өгч байгаа талаар ярилцаарай.

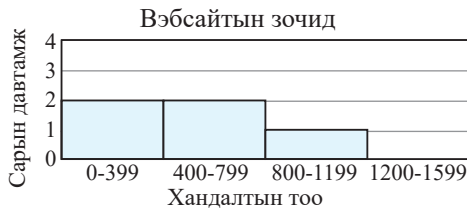
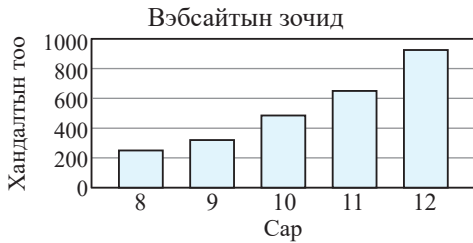
Утгууд				
118	107	127	131	152
156	120	119	108	122
142	136	136	115	132
112	85	125	140	141

Өгөгдлийг график, диаграмм сонгон дүрслэх

Зорилгоосоо хамааран өгөгдлийг ямар диаграмм, графикаар дүрслэхээ сонгоно.

- 1000 хүүхдээс ямар хичээлд дуртайг нь асууж бүртгэжээ. Тухайн хичээлийг нийт сурагчийн ямар хэсэг нь сонирхдогийг мэдэхийн тулд өгөгдлийг ямар диаграммаар дүрслэх вэ?
- Хүн амын тоог насны бүлгээр нь харуулах болжээ. Өгөгдлийг ямар диаграммаар дүрслэх нь зорилгыг илүү тодорхой болгох вэ?
- Дэлгүүрийн сар тутмын борлуулалтын орлогыг ямар диаграммаар дүрслэх нь илүү оновчтой вэ?
- Бороо их орсны улмаас гол үерлэж, усны түвшин нэмэгдэж байв. Усны түвшний талаар цуглуулсан өгөгдлийг ямар диаграммаар дүрслэх вэ?

Жишээ 7. Сургуулийн шинэ сайт нээгдэж, сүүлийн 5 сарын турш хандалтын тоог бүртгэж, гурван өөр диаграмм байгуулав. Хандалтын тоо сар тутам хэрхэн өөрчлөгдөж байгааг аль диаграммаас харах нь давуу талтай вэ?



Бодолт:

Сар бүрийн хандалтын тоо шууд харагдаж байгаа тул харьцуулах боломжтой байна.

Хандалтын тоог бүлэглэсэн бөгөөд саруудыг харуулаагүй (зөвхөн сарын давтамжийг харуулсан) тул сар бүрийн хандалтыг харьцуулах боломжгүй байна.

Сар бүрийн хандалтыг харьцуулаад зогсохгүй жишээ нь 8 дугаар сарын 15-ны орчимд 300 орчим хандалттай байсан хэмээн унших боломжтой байна.

39 Өгөгдлийг ямар диаграммаар дүрслэх нь тохиромжтой вэ?

- Сурагчдын тестийн оноо ямар тархалттай байгаа талаар
- Сар бүрийн зарлага
- Шоо орхиход туссан нүдний тоо
- Гэрийн даалгавар хийхэд өдөрт зарцуулдаг хугацаа

40 Хоол тэжээлийн мэргэжилтэн сурагчдын дуртай хүнсний ногооны талаар өгөгдөл цуглуулжээ. Өгөгдлийг ямар диаграммаар дүрслэх нь тохиромжтой вэ?

41 Аль диаграмм дээр өгөгдлийн моод хамгийн сайн харагдах вэ?

42 Сурагчид хэд хэдэн төрлийн хог хаягдлын байгальд шингэх хугацааны талаарх мэдээллийг цуглуулав. Энэхүү өгөгдлөө баганаан диаграммаар харуулах болжээ. Өгөгдлийг баганаан диаграммаар дүрслэх нь тохиромжтой юу? Үгүй бол яагаад гэдгийг тайлбарлана уу.

Хаягдлын төрөл	Шингэх хугацаа
Жимс, ногооны хаягдал	1-ээс 3 жил
Цаасан хайрцаг	0.5 жил
Бохь	20-оос 25 жил
Цаасны хаягдал	хэдэн өдөр
Нэг удаагийн хуванцар сав	100 жилээс их

43 Бороо орсны улмаас голын ус үерлэжээ. Голын усны гүнийг хэмжсэн үр дүнг хүснэгтээр өгөв.

Хугацаа	07:00	09:00	12:00	16:00	20:00	22:00	24:00
Голын усны гүн (метр)	1.4	1.8	1.9	2.2	2.6	3.0	2.8

Тохиромжтой диаграммаар дүрсэл. Диаграммаа ашиглан

а. 10:00 б. 18:00 в. 23:00
цагийн үед голын түвшин ямар байсныг баримжаалан ол.

44 Их Британи улс 60 сая хүн амтай. Насны бүлгийг процентоор илэрхийлснийг хүснэгтээр өгсөн бол үүнийг тохирох диаграммаар дүрсэл.

15-аас бага	15-39	40-59	59-өөс ахмад
20%	15%	25%	20%

45 Хүснэгт ашиглан гистограмм байгуул. Эдгээр өгөгдлийг дүрслэхэд яагаад гистограмм тохиромжтойг тайлбарла.

а. Гэрийн суурин утсанд ирсэн дуудлагын талаарх мэдээлэл

Дуудлагын үргэлжлэх хугацаа	0-10 мин	10-20 мин	20-30 мин	30-40 мин	40 мин-аас дээш
Давтамж	5	5	3	12	15

б. Насанд хүрэгчдийн хот орчимд хийсэн аяллын тээврийн зардлын талаарх мэдээлэл

Зарцуулсан мөнгө (төг)	10 000	10 000-15 000	15 000-20 000	20 000-30 000	30 000-50 000	50 000-100 000
Давтамж	3	5	7	11	12	20

46 Хоёр ангийн сурагчдаас авсан шалгалтын дүнг бүртгэжээ. Сурагчдын дүнг харьцуулан харуулах шаардлагатай болсон бол ямар диаграммаар дүрслэх нь тохиромжтой вэ? Яагаад?

47 7200 хүнээс аялахыг хүссэн улсуудынх нь талаар өгөгдөл цуглуулжээ. Хүмүүсийн хэдэн хувь нь аль тивд очих сонирхолтой байгааг нь харуулахын тулд ямар диаграмм сонгон дүрслэх вэ?

Дунджууд ба далайц

● Дадлага ажил: “Шүдний статистик”

● а. Хүүхэд бүр хоногт хэдэн удаа шүдээ угаадаг талаараа цаасан дээр (нэргүйгээр) бичиж, ахлагчид хураалгана.

● б. Ахлагчийн уншиж өгснөөр дараах хүснэгтэд зураасаар бүртгэж, давтамжийг тоолно.

Шүд угаалтын тоо	0	1	2	3	...
Бүртгэл					
Давтамж					

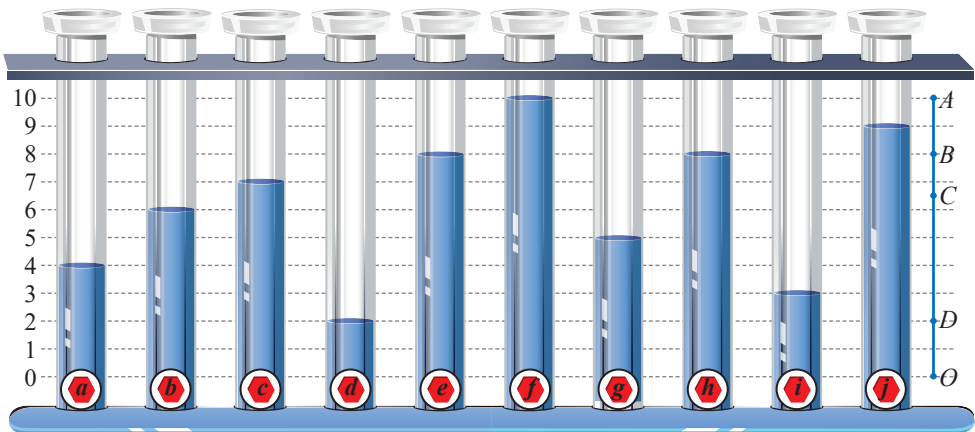
● в. Шүд угаалтын тооны арифметик дундаж, моод, медиан, далайцыг олно.

● г. Тохиромжтой диаграммаар дүрсэлнэ.

Өгөгдлийн моод, медиан, арифметик дунжийг **дунджууд** гэж нэрлэдэг. Дунджууд болон хамгийн их бага утгууд, далайцыг нийтэд нь **статистик характеристикууд** гэж нэрлэнэ.

● Өгөгдлийн статистик характеристикуудыг хэрхэн дүрсэлж болох вэ? Ярилцаарай.

Жишээ 8. Харилцах сав болгон холбож, крантаар тусгаарласан ижил диаметртай хуруу шилнүүдийн a, b, c, \dots, i, j крантууд хаалттай байхад усны түвшин 4, 6, 7, 2, 8, 10, 5, 8, 3, 9 өндөртэй байв.



Хамгийн их тоо нь $OA = 10$ Хамгийн бага тоо нь $OD = 2$

Далайц нь $AD = OA - OD = 10 - 2 = 8$

Моод нь $OB = 8$ Медиан нь $OC = 6.5$

гэх мэтээр дүрслэгдэнэ.

Арифметик дундаж нь бүх крантыг нээхэд усны түвшин хэд болохыг харуулна.

48 Дээрх харилцах савны хувьд

а. Хэрвээ a, h крантуудыг нээвэл моод хэд болж өөрчлөгдөх вэ?

б. Хэрвээ d, f крантуудыг нээвэл моод, медиан, далайц хэд болох вэ?

в. Хамгийн өндөр болон намхан түвшинтэй 5 хуруу шилний крантуудыг нээхэд үүсэх өгөгдлийн моод, медиан, далайцыг тус тус ол.

г. Хамгийн их, хамгийн бага устай хоёр шилнээс бусад шилний крантыг нээхэд түвшин хаана ирэх вэ?

49 Дараах өгөгдлүүдийн хувьд моод, медиан, арифметик дунджийн алийг нь дундаж болгож хэрэглэхэд тохиромжтой байна вэ?

а. 1, 2, 3, 4, 5, 5, 30 б. 1, 2, 3, 4, 5, 20 в. 1, 41, 43, 47, 200

50 Волейболын багийн 4 тамирчны өндөр 160 см, 173 см, 180 см, 170 см, үлдсэн 3 тамирчны өндрийн арифметик дундаж 174 см байв. Багийн гишүүдийн дундаж өндрийг ол.

51 Ахлах сургууль төгсөгчдийн нас 17, 18, 18, 18, 19, 18, 18, 18, 18, 18, 17, 18, 19, 18, 18, 18, 18, 74 байв. Ахлах сургууль төгсөгчдийн нас дунджаар 22 гэж хэлж болох уу? Яагаад?

52 Байгууллагын ажилчдын цалин маш бага байгааг ажилчид шүүмжилжээ. Дарга нь үүнийг үл зөвшөөрч “Манай байгууллагын дундаж цалин 520.000 төгрөг” гэв. Энд байгууллагын ажилчдын цалинг харуулсан бол тэдний цалингийн дунджийг ол.

200000, 200000, 200000, 200000, 300000, 300000, 300000, 300000, 400000, 400000, 400000, 500000, 500000, 500000, 3100000

53 Дэлгүүрийн харуул 11:00 цагаас 12:00 цаг хүртэл зогсоолд зогссон машинуудын кабинд байгаа хүмүүсийг тоолж бүртгэжээ.

Кабинд байсан хүний тоо	1	2	3	4	5	6
Машины тоо	42	20	14	12	10	2

Өгөгдлийн дунджуудыг ол. Эдгээрийн аль нь хамгийн тохиромжтой дундаж вэ? Хариултаа тайлбарла. Тохиромжтой диаграммаар дүрсэл.

54 Олон моодтой 5, 4, 7, x , 7, 8 өгөгдлийн x -ийг дарахад моодын их утга багасдаг бол x -ийг ол.

55 Бүхэл тоо x нь 6, 3, 13, x , 8 өгөгдлийн медиан болдог бол түүнийг ол.

56 Худалдсан барааны тоог заасан 3, 7, 5, 9, 2, 1, 4, 6 өгөгдлийн нэг гишүүнийг өөр тоогоор солиход арифметик дундаж 1-ээр багасжээ. Хэдийг хэдээр сольсон бэ?

57 14, 13, 17, 16, 7, 11, 10 өгөгдлийн медианыг 1-ээс багагүй тоогоор ихэсгэхэд медиан хэд болох вэ?

58 Ангийн гурван салааны сурагчид 10 онооны тестийн шалгалт өгчээ.

1 дүгээр салаа

Сурагчийн дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Авсан оноо	4	5	4	7	3	5	6	4	7	5

- Салаа бүрийн сурагчид дунджаар хэдэн оноо авсан бэ?

2 дугаар салаа

Сурагчийн дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Авсан оноо	5	5	6	6	6	4	6	7	0	5

- Аль салааны сурагчид жигд амжилт үзүүлсэн бэ?

3 дугаар салаа

Сурагчийн дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Авсан оноо	16	4	3	3	2	3	4	4	6	5

- Аль салааны сурагчид илүү амжилт үзүүлсэн бэ? Тайлбарла.

Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дундаж

Жишээ 9. а. Дараах өгөгдөл бүртгэгджээ.

8.3, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, 9.4, 9.6, 10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5, 11.2, 11.4, 11.6, 11.8
Арифметик дунджийг олоорой.

б. Өгөгдлийн утгууд мэдэгдэхгүй буюу бүлэглэсэн хэлбэрээр өгөгджээ (Хүснэгтээр өгөгдөв).
Арифметик дунджийг олоорой.

Бодолт: а. дундаж $= \frac{8.3+8.5+\dots+11.8}{17} = 9.9$

б. Өгөгдлийн утгууд мэдэгдэхгүй бүлэглэсэн хэлбэртэй байвал тоо тус бүрийн утгыг харьяалагдах завсрын дундажтай тэнцүү байхаар авч дунджийг олдог.

Энэ үед дундаж $= \frac{8.5 \times 6 + 9.5 \times 2 + 10.5 \times 5 + 11.5 \times 4}{6 + 2 + 5 + 4} = 9.91$ болно.

(а) ба (б) даалгавраас харвал өгөгдлийн

8.3, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9 гэсэн 6 тоог 8.5-аар,
9.4, 9.6 гэсэн 2 тоог 9.5 -аар,
10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5 гэсэн 5 тоог 10.5 -аар,
11.2, 11.4, 11.6, 11.8 гэсэн 4 тоог 11.5 -аар

тус тус солиход арифметик дундаж нь ойролцоо гардаг байна.

Завсар	Давтамж
8-аас бага	0
[8;9[6
[9;10[2
[10;11[5
[11;12[4
12-оос багагүй	0

59 Сурагчдын цүнхний дундаж жинг ол.

Цүнхний жин(кг)	0.5-с бага	[0.5;1[[1;1.5[[1.5;2[[2;2.5[[2.5;3[[3;3.5[[3.5;4[[4;4.5[4.5-с багагүй
Давтамж	0	1	4	6	8	6	4	2	1	0

Жишээ 10. Оёдлын үйлдвэр малгай үйлдвэрлэхийн тулд 100 хүнээс судалгаа авчээ. Судалгаанд хамрагдсан хүмүүсийн толгойн диаметрийг сантиметрээр тоймлон авсан бөгөөд судалгааны үр дүнг хүснэгтээр өгчээ.

Толгойн диаметр (см)	50-52	52-54	54-56	56-58	58-60
Давтамж	8	12	30	44	6

а. Малгайны дундаж хэмжээ ямар байвал зохих вэ?

б. Хамгийн их эрэлтэй хэмжээ нь ямар хэмжээ вэ?

Бодолт: а. Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дундаж нь $55.56 \approx 56$ см байна.

б. Хамгийн эрэлтэй хэмжээ буюу моод бүлэг 56-58 см, дараа нь 54-56 см байна. Хамтад нь авч үзвэл 54-58 см хэмжээтэй малгай үйлдвэрлэх нь хамгийн эрэлтэй байна.

Дээрх өгөгдлөөр гистограмм байгуул. Арифметик дундаж нь моод бүлэг болон медиан (ойролцоогоор тооцвол)-тай ойролцоо утгатай байгааг гистограмм ашиглан тайлбарлаарай.

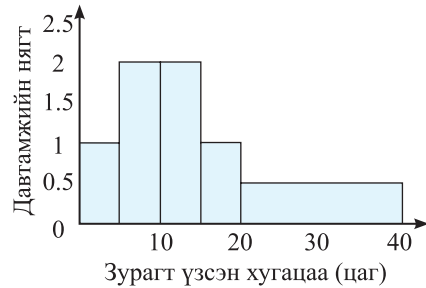
60 Өдөрт хэдэн цаг зурагт үздэг талаар нь 500 хүнээс судалгаа авчээ. Судалгааны үр дүнг дараах хүснэгтэд үзүүлэв.

Цаг	0-1	2-3	4-5	6-7	8-9	10-11	12-13
Давтамж	54	88	156	90	74	34	4

- а. Судалгаанд хамрагдсан 500 хүн өдөрт дунджаар хэдэн цаг зурагт үздэг вэ?
 б. Моод бүлгийг ол.
 в. Ямар дүгнэлт хийж болох вэ? Ярилцаарай.

61 Өнгөрсөн 7 хоногт насанд хүрэгчид хэдэн цаг зурагт үзсэн талаарх мэдээллийг гистограммаар харуулжээ.

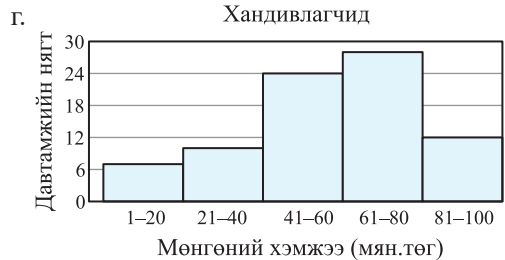
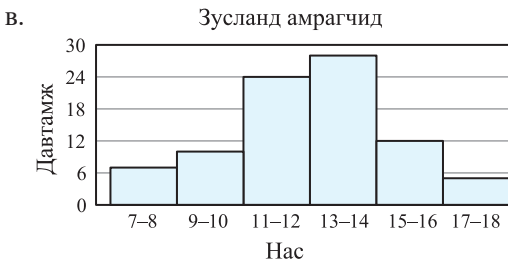
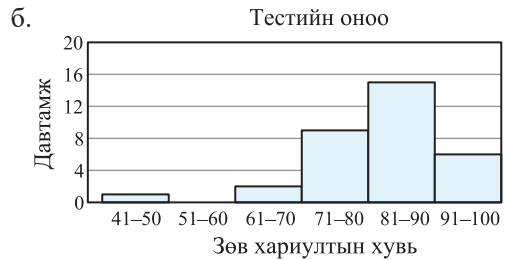
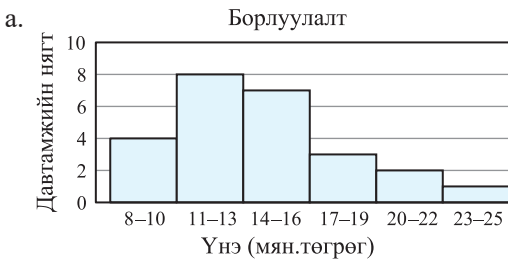
- а. Судалгаанд хэдэн хүн оролцсон бэ?
 б. Судалгаанд оролцсон хүмүүсийн хэдэн хувь нь 20-оос дээш цаг зурагт үзсэн бэ?
 в. Арифметик дунджийг ол.
 г. Арифметик дундаж нь өгөгдлийн дунджийг илэрхийлж чадаж байна уу?



62 Замын цагдаагийн хэсэг, дараалан өнгөрсөн 20 машины хурдыг хэмжжээ. Дундаж хурдыг ол.

Хурд (км/ц)	40-с бага	[40;50[[50;60[[60;70[[70;80[[80;90[90-ээс их
Давтамж	0	1	4	5	9	1	0

63 Диаграммуудаас өгөгдлийн арифметик дунджийг ол. Арифметик дундаж нь энэ өгөгдлийн дунджийг харуулж чадах эсэхийг тогтоо. Диаграммын хэлбэртэй харьцуулж дүгнэлт гарга.



Хүснэгт, диаграммыг тайлбарлах

“Ямар нэг үзэгдлийн талаарх олон хүний таамаглалын дундаж нь бодит байдалд маш их дөхөж очдог” гэсэн ойлголт байдаг. Үүнийг хэр үндэслэлтэй болохыг тогтооцгооё.

○ **Дадлага ажил:** “Орон зайн баримжаа”

○ а. Багшийн харуулсан савхны уртыг баримжаалан хүснэгтийн эхний нүдэнд бичнэ. Уртыг см-ээр илэрхийлэх ба 0.1 нарийвчлалтай авбал тохиромжтой.

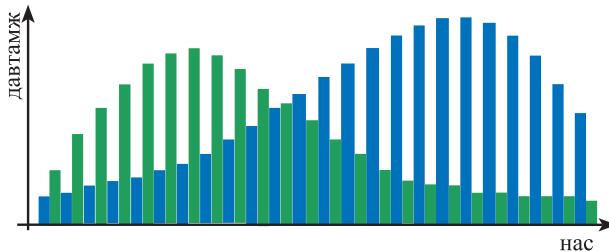
	Өөрийн баримжаа	Багийн дундаж	Ангийн дундаж	Савхны урт
Савхны урт				

- б. Савхны уртыг баганаан диаграммын эхний баганад зурна.
- в. Багийн гишүүдийн баримжааллын дунджийг хүснэгтийн хоёр дахь нүдэнд бичиж, диаграммын хоёр дахь багана болгон зурна.
- г. Ангийн дунджийг төсөөтэйгээр гаргаж, диаграммын гурав дахь баганыг зурна.
- д. Багшаас савхны уртыг авч дөрөв дэх баганаа зурна.
- е. Графикийн дөрвөн баганыг харьцуулж, дүгнэлт гаргаарай.

- Сурагчдын таамаглал бодит хэмжээнээс хэр зөрөөтэй байсан бэ?
- Багуудын дундаж ямар зөрөөтэй болсон бэ?
- Ангийн дундаж нь бодит хэмжээнд дөхсөн үү?
- Анхны таамаглал батлагдсан уу? Няцаагдсан уу?

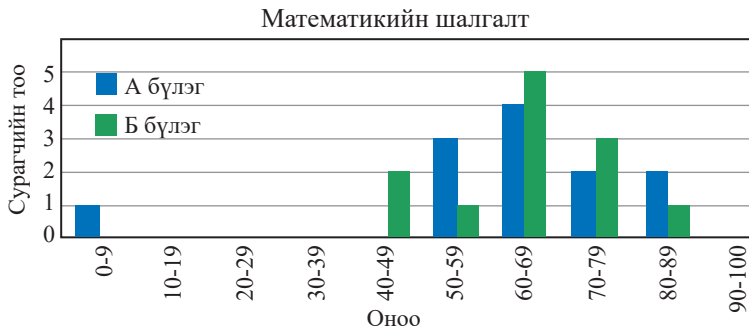
64 Маргааш ... цагт агаарын температур хэдэн хэм байх вэ? гэдгийг таамаглан ярилцаж, сурагчдын таамаглалын арифметик дунджийг ол.

65 Рок, уртын дуу сонсох дуртай хүмүүсийн давтамжийн графикийг харуулжээ.



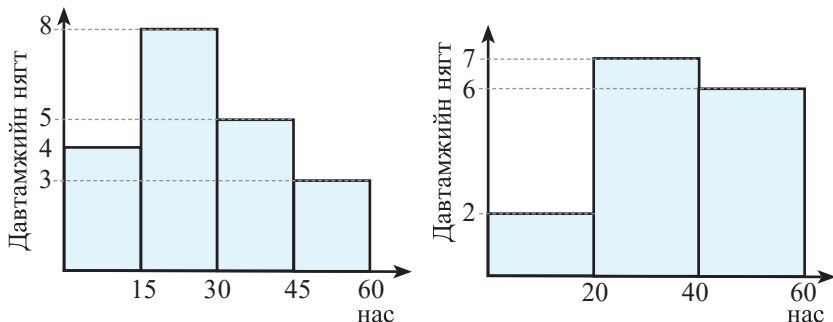
Аль нь уртын дуу сонсох дуртай хүмүүсийн давтамжийн график байж болох талаар таамаглан ярилцаарай.

66 А ба В бүлгийн сурагчдын авсан оноог диаграммаар харуулав. Сурагч 50 буюу түүнээс дээш оноо авсан бол шалгалтад тэнцсэн гэж үзнэ.



Багш арифметик дунджуудыг тооцож үзээд “Б бүлгийн сурагчид илүү сайн гүйцэтгэсэн” гэв. А бүлгийн сурагчид Б бүлгийн сурагчдаас дутуугүй үнэлгээтэй гэдгээ хэрхэн батлах вэ?

- 67 Хоёр удаагийн судалгаанд хамрагдсан хүмүүсийг насаар нь ангилж, гистограммаар харуулав.



- а. Давтамж, давтамжийн нягтын талаар сэргээн ярилцаарай?
 б. Аль судалгаанд олон хүн хамрагдсан талаар таамаглал дэвшүүлээд шалга.

- 68 Хүмүүсийн дундаж өндрийг насаар нь харуулсан байна.

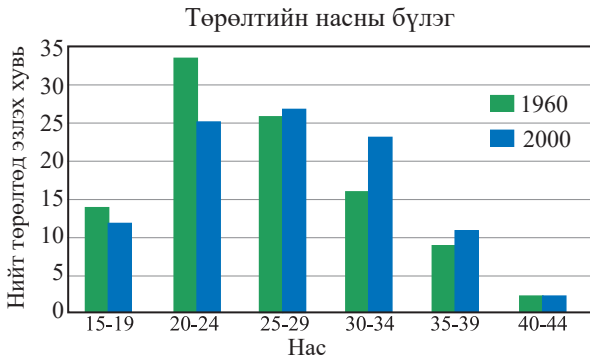
- а. 2000 оноос хойш 20 настай эрэгтэй хүний дундаж өндөр 2.3 см-ээр өссөн гэвэл 2010 онд хэд байсан гэж болох вэ?
 б. 12 наснаас хойш аль хүйсийн хүмүүсийн өсөлтийн хурд удааширч байна вэ?
 в. Ойролцоогоор хэдэн насандаа эрэгтэй, эмэгтэй хүмүүсийн дундаж өндөр ижил байна вэ?
 г. Диаграммаас өөр ямар дүгнэлт гаргаж болох вэ?



- 69 Хос диаграммыг ашиглаад 5-аас цөөнгүй дүгнэлт гарга.



70 1960 болон 2000 онд төрсөн ээжүүдийн насыг харьцуулсан диаграмм өгөгдөв. Дараах дүгнэлтүүдийн үнэн, худлыг тогтоо.



- 1960 онд төрсөн ээжүүдийн нас 2000 оны ээжүүдтэй харьцуулахад залуу байжээ.
- 1960 онд төрсөн ээжүүдийн 26% нь 25-29 настай байна.
- 1960 онд төрсөн ээжүүдийн насны медиан нь 20-24 насны бүлэгт, харин 2000 онд төрсөн ээжүүдийн насны медиан нь 25-29 насны бүлэгт байна.
- 2000 онд төрсөн 15-19 настай ээжүүдийн тоо 1960 онтой харьцуулахад цөөн байна.

Жишээ 11. Зурагтын нэвтрүүлэгч өгсөн диаграммыг тайлбарлахдаа “Энэ жил гэмт хэргийн гаралт өнгөрсөн жилтэй харьцуулахад огцом өсжээ” гэв. Энэ тайлбартай санал нийлэх үү? Яагаад?

Бодолт: Санал нийлэх боломжгүй байна.

Учир нь 2015 онд гэмт хэргийн тоо ойролцоогоор 508 байсан бол 2016 онд 516 болжээ.

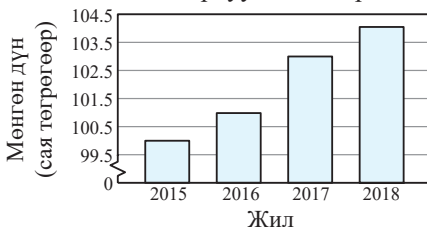
Энэ нь 1.5% орчим өсөлт байна.

Диаграммын тэнхлэгийн хуваарийг буруу сонгосон тул дүрслэл буруу болжээ.

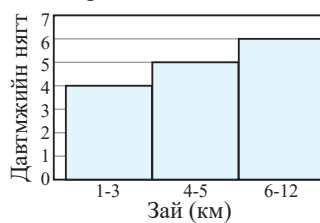


71 Диаграмм бүр яагаад буруу байгааг тайлбарла.

а. Жилийн борлуулалтын орлого



б. Өдөрт явган алхсан зам



72 А, В, С гурванхүн 4 өнгийн бөмбөг тоолж байв.

Гэхдээ тэд харааны өнгө ялгах чадварын эмгэгтэй байсан учир хоёр өнгийг зөв ялгадаг нөгөө хоёр өнгийг ялгахдаа хааяа алдаа гаргадаг ажээ. Нэг нь улаан ба улбар шар, нөгөө нь улбар шар ба шар, гурав дахь нь шар ба ногоон өнгийг сольж болзошгүй нь мэдэгдэж байсан бөгөөд тооллогын дүнг хүснэгтэд бүртгэжээ. Өнгө тус бүрээс хэдэн бөмбөг байсан бэ? Хэн ямар өнгүүдийг сольж болзошгүй вэ?

	А	В	С
Улаан	2	2	4
Улбар шар	5	4	2
Шар	7	9	8
Ногоон	9	8	9

Түүврүүдийг харьцуулах

- Бид 1, 2, 4, 4, 6, 7 өгөгдлийн арифметик дундаж, моод, медиан нь 4, далайц нь
- 6 болохыг хялбархан олж чадна.
- Тэгвэл 2011, 2012, 2014, 2014, 2016, 2017 өгөгдлийн статистик
- характеристикуудыг цээжээр олох боломжтой юу?
- Статистик характеристикуудыг олоод, дүгнэлт гаргаарай.

СТАТИСТИК ХАРАКТЕРИСТИКУУДЫН ЧАНАР

1. Өгөгдлийн нэг гишүүнийг a тоогоор ихэсгээд, өөр нэг гишүүнийг a тоогоор багасгахад арифметик дундаж өөрчлөгдөхгүй.
2. Өгөгдлийн бүх гишүүнийг a тоогоор ихэсгэхэд (багасгахад) моод, медиан, дундаж, хамгийн их, бага утгууд мөн a тоогоор ихсэх (багасгах) ба далайц өөрчлөгдөхгүй.
3. Өгөгдлийн бүх гишүүнийг k тоогоор үржүүлэхэд моод, медиан, арифметик дундаж, хамгийн их, бага утгууд, далайцыг мөн k тоогоор үржүүлнэ.

Жишээ 12. 12, 15, 18 өгөгдлийн арифметик дунджийг олоорой.

Бодолт: Эхний тоог 3-аар ихэсгэж, сүүлийн тоог 3-аар багасгавал өгөгдөл 15, 15, 15 болох ба 15 нь анхны өгөгдлийн арифметик дундаж болно.

Жишээ 13. 693, 697, 705, 709 өгөгдлийн медианыг олоорой.

Бодолт: Өгөгдлийн бүх гишүүдээс 700-г хасвал $-7, -3, 5, 9$ өгөгдөл үүсэх ба медиан нь $(-3 + 5) \div 2 = 1$ болно.
 Анхны өгөгдлийн медианыг олохын тулд 700 тоогоо нэмэх хэрэгтэй.
 Иймд анхны өгөгдлийн медиан нь: $1 + 700 = 701$

Жишээ 14. 2.3, 4.9, 3.8, 2.7, 3.3, 4.6 өгөгдлийн арифметик дундаж, медианыг олоорой.

Бодолт: Өгөгдлийн гишүүн бүрийг 10-аар үржүүлье. 23, 49, 38, 27, 33, 46
 Гишүүн бүрээс 30-ыг хасвал: $-7, 19, 8, -3, 3, 16$

Шинэ үүссэн өгөгдлийн арифметик дундаж: $\frac{-7+19+8-3+3+16}{6} = \frac{36}{6} = 6$

Медиан: $(8 + 3) \div 2 = 5.5$

Тус бүр дээр 30-ыг нэмээд 10-д хуваахад анхны өгөгдлийн дундаж, медиан гарна.

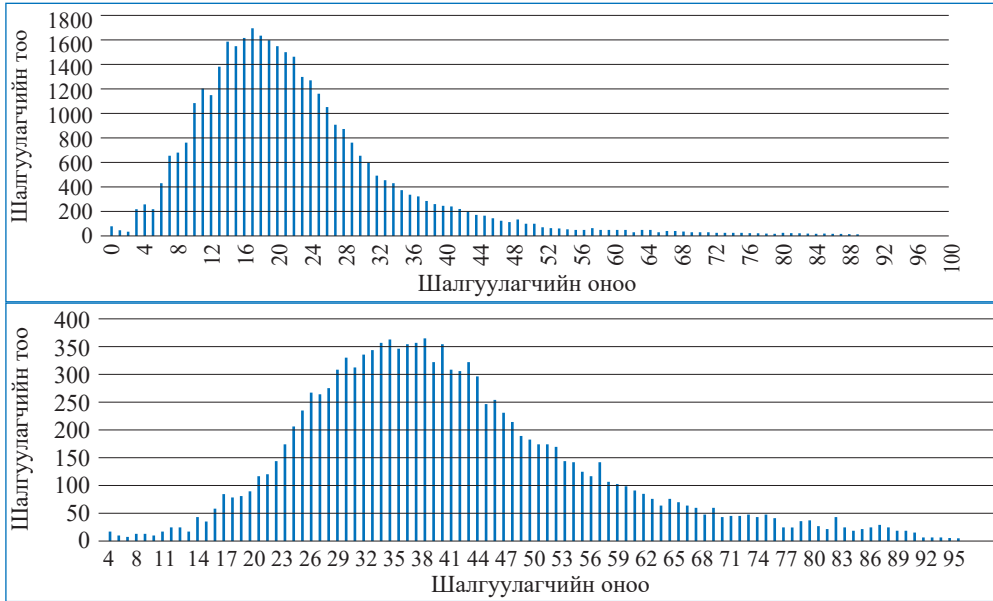
Дундаж: $(6 + 30) \div 10 = 3.6$ Медиан: $(5.5 + 30) \div 10 = 3.55$

73 Нийлбэрийг бодохгүйгээр 42, 49, 50 өгөгдлийн арифметик дунджийг ол.

74 Хоёр өгөгдлийн моод, медиан, арифметик дундаж, далайцыг олж харьцуул.

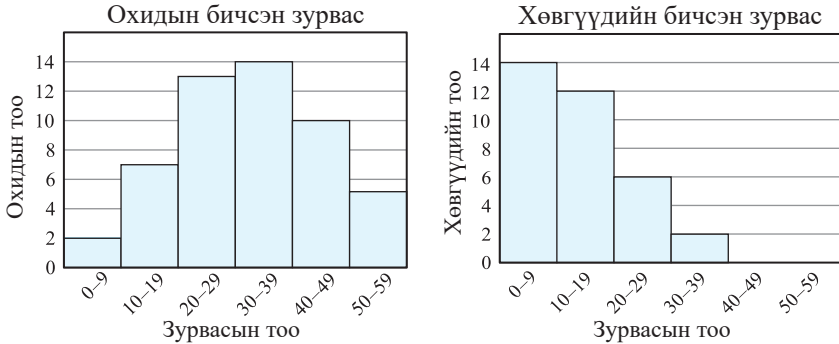
а.	808	809	810	811	811	812	819	824	ба
	808	809	810	811	812	812	829		
б.	435	436	437	438	439	440	441	441	444 ба
	436	438	438	439	439	441	441	441	
в.	31.1	31.2	31.3	31.4	31.5	31.6	31.7	31.7	32 ба
	31.2	31.4	31.4	31.5	31.5	31.7	31.7	31.7	

75 Хоёр өөр хичээлийн шалгалтын онооны давтамжийг диаграммаар харуулжээ.



- а. Аль шалгалтад олон хүүхэд хамрагдсан бэ?
- б. Сурагчдын амжилтын талаар юу хэлж болох вэ? Харьцуулан ярилцаарай.

76 Хэсэг сурагчийн нэг сарын турш хэн нэгэн рүү бичсэн зурвасын тоог эрэгтэй, эмэгтэй сурагч гэсэн ангиллаар бүртгэж, дүрслэв.



Нэг сард охидууд хөвгүүдээс дунджаар хэдээр олон зурвас бичдэг вэ?

Буудлагын тэмцээн

0-ээс 10 хүртэл бүхэл оноотой бай руу буудсан таван хүүхдийн авсан оноог эрэмбэлж хүснэгтээр харуулжээ. Хэн нь хэддүгээр байр эзлэхийг тогтоо. Заавар: Тус бүрийн статистик характеристикүүдийг бодож харьцуулна.

Хүслэн	2	4	4	5	5	5	7	8	10	10
Билгүүн	2	4	4	5	5	7	8	8	8	9
Нандин	2	4	4	5	5	7	7	7	9	10
Намуун	2	3	4	5	5	5	7	8	10	10
Ивээл	2	3	4	5	5	7	8	8	8	10

- 77 “Сурах бичгийн хүрэлцээ” сэдвээр хичээл заадаг багш нараасаа ярилцлага аваарай.
- 78 Байгалийн үзэсгэлэнт газар байрласан нэгэн рашаанд орж, амрагчийн тоог сар бүрээр гаргахад: VI сард 120, VII сард 400, VIII сард 380, IX сард 60, бусад сард хүн ирээгүй байв. Диаграммаар дүрсэл.

- 79 Замаар дараалан өнгөрсөн 60 машины өнгийг бүртгэжээ.
 СШСХБ ЦЦССУ НССХС СБСЦХ УССБШ ССБНХ
 БССУС ЦСБСС НСССХ СБШСЦ ХШНБС УБССБ.

- а. Бүртгэлийн хүснэгт зохиож бүртгээрэй.
 б. Ямар өнгийн машин хамгийн олон байсан бэ?

- 80 Сурагчдын өндрийг (см) жагсаан бичжээ.

152	163	151	169	159	158	163	167	174	140
144	157	155	161	144	168	156	159	163	166

- а. Далайцыг ол.
 б. Ямар урттай тэнцүү завсруудад бүлэглэвэл тохиромжтой вэ?
 в. Сонгосон аргаараа бүртгэж, хүснэгтийг нөх.

Өндөр (см)	Бүртгэл	Давтамж

- г. Хамгийн олон давтамжтай завсар аль нь вэ?

- 81 Санал асуулгын хуудсаар 130 хүнээс судалгаа авчээ.

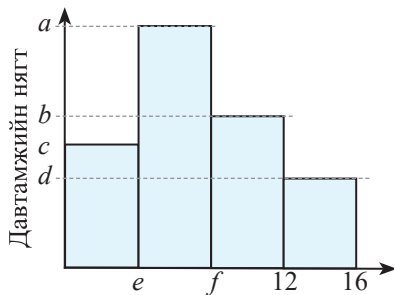
Таны нас 20 хүртэл 20-40 40-60 60-аас дээш
 Хүйс эрэгтэй эмэгтэй
 Ямар өнгөнд дуртай вэ? *Ногоон*

- а. Ямар өгөгдлүүд цуглуулж болох вэ?
 б. Өгөгдлүүдийг ямар хүснэгтэд бүртгэж болох вэ?
 в. Ямар зорилготой судалгаа вэ?

- 82 Зурагт өгсөн гистограммын багануудын талбай харгалзан 24, 48, 28, 20 бол a, b, c, d, e, f -ийг ол.

- 83 Агуулахад 7.2, 7.7, 7.6, 6.7, 6.7, 6.5, 7.3, 6.3, 7.2, 8.1, 6.1, 7.3, 7.4, 6.7, 6.8, 6.4, 7.9 т тариа буужээ.

- а. Иш-навчийн диаграммаар дүрсэл.
 б. Өгөгдлийг тохиромжтой завсарт бүлэглэж, гистограмм байгуул.
 в. Хоёр диаграммыг харьцуулан дүгнэлт гарга.
 г. Өгөгдлийн моод бүлэг, медиан, далайцыг ол.



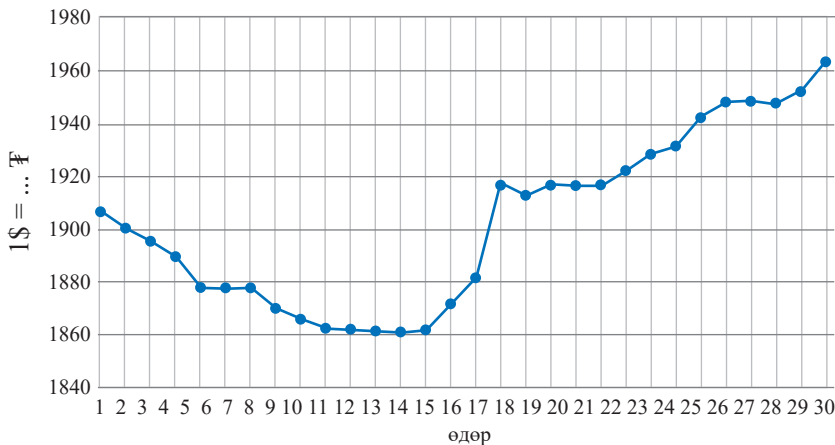
- 84 Нэг моодтой 6, 3, 8, 1, a , 5, 7, 9, 7, 8 өгөгдлийн a -г өөр тоогоор солиход өгөгдлийн моодын утга ихэсжээ. a тоог ол. Түүнийг хэд гэсэн тоогоор сольсон бэ?
- 85 12, 7, 10, 8, 3, 6, 7, 13 өгөгдлийн моодтой тэнцүү нэг тоог дарахад үүссэн өгөгдлийн медиан нь хэд болох вэ?
- 86 Нэг моодтой өгөгдөлд хамгийн их тооноос их нэг тоо нэмэгдэхэд медиан өөрчлөгдөөгүй байв. Ямар тохиолдолд ийм байх вэ?
- 87 Өгөгдөлд гурван тоо шинээр нэгдүүлэхэд арифметик дундаж хэвээр хадгалагдсан байв. Шинэ гурван тоо ямар чанартай байхад энэ боломжтой вэ?
- 88 Нэг моодтой 6, 13, 14, x , 4, 6 өгөгдлийн моод x бол түүнийг ол.
- 89 Хоёр түүврийн моод, медиан, арифметик дундаж, далайцыг олж харьцуул.
- | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.7 | 2 |
| 1.2 | 1.4 | 1.4 | 1.5 | 1.5 | 1.7 | 1.7 | 1.7 | |
- 90 Тус бүр 8 сурагчтай А, Б, В бүлгийн сурагчид 10 онооны тест өгчээ. Бүлэг бүрийн сурагчдын оноонуудын үзүүлэлтийг хүснэгтээр харуулав.

Бүлэг	Ариф.дундаж	Медиан	Далайц
А	7	6	4
Б	7	6	8
В	6.5	6.5	3

- а. Аль бүлгийн сурагчид илүү жигд амжилт үзүүлсэн бэ?
 б. Аль бүлгийн сурагчид илүү өндөр амжилт үзүүлсэн бэ?

- 91 Диаграммыг тайлбарлаж, дүгнэлт гарга.

Төгрөгийн ам. доллартай харьцах ханш 2015.06 сар

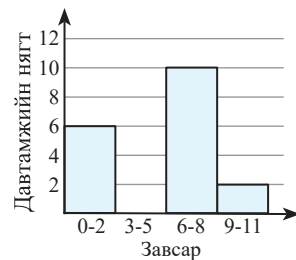


- а. Долларын ханш буурсан, өссөн өдрийн тоог ол.
 б. Хэзээ долларын ханш тогтворжсон бэ?
 в. Далайцыг ойролцоогоор ол.
 г. Хэдний өдөр ханш хамгийн огцом өөрчлөгдсөн бэ?

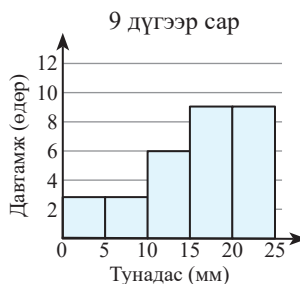
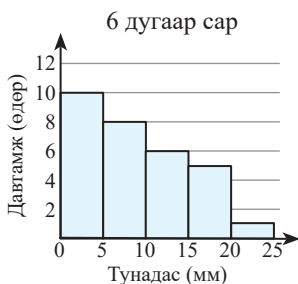
Өөрийгөө сорiorой

- 1 Улаанбаатар хотын сурагчдаас зуны амралтаа хэрхэн өнгөрөөх хүсэлтэй байгааг судлах болжээ. Аль түүвэр нь эх олонлогоо бусдаасаа илүү төлөөлөх боломжтой вэ?
 - а. Номын санд байгаа 50 сурагч
 - б. Нэг сургуулийн 50 сурагч
 - в. Худалдааны төвд байгаа 50 сурагч
 - г. Усан бассейнд байгаа 50 сурагч
- 2 Судалгааны асуултууд яагаад буруу байна вэ?
 - а. Та суудлын бүсээ байнга зүүдэг үү?
 - б. Манай хотын төсвийг бууруулах ёстой гэж үзэж байна уу?
 - в. Та сүүлийн үед стресст орж байсан уу?
- 3 Ямар диаграммаар дүрслэх нь тохиромжтой вэ?
 - а. Сургуулийн найрал дууны хамтлагийн гишүүдийн тоо жил бүрээр
 - б. Хоёр ангийн сурагчдын шалгалтын оноо
 - в. Танай ангийн сурагчдын дуртай спортын төрөл
 - г. Багш нарын насны тархалт
- 4 20 сурагчийн өндрийг см-ээр тоймлон өгөгдөл цуглуулжээ.
148 155 156 175 160 165 159 179 161 173 167 154 163 158 160 172 147 170 158 155
 - а. Иш-навчийн диаграммаар харуул.
 - б. Өгөгдлийг тэнцүү завсарт бүлэглэж, гистограмм байгуул.
 - в. Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дунджийг ол.

- 5 50 хүнээс авсан судалгааны дүнг гистограммаар харуулах болов. Гистограммыг гүйцээ. Аль өгүүлбэр үнэн бэ?
 - а. 0-2 завсрын давтамж 12 байна.
 - б. Гистограммын багануудын нийт талбай 36 байна.
 - в. Өгөгдлийн арифметик дундаж нь 4.96 байна.
 - г. 3-5 завсар дахь баганы өндөр 7 байна.
 - д. Өгөгдлийн моод бүлэг нь 3-5 завсар байна.



- 6 6 ба 9 дүгээр сард орсон хур тунадасны хэмжээг диаграммаар харуулжээ.



- а. 6 дугаар сард дунджаар ямар хэмжээний хур тунадас орсон бэ?
- б. 9 дүгээр сард дунджаар ямар хэмжээний хур тунадас орсон бэ?
- в. Аль сард их хур тунадас орсон бэ?

Хариу

- I бүлэг.** 4. б. 15.(345); в. 12.12(121); г. 0.01(001). 6. б. $1\frac{182}{495}$; в. $\frac{2}{55}$; г. $3\frac{49}{300}$; д. $27\frac{16}{99}$; е. $\frac{23}{180}$.
7. а. $-4\frac{6}{10} > -4.65$; б. $-2\frac{13}{16} < -2\frac{11}{14}$; в. $-5\frac{3}{11} < -5.(2)$. 12. а. $4 \div 17.2 = 0.2325 \dots \approx 0.23$, б. $18 \div 7.1 = 2.535 \dots \approx 2.54$;
14. а. $1.70395\text{м}^2 \approx 2\text{м}^2$, б. $0.159348\text{м}^2 \approx 1593.4\text{см}^2 \approx 1593\text{см}^2$; 15. $5.8385 \leq x \leq 5.8394$; 16. Бутархай хэсэг нь 604 тул 0.1 нарийвчлалтай тоймлоход өөрөөс нь 0.004-өөр бага тоо гарна. 17. а. $46.5 \leq \text{Болор} < 47.5$, $44.45 \leq \text{Билгүүн} < 44.54$, $49.945 \leq \text{Амар} < 49.955$; б. 47.3 кг. 18. $150\text{км} \leq \text{голын урт} < 155\text{км}$. 19. б. $59588 \approx 59600$, г. $8549 \approx 8500$, е. $3.5839 \approx 3.58$; 21. б. $0.7625 \approx 0.76$, в. $0.7625 \approx 0.8$, г. $0.7625 \approx 0.763$. 23. Хэмжээнүүдийг 0.1 нарийвчлалтай тоймлож, үйлдлийг гүйцэтгэвэл: $3.6 \times 5.8 = 20.88$, $3.62 \times 5.75 = 20.815$ буюу ойролцоо утга нь их байна. Харин бүхлээр тоймловол, $4 \times 6 = 24$ буюу жинхэнэ утгаасаа илүү их зөрөөтэй болж байна.
25. а. $36.41 \times 37.32 \approx 36 \times 37 = 1332$ б. $56.2 \times 1.97 \approx 56 \times 2 = 112$, ... эндээс харахад б илэрхий алдаатай байна.
26. Жишээ нь бүхлээр тоймловол $(6+6) \div 3 = 4$, харин тооны машинаар бодвол $(6.3+5.6) \div 3.4 = 3.5$ буюу 0.5-ийн зөрөөтэй байна. 29. а. $-\frac{7}{8}$; б. $1\frac{7}{12}$; в. -2.6. 30. Эсрэг тэмдэгтэй хоёр тооны модулууд нь тэнцүү бол нийлбэр нь 0 байна. 34. б. $\frac{2}{3}$; г. $\frac{1}{2}$; е. -3.9; з. $7\frac{1}{72}$; и. -1. 40. б. $\frac{1}{12}$; г. $4\frac{14}{15}$; д. $-1\frac{2}{5}$; е. $\frac{1}{2}$. 41. 3.65 л.
49. б. 1; в. -1; г. 1. 50. а. $a+b=3.15 \times 10^7$, $a-b=2.25 \times 10^7$, $a \times b=1.215 \times 10^{14}$, $a \div b=6$; в. $a+b=4.41 \times 10^3$, $a-b=3.99 \times 10^3$, $a \times b=8.82 \times 10^5$, $a \div b=20$; д. $a+b=63 \times 10^n$, $a-b=57 \times 10^n$, $a \times b=18 \times 10^{2n+1}$, $a \div b=20$. 51. б. 20^8 ; г. 3^3 . 53. б. $\frac{1}{513}$; в. $\frac{1}{7}$; г. $23^4 \times 5$. 58. б. 0.1; г. -0.3; е. $1\frac{1}{3}$; з. $1\frac{1}{4}$; к. $1\frac{2}{3}$. 59. б. $4\sqrt{2}$; г. $3\sqrt{2}$; д. $-4\sqrt{2}$; з. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.
60. б. 4.88; г. $-\frac{1}{3}$; д. -28; ж. 1.125; и. -1. 61. в. -6; г. 49; д. $-\frac{1}{27}$; е. 0.0625. 62. $n=2k+1$, $k \in \mathbb{N}$.
67. б. $78200 \times 0.001 = 78.2$; г. $10.82 \times 1000 = 10820$; е. $0.5225 \times 1000000 = 522500$; з. $0.007 \times 100000 = 700$; и. $0.35 \div 0.001 = 350$. 71. б. $1\frac{11}{30}$; в. $1\frac{23}{75}$; г. $1\frac{917}{3000}$. 74. а. $4.65 \leq a < 4.75$; б. $18.6 \leq p < 19$; в. $21.62 < S < 22.57$.
76. б. 584; г. 445; д. 499. 77. б.8; г. 18. 80. а. -0.02; б. 0.03. 81. а. $-178\frac{2}{3}$; в. 2.875; д. $17\frac{1}{3}$; е. $5\frac{1}{8}$. 82. а. 2^7 ; в. 0.03^2 ; д. 3.5^2 ; е. ж. з. к. боломжгүй; и. $(-2\frac{1}{2})^3$. 86. б. $1\frac{1}{6}$; в. 1.75; г. -1.2. 87. б. 76; г. 14. 90. а. $2^{10} > 10^3$; б. $10^{100} > 100^{10}$; в. $(2^3)^{100} < (3^2)^{100}$; г. $31^{16} < 32^{16} = 2^{80}$, $17^{20} > 16^{20} = 2^{80}$ байна. Иймд $31^{16} < 17^{20}$.
- II бүлэг.** 5. 40% нь 16 сурагч, $16 \div 0.4 = 40$ сурагч. 6. 234000; 7. $1.5 \text{ сая} \times 1.25 = 1.875 \text{ сая}$. 8. а. $6.4 \div 1.6 = 40$ кг; б. 2.4 кг. 9. $\frac{3}{20} = 15\%$ тул 60% нь 18 сурагч. 11. 314928₮. 12. $35000 \times 0.8 \times 0.95 = 26600$ ₮. 13. а. 3 т, 4.5 т, 6 т; б. 1 т, 500 кг, 60 т. 14. б. Хүдрийн эзлэх хэмжээг у гэвэл $8 : 5 = 80 : y$ у пропорц бодно. 15. 60 кг. 16. 200 г ус нэмнэ. 17. а. 4л ус нь 25% болох тул $4 \div 0.25 = 16$ л, 6л сүү нэмнэ; б. 10 л ус; в. 40%. 18. 8 кг. 19. а. 24 кг; б. 40 кг. 20. 560 г. 21. $(0.17 \times 3 + 0.19 \times 7) \div 10 = 18.4\%$. 22. 32%. 23. 34%. 25. 40%, $33\frac{1}{3}\%$, $26\frac{2}{3}\%$.
26. а. 20%; б. $16\frac{2}{3}\%$. 27. 169%. 29. а. 3 жилийн өмнөхөөс 72.8%-аар өснө. б. $42\frac{7}{54}\%$ -аар буулгана. 32. а. 10 см, 22.5 см; б. 1 км. 33. а. 1 : 10000. 35. а. 20 м, 15 м; б. 1 : 1000000. 39. а. пропорционал биш хамааралтай, б. урвуу, в. урвуу, г. шууд пропорционал хамааралтай. 41. а. 9 цаг, б. 2 дахин ихэсгэнэ. 43. в. 8 см, 5 см. 44. 18 өдөр. 45. а. 16 цаг, б. 4. 46. а. 1.2 дахин бага, б. 9 цаг. 47. 153 км. 48. 48 өдөр. 49. 1.2 л. 53. а. 396000₮; б. 405900₮. 54. а. 1750000₮. 55. 1.5 кг. 57. 16%. 59. 48000 эрэгтэй, 36000 эмэгтэй. 60. а. 11 : 3; б. 5 : 3; в. 7 : 4; г. 5 : 24. 61. 62.5, 50, 37.5. 62. 30 см. 67. а. 35мл, 25мл, 20мл; б. 437.5мл, 312.5мл, 250мл; в. 210мл, 150мл. 69. 4 сая, 500 мянга, 3 сая 500 мянга. 71. 2.4 цаг. 73. 1 хүүхэд 2 цагт 15 ил захидал хийнэ. а. 8 цаг; б. 28 цаг. 75. 50%. 76. 25%. 77. Хамгийн багадаа $(90\%+85\%)-100\%=75\%$ -д шороон замаар, бороотой үед явна. Иймд хамгийн багадаа $(75\%+37.5\%)-100\%=12.5\%$ -д бороотой шөнө, шороон замаар явна.
- III бүлэг.** 2. а. 128; б. 2^n ; в. 2^{3n} ; г. 2^{3m+2n} . 3. а. $A \cup B$; б. $A \cap B$; в. $A \setminus B$; г. $B \setminus A$. 5. в. $|A|=50$, $|B|=33$, $|A \cap B|=16$, $|A \cup B|=67$, $|A \setminus B|=34$, $|B \setminus A|=17$. 6. нийцгүй. 7. болохгүй. 8. болж чадахгүй. 9. 3 эгэл үзэгдэл. 10. 4 эгэл үзэгдэл, эгэл үзэгдэл биш. 11. 8 эгэл үзэгдэл, эгэл үзэгдэл мөн.
12. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$. 13. болохгүй. 14. Жишээлбэл, зоос орхих туршилт, бай руу харвах туршилт. 15. үгүй. 16. нийцтэй. 17. нийцтэй. 18. а. нийцтэй, 4, 6-аар буух, б. нийцтэй, 4-өөр буух, в. нийцгүй. 19. $A = \text{“Тэмээ унасан байх”}$, $B = \text{“Морь унасан байх”}$ гэвэл $|A \cap B| = 15$ тул энэ хоёр үзэгдэл нийцтэй байна. 20. 36 эгэл үзэгдэл, 1-тэй тэнцүү; 21. а. $\frac{2}{3}$, б. $\frac{1}{3}$. 23. 1 анхны тоо ч биш, зохиомол тоо ч биш. 24. болохгүй. 25. $1-a-b$; 26. 4 эгэл үзэгдэл, тэнцүү, 1-тэй тэнцүү. 27. а. 0.4; б. 0.8; в. 0.2.

28. 40 гурвалжин. 29. 0.6. 30. $P(A)=0.4, P(B)=0.6$. 32. 36 эгэл үзэгдэл, б. тэнцүү; в. $\frac{1}{9}$; г. $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}$. 33. 0.7. 34. нийцгүй, 0.2. 35. $a+b, 1-a-b$. 36. $P(8)=0.5$; 37. $P(A \cup B)=0.75$. 38. чадахгүй. 39. болохгүй. Жишээ нь: Шоо орхиход “тэгш тоогоор буух”, “3-аас их тоогоор буух” үзэгдлүүдийн магадлал 0.5 боловч эдгээр нь нийцтэй үзэгдлүүд юм. 40. $A=$ “10 бодлого зөв бодох”, $B=$ “10-аас олон бодлого зөв бодох” гэвэл $A \cup B=$ “9-өөс олон бодлого зөв бодох” үзэгдэл болно. A, B нь нийцгүй тул $P(10)=0.8-0.65=0.15$. 41. а. 0.496; б. 0.037. 42. а. 0.18, 0.77, 0.05; б. боломжгүй; в. туршилтын тоог ихэсгэх хэрэгтэй. 43. а. магадлал ойролцоогоор 0.05; б. ойролцоогоор 50 гологдол. 44. 3 эгэл үзэгдэл, магадлал нь 0.5. 45. нийцтэй. 46. нийцтэй. 47. болохгүй. 48. нийцтэй, $\frac{5}{6}$. 49. болно. 50. $\frac{1}{6}$, нийцгүй. 51. $P(A)=\frac{5}{6}, P(B)=0.5, P(C)=\frac{2}{3}$. 52. а. 16; б. 0; в. 1; г. 7 эгэл үзэгдэл, $\frac{7}{16}$. 53. $P(d)=0.15$. 54. 0.2. 55. $\frac{1}{27}$. 56. 7 эгэл үзэгдэл. 57. а. 36 эгэл үзэгдэл; б. тэнцүү; в. 11, магадлал нь $\frac{11}{36}$; г. $1-\frac{1}{36}=\frac{35}{36}$. 58. а. 52 эгэл үзэгдэл; б. тэнцүү; в. 16 эгэл үзэгдэл, магадлал нь $\frac{4}{13}$; г. цэцэг, дөрвөлжин, гил, магадлал нь 0.75. 59. 0.08. 60. 0.41. 61. а. $\frac{1}{3}$; б. $\frac{2}{15}$, буруу; в. $1-\frac{1}{3}-\frac{2}{15}=\frac{8}{15}$.

62. $\frac{11}{32}$. 63. Үзэгдлүүдийн магадлалын нийлбэрээс 0.2-г хасна. 64. 0.52.

IV бүлэг. 7. б. $16a^4b^4$; г. $49y^6$; е. $\frac{1}{81}m^8n^{12}$; з. $0.16a^6b^4$. 8. б. $(2x)^4$; в. $(5ab)^2$; г. $(9x^2y)^2$; е. $(3ab^5)^3$; ж. $(\frac{1}{5}x^3y^4)^3$;

з. $(-0.3xy^5)^3$. 9. б. $8x^{17}y^{17}$; г. $-\frac{1}{9}x^5y^{14}$. 10. б. b^2 ; г. $\frac{4}{ab}$. 11. б. a^2 ; г. $-m^3+3n^2-m$. 12. б. $2x^2+5x, 6x^2-x$.

13. б. $5a^2b+5ab^2$; г. $m^2-3.7$; е. $-x^2-\frac{7}{5}x$; з. $-\frac{9}{2}y^3+\frac{5}{2}y$. 14. б. $-14ac+21bc+35c^2$; г. $-2b+c-\frac{2}{3}a$; е. $\frac{3}{2}m^3n^3-2m^2n^2+8mn^3$;

з. $14b^5+2b^4-4b^3$. 15. а. $3xy, 4x+4y, 6.5x^2, 12x$. 16. а. $3x^3+5x^2$; б. $24x^3-16x^2$. 17. б. $5a^2$; г. $34y^2-34y$;

е. $-2x^2+2y^2$. 18. а. 22; б. 630; в. -5; г. 1300; д. 460; е. 9900; ж. 21. 19. б. $x(a-8)$; г. $5(a+3b)$; е. $5a(2b-c)$;

з. $y^3(1-y)$; к. $3y^4(3y^2-2)$; м. $9xy^2(x-2)$. 22. б. $-x^4(1+3x^3+2x)$; г. $4a^2(2a^2b^2-3b^3+1)$; е. $4x^2y^2(2x^2-3y+1)$.

23. б. $(3-b)(a+2)$; г. $(2-m)(3m-5)$; е. $(c-1)(2c+3)$. 24. а. $a^2+5a-24$; в. $x^2-3xy-10y^2$; е. $x^2-7xy+12y^2$.

25. б. x^5+6x^3+5x ; г. $16m^2-24mn+9m^2$; е. v^3+5v^2-24v ; ж. $r^6-4r^7-12r^8$. 26. б. m^3+5m^2+2m+8 ; г. t^3-7t^2+9t-2 ;

е. $2d^3+11d^2+d+42$; з. $-30v^3+14v^2+53v-36$. 27. а. $8x+84$; б. $4x^2+84x+440$; в. 840. 28. а. ижил тэмдэгтэй тоонууд; б. эсрэг тэмдэгтэй тоонууд. 29. $x+2$ ба x^2+1 . 30. б. $m^5-3m^4+2m^3-6m^2$; г. n^3+12m^2 ;

е. $d^4+4d^3-13d^2-4d+12$. 31. б. 12. 33. б. $4a^2-25$; г. x^2-100 ; е. $16d^2-9e^2$; з. $9a^2-\frac{4}{9}b^4$. 34. x^2-81 .

35. б. $25g^2-4h^2$; г. $9t^2-r^6$; е. x^4-81 . 37. а. $d^2+8d+16$; в. $36p^2-60p+25$; д. $4x^2-x+\frac{1}{16}$; ж. $\frac{1}{9}p^2+pq+\frac{9}{4}q^2$;

и. $4a^2+4ab+b^2$; л. $4m^4-20m^2n+25n^2$. 38. б. $-3n^2+6n-3$; д. $x^2+y^2+z^2-2xy+2xz-2yz$; е. $2x^2-4x-4$.

40. 64. 42. а. $(a+b)(3+c)$; б. $(m+n)(2+k)$; д. $(b-c)(3+a)$. 43. б. $(x-y)(3-2a)$; г. $(x-y)(2y-3)$; е. $(2b-a)(4b-9)$;

з. $(m^2-2n)(6m+n)$; к. $(m^2-n)(m+n)$; л. $(y-z)(x-y)$; м. $(4y-7)(y-4)$. 44. а. cb , б. $b, v, 2, г. 2$.

45. б. $(z+3)(z+7)$; г. $(s+5)(s+6)$; е. $(x-11)(x-2)$; з. $(k-6)(k-4)$; к. $(j+7)(j-6)$; м. $(z+9)(z-2)$.

46. б. $4(k+3)(k+4)$; г. $3(x-1)(x+2)$; е. $7(b-5)(b-4)$; з. $2a(a+3)(a-5)$. 47. б. $(r+3s)(r+4s)$;

г. $(a-2b)(a+13b)$. 48. б. $(4m+1)(2m+7)$; г. $(2w-5)(5w-3)$; е. $(2z-1)(2z+3)$; з. $3(2v-3)(3v+2)$;

к. $(2x-5)(x-1)$; м. $(x-5)(4x+1)$. 49. б. $(1-m)(5m-1)$; г. $(3-t)(3t-2)$; е. $(4c+1)(5-c)$; з. $(5w+7)(4-3w)$.

50. а. $7x-3$; б. $25m, 225m^2$. 51. $\pm 9, \pm 12, \pm 21$. 52. б. $(7b-6a)(a-2b)$; г. $3m(3m-n)(2m+5)$.

53. б. $(x^2+3)(x^2+5)$; г. $x(x+9)(x^5-1)$; е. $(a+b)(a+b+2)$. 54. б. $(2a-7b)(2a+7b)$; е. $(0.1x+1.2k)(0.1x-1.2k)$;

ж. $2w(9w^2+1)$; з. $(2e-\frac{3}{8})(2e+\frac{3}{8})$; м. $2x^2(y-6)(y+6)$. 56. б. $x^2(3a-4b)(3a+4b)$; г. $(bc-0.2a)(bc+0.2a)$;

е. $(x-10)(x+8)$; з. $(3b-5)(7b+5)$; к. $(4x-y)(6x+y)$; м. $(2x-3)(4x-1)$. 57. б. $c^2(c-2)(c+2)$;

г. $5(5m^2-2n^2)(5m^2+2n^2)$; е. $4m(x^2-6y^2)(x^2+6y^2)$; з. $6ay(6x-y^2)(6x+y^2)$, з. $6ay(6x-y^2)(6x+y^2)$.

60. б. $(2x-5)^2$; г. $(1-a)^2$; е. $(y+7)^2$; з. $(x-14)^2$; к. $(y+\frac{1}{4})^2$; м. $(w-1\frac{1}{6})^2$. 61. а. $d+4$; б. $4(d+4)$. 62. б. $(p+4q)^2$;

г. $(2p+5q)^2$; е. $(3n-4m)^2$; з. $(n-6m)^2$; к. $(4a+3b)^2$; м. $(4a+b^3)^2$. 64. б. $8(k+5)^2$; г. $3(9m-2)^2$; е. $3d(2-5d)(d-1)$;

з. $5a^2(a-4)^2$. 66. б. $(h+4)(h-5)(h+5)$; г. $(2b-a)(2b-3)(2b+3)$. 67. б. a ; г. -1; е. $-4a^2$;

з. $\frac{2(a-1)}{2+a}$. 68. б. $\frac{4}{a-4}$; г. $-\frac{1}{a+1}$; е. $\frac{1-a}{1+a}$; з. $\frac{a^2+b^2}{b}$. 69. б. $\frac{2z^3-2z}{6z^2}$; г. $\frac{3y^2+2y-1}{(y+1)^2}$; е. $\frac{3m^2-m-4}{6m^2-8m}$;

з. $\frac{3x+9}{x^2+5x+6}$. 70. б. $\frac{4a}{7}$; г. $\frac{3m+1}{3n}$; е. 2; з. $p+1$; к. 3; м. $\frac{3}{m+2}$. 71. б. $\frac{a}{2}$; г. $\frac{11y}{15x}$; е. $\frac{16n}{3}$; з. $\frac{2-3b^2}{2b^3}$.

72. б. $\frac{y-3}{y-9}$; г. $\frac{5}{x-6}$. 73. в. ХБЕХ = $(x+2)(x+3)(x-6)$, ХИЕХ = $x+2$. 74. б. $\frac{a(d-a)}{d(d-x)}$; г. $\frac{-4m-3}{4m^2-1}$; е. 1.

75. а. 4.2км/ц; б. 10цаг; в. 13км. 76. 12цаг. 77. 12, 18. 78. 40. 79. б. $x=5$; г. $x=2$; е. $x=5$; з. $x=-2$;

к. $x=3$; м. $x=5$. 80. а. 20км/ц, 30км/ц; б. 1цаг; в. 75км; г. 1.(6)цаг, 2.5цаг. 81. б. $p=-9$; г. $n=3$; е. $n=-18$;

3. $g=0.25$. 84. $d=8$. 85. б. $c=b-a$; г. $h=\frac{3k+9}{2}$; е. $a=\frac{2s+b}{3}$. 86. б. $\frac{b-a}{2}$; г. $k+3$; е. $\frac{s+10y}{5}$; з. $\frac{y}{f-g}$.
87. б. $b=\frac{2S}{h}-a$. 89. б. $x=2$; г. $y=1$. 91. б. мөн; г. биш. 96. а. $x=5, y=1$; б. $x=3, y=3$; г. $x=-2, y=-5$; е. $x=4, y=-1$; з. $x=-2, y=-5$. 97. б. 25, 16; г. 14, 21. 98. б. $x=-4, y=3$; г. Шийдгүй; д. Төгсгөлгүй олон шийдтэй; е. Төгсгөлгүй олон шийдтэй. 99. б. 21, 12. 101. 46, 40. 102. 48. 106. б. үнэн.
110. б. г. е. зөв. 112. б. $x \in]-7, \infty[$; г. $x \in]-\infty, -2\frac{3}{5}]$. 114. б. $x \in]-\infty, 6[$; г. $x \in]-\infty, 1.5[$; е. $]-\infty, 4\frac{2}{3}[$; з. $x \in]-6, \infty[$.
116. б. $x > 7$; г. $x \geq 5$; е. $x \geq 2$. 117. 11. 118. б. $x \in]-\infty, 2[$; г. $x \in]-\infty, -3[$; е. $x \in]-\infty, 4[$; з. $x \in]-\infty, -10[$; к. $x \in]-\infty, -2\frac{2}{9}[$; м. $x \in]-\infty, 8.4[$. 119. $x \leq 83$. 120. б. $x > 0$ ба $x < 3$; г. $y \leq 2$. 121. б. $x \in]4, 8[$; г. $x \in]12, 13[$; е. $x \in]-7, -4[$; з. $x \in]-3, -2[$; к. $x \in]0, 3[$. 122. б. $3 < x \leq 6$; в. $-8 \leq x \leq -3$; г. $0 < x < 5$; д. $-1 < x < 9$; е. $-3 \leq x < -2$.
123. б. $4 < t + 1 \leq 8$; в. $15 < 5t \leq 35$; г. $2 < \frac{2}{3}t \leq 4\frac{2}{3}$; д. $4 < 3t - 5 \leq 16$. 125. б. $x \in]2, 4[$; г. $x \in]1, 2[$; е. $x \in]-1, 4[$; з. $x \in]-3\frac{1}{3}, -1\frac{1}{3}]$. 126. 2 ба 3. 129. 98. 130. б. $9x^9$; г. x^6 ; е. c^2 ; з. а. 131. б. $-8a^6b^3c^3$; г. $9x^5y^3$. 132. б. $-a^{10}b^8$; г. $2x^3y^5z^4$. 133. б. $M=3xy^2$. 134. б. $-x^3+4x^2+4xy, -x^3-4x^2-4y^2$. 135. б. $-8y^2+4y$; г. $3x^2-4x-8$; е. $10r^3+17r^2-6$. 136. б. $2n^3(3m^2n^2+6m^5-1)$. 137. б. $6m^2-7m+2$; г. $-4c^2+12bc-9b^2$; е. $y^3+6y^2+13y+8$. 138. б. $25n^2+20mn+4m^2$; г. $x^4-4x^2y+4y^2$; е. $\frac{4}{25}z^2-4z+25$; з. $1-\frac{5}{4}v+\frac{25}{64}v^2$; к. $12x^2-4y^2$. 139. б. $(x-y)(c+b)$; г. $(x-5)(x+4)$; е. $(x-10)(x+3)$; з. $(x-7y)(x+5y)$. 140. б. $(3-a)(a-3)$; г. $-(x+5)(x+5)$. 141. б. $x-y$; г. $\frac{4x-3}{x(x^2-1)}$. 142. б. 2; г. шийдгүй. 143. б. $x=1$; в. $d=-3$; г. $c=1$; е. $x=8\frac{3}{5}$; з. $x=1\frac{1}{18}$. 144. 2000₮, 8000₮. 145. 10, 26. 146. б. $x=2, y=1$; г. $x=-35, y=-66$; б. $x=12, y=-8$; е. Төгсгөлгүй олон шийдтэй. 147. б. $x \in]-\infty, -10[$; г. $x \in]-2, \infty[$; е. шийдгүй; з. $x \in]-\infty, -12[$.
148. а. $x \in]\pi, 4[$; б. $x \in]0, 2[$. 149. 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28. 150. 10, 17, 24. 151. 18, 19, 20, 21, 22. 152. а. $x \in (3, 5]$; б. $x \in]-3, 4[$; в. $x \in]6, 9[$; г. $x \in]0, 3[$; д. $x \in]-1, 2[$; е. $x \in]-3, -2[$. 153. 8. 154. 4
- В бүлэг.** 4. б. n^2+n ; г. n^2+2n ; е. n^2+1 . 5. 45, 73, 118. 6. в. 2^{n+1} . 7. б. n^2 , в. $2n(n+1)$. 8. $(2n+1)^2$. 9. д. n^2 ; е. $4n$. 11. б. 5 дахин ихсэх, 12500, 62500; г. 46, 74; е. 2 дахин багасах, $\frac{1}{32}, \frac{1}{64}$. 13. б. 13; г. 3.1; е. -1.7 ; з. $-\frac{5}{3}$. 14. б. буурна, 6, 5, 4, ...; г. өснө, $-72, -44, -16, \dots$; е. өснө, $1, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots$; з. арифметик прогресс биш, 12, 6, 4, 3, 2.4; к. өснө, $-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}, 2, 2\frac{3}{4}$; м. тогтмол дараалал. 15. б. $a_n=2+5n, 102$; г. $a_n=93-7n, -47$; е. $a_n=\frac{3}{4}n-2\frac{3}{4}, 12\frac{1}{4}$; з. $a_n=12.6+0.9n, 30.6$; и. $a_n=0.8n-3.8, 12.2$. 16. б. $a_n=4n-10$; г. $a_n=10-3n$; е. $a_n=6.5-1.5n$. 17. 7, 11, 15, 19, 23. 18. $a_n=4n-3, 37, 221$ -р дүрс. 19. б. $a_n=9n-5$; г. $a_n=41-7n$; е. $a_n=22-5n$; з. $a_n=4.2+0.4n$. 20. $a_7=-3x, a_n=(3-n)x$. 21. б. 3; г. 1.5. 22. б. 9, 15; г. 10, 22. 23. 46, 57, 68. 24. 16. 25. $x=1, a_n=3n$. 28. а. $S(t)=30t$; в. 75км, 105км, $\frac{1}{3}$ цаг, $\frac{1}{5}$ цаг. 29. б. $y=\frac{1}{2}x$. 30. б. зургийн шулуун функцгийн график болохгүй. 31. б. (4, 17); г. (0.8, 3.6); е. (1, 5). 32. а. $y=5, x=2$, тийм. 34. г. (0, -1), $(-\frac{1}{7}, 0)$; е. $(\frac{2}{3}, 0), (0, -\frac{1}{2})$; з. $(0, -\frac{2}{3})$; к. (3, 0), (0, -3); м. $(-\frac{1}{5}, 0), (0, 1)$. 35. б. тийм. 36. б. $m=1$. 37. б. (18, -6). 38. в. 2 цаг, г. I баг 16км, II баг 24км, д. I - 3 ц 45 мин, II - 2 ц 30 мин. 42. б. 0; г. -8; е. 11; з. 2. 43. б. $y=5$; в. $y=-3\frac{2}{3}$. 45. б. $y=-x+4, k=-1, b=4$; г. $y=-2x+2, k=-2, b=2$; д. $y=-2, k=0, b=-2$. 46. б. $-\frac{4}{5}, 2$; г. -1, 0; е. 2, 5; з. 1, 4; к. $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$; м. $\frac{2}{3}, -8$. 47. б. $y=2x+6$; г. $y=\frac{1}{2}x-8$. 48. а. Ямагт үнэн; б. Ох-тэй огтлолцох цэгийн абсцисс ба Оу-тэй огтлолцох цэгийн ординат нь эсрэг тэмдэгтэй тохиолдолд үнэн байна; в. Ямагт үнэн.
51. а. Хязгааргүй олон шийдтэй, б. шийдгүй. 54. а. $\begin{cases} y=x-0.3 \\ y=-x+3.3 \end{cases}, x=1.8, y=1.5$; б. $\begin{cases} y=5-x \\ y=-2x+6 \end{cases}, x=1.6, y=1.3$. 55. а. $y=50000n+250000, y=65000n+200000$, в. 3 дахь жилдээ. 56. 1кг алим 4000₮, 1кг жүрж 12000₮. 57. б. $x=-2\frac{2}{3}, y=2\frac{1}{3}$. 59. б. $y=\frac{45}{x}$; г. $y=\frac{21}{x}$. 60. б. $x=4$; г. $y=2$. 66. $t=k$ үед $\frac{d}{v}=k^2$ байна. 67. б. $k=-3$. 71. б. оршино; г. оршихгүй. 73. б. оршихгүй; г. оршихгүй. 74. Параболын салаа 3 дахин хумигдсан байна. 76. а. $S=2x^2$; б. 18; в. 6. 77. а. $S(t)=5t^2$. 79. б. $a=-5$. 81. 1м, 4м. 82. б. 23, 27; г. -4, -1; е. 6.(6), 8; з. -96, 192; к. 29, 47. 83. б. $8n-3$; г. $25-5n$; е. $6n+3$. 85. б. 3, 11, $11n-8$. 86. а. 143, 195, б. $(2n+1)(2n+3)$, в. үгүй, г. 49-дүгээр гишүүн. 88. в. 31. 89. $n \geq 4$ үед $a_n=a_{n-2}+a_{n-3}$. 91. д. $k=3, b=-9$, е. $k=3, b=4$, ж. $k=1, b=-2.1$, з. $k=1, b=6$, и. $k=\frac{2}{3}, b=-\frac{1}{3}$, к. $k=\frac{1}{2}, b=-2$, л. $k=3, b=-12$; 92. б. $y=-2.5x+8.5$; г. $y=0.5x-8$. 93. 9. 96. а. $V=150t$

VI бүлэг. 4. б. 108° , в. 120° , г. 128.6° , д. 135° . 5. б. 10, в. 9, г. 8. 6. б. 110° , в. 125° , г. 134° .
 7. 160° , 76° , 114° , 190° , 60° , 100° , 200° . 8. 75° , 90° , 121° , 130° , 242° , 60° , 242° , 120° ; 10. б. 10, г. 8.
 13. а. 30° , б. $x = 85^\circ$, $y = 55^\circ$ в. $x = 70^\circ$, $y = 25^\circ$, г. 105° . 14. 160° , 150° , 150° , 140° , 140° , 115° , 125° , 158° ,
 122° . 15. 135° , 140° , 140° , 56° , 150° , 84° , 150° , 224° , 165° , 196° . 16. 30° , 60° , 60° , 60° , 30° , 120° эсвэл
 30° , 60° , 90° , 90° , 30° , 60° . 19. 90° . 23. Хурц өнцгөө байгуулна. Нэг талтай нь параллел, катетын
 урттай тэнцүү зайд орших шулуун байгуулна. Энэхүү шулуун өнцгийн нөгөө талтай огтлолцох цэгээс
 өнцгийн талд перпендикуляр буулгана. 25. б. $\sqrt{28}$ см, в. $\sqrt{51}$ см, г. $\sqrt{72}$ см. 26. б, в, д, ж болно. 27. б. $\sqrt{52}$
 г. $\sqrt{114}$. 28. б. $\sqrt{108}$, г. $\sqrt{40}$; 29. б. $x = \frac{29}{8}$, $y = \frac{\sqrt{1463}}{8}$, в. $x = 5$, $y = \sqrt{105} - 3$, г. $x = \sqrt{128}$, $y = 3$, е. $x = \sqrt{63}$.
 30. $x = 7$. 31. а. 15см, б. $\sqrt{50}$ см. 32. $\sqrt{5}$ см. 33. 47.1 см. 34. $\sqrt{769}$ м. 35. 8м. 36. $40\sqrt{7}$ м. 37. а. $5\sqrt{5}$ м, в. $20\sqrt{101}$ м.
 38. Б онгоц. 39. $10\sqrt{20}$ м. 41. $AE = 18$. 42. а. 16 см, б. 37 мм, в. 10 м. 43. а. $2\sqrt{3}$ см. 44. Гурвалжны төсөө
 ашигла. 52. 1. 53. а. байнга огтлолцох албагүй, б. хөвч нь диаметр үед огтлолцохгүй. 54. 35° , 110° , 35° .
 55. Заавар: Цэгээс татсан 2 шүргэгч тэнцүү урттай гэдгийг ашиглан хоёр гурвалжны талыг илэрхийлэх, O
 цэгийг орой бүргэй холбосон 3 гурвалжны талбайг олно. 63. в. 90° , г. 120° , д. 80° , е. 100° . 65. 85° эсвэл 95° .
 66. $\angle AOB = 190^\circ$, $\angle AMB = 95^\circ$ эсвэл $\angle AMB = 85^\circ$. 68. $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 10^\circ$; 69. б. $\angle AOB$, в. 180° ,
 г. 180° ; 70. б. 60° , в. 20° , г. 20° , е. 40° , ж. 20° , з. 14° . 80. ромбо, 120° , 60° . 87. а. $x = 74^\circ$, б. $x = 61^\circ$, в. $x = 44^\circ$,
 г. $x = 14^\circ$, $y = 58^\circ$, д. $x = 65^\circ$, $y = 10^\circ$, е. $x = 8^\circ$, $y = 10^\circ$. 88. б. 35° , г. 20° , е. 120° . 94. а. төсөөтэй, б. төсөөтэй биш.
 95. төсөөтэй биш. 96. 15, 10, 10. 98. 117° , 133° , 169° , 95° , 78° , 152° , 156° . 99. а. 12, б. 10, в. 9, г. 8.
 100. а. 70° , б. $x = 55^\circ$, $y = 25^\circ$, $z = 100^\circ$, в. 120° . 101. Дотоод өнцгүүд: 105° , 165° , 120° , 150° , 112.5° , 202.5° , 135° , 90° .
 103. $12(2\sqrt{2} + 1)$. 104. а. $2\sqrt{2}$ см, б. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ см. 105. а, б. 106. $P = 24 + 18\sqrt{2}$, $S = 108$. 107. $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$
 109. б. 310° , в. 132° , г. 194° . 110. б. $x = y = 39^\circ$, в. 50° , д. 214° . 111. а. 10° , б. 70° , в. 54° . 112. $\angle AMB = 105^\circ$
 эсвэл $\angle AMB = 105^\circ$. 118. б. 140° , в. 164° .

VII бүлэг. 3. а, в, д багасна; б, г, е томорно. 7. б. $k = \frac{5}{3}$, $x = \frac{50}{3}$; в. $k = 0.4$, $x = 5$. 9. б. 2 ба 0.5,
 10. б. $(-3, 3)$, $(-3, -6)$, $(6, -6)$; в. $(-3, 2)$, $(1, 2)$, $(1, -4)$. 11. б. $G'(-0.5, -0.5)$, $H'(-0.5, 1.5)$, $J'(0.5, 1.5)$;
 в. $Q'(-1, 0)$, $R'(-1, 2)$, $T'(\frac{4}{3}, 2)$, $U'(\frac{4}{3}, 0)$. 12. в. $V(-10, -10)$, $W(-10, 15)$, $X(25, 13)$, $Y(25, -10)$. 14. $A'(4, 4)$,
 $B'(4, 12)$, $C'(10, 4)$. 15. Чийдэн хана хоёрын дунд байхад 2 дахин, чийдэнгээс гар хүрэх зай ба гараас хана
 хүрэх зайн харьцаа 1:2 байхад 3 дахин том байна. 20. а. $\frac{32}{3}$, б. 12, в. $\frac{9}{4}$. 21. а. 9, б. $\frac{20}{3}$, в. $\frac{49}{3}$. 24. к. 25. 2.
 26. 16. 27. 60см. 28. 14м. 30. а. 36.25; б. ≈ 320 м. 32. б. $4\sqrt{3}$, и. 12. 36. а. $\sqrt{12}$, б. $\frac{16}{3}$, в. $\sqrt{20}$, г. $x = \frac{\sqrt{656}}{5}$,
 $y = 3.2$, $z = \sqrt{41}$. 39. $TO = 4$ см, $OF = 6$ см. 43. $w = 3$, $x = -3$, $y = 1$, $z = 0$. (6). 45. а. $A'(5, 3)$, $B'(1, 2)$, $C'(4, 1)$, б. $A''(1, -1)$,
 $B''(5, 0)$, $C'' = C$. 47. а. $(1, 0)$, б. $(2, 4)$. 48. а. A цэгийг Ox тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргаж A' гэе.
 A' ба B цэгийг холбосон шулууны Ox тэнхлэгтэй огтлолцох цэг нь бидний эрж буй цэг болно. $(5, 0)$,
 б. $(9, 0)$. 51. б. $(-2, -6)$. 52. б. худал, г. үнэн. 53. $A(2, 1)$, $B(3, -1)$, $C(4, -1)$. 54. $(1, 1)$. 55. $(14, 0)$. 61. $x = 90^\circ$.
 63. 2. 66. б. 13, г. 17, е. $\sqrt{109}$. 68. $(-4, -3)$, $(-4, 3)$, $(4, -3)$, $(4, 3)$. 69. $(4, -4)$, $\sqrt{193}$. 71. $P = 2\sqrt{13} + 10 + 10\sqrt{2}$.
 72. б. $5 + \sqrt{34} + \sqrt{29}$, г. $16\sqrt{2}$. 73. б. 9, г. 24. 75. 0.5. 78. 4. 79. 1. 88. а. 10, б. 10. 97. 16см. 99. а. 110° , б. 040° ,
 в. 105° , г. 060° , д. 245° . 101. 315° . 103. 166° . 104. 340° . 105. а. 030° , б. 120° , в. 045° . 106. 472км. 109. а. ≈ 215 м,
 б. $\approx 248.2^\circ$. 110. 322.5° , 52м. 113. б. 6, в. 16. 114. а. 2.75, б. 7.2. 115. а. 8, б. 5. 116. а. $x = 5$, $y = 5\sqrt{2}$,
 б. $x = 5$, $y = \sqrt{29}$. 118. $80\sqrt{3}$. 119. Квадратын талыг 1 нэгж гэвэл $(0.5, 0.5)$ чиглэлийн параллель зөөлт.
 120. а. $y = -x + 1$, в. $y = -x + 4$. 121. а. $y = 2x^2$, в. $y = 0.5x^2$. 122. б. 5, г. $\sqrt{53}$, е. $\sqrt{106}$. 123. б. 16, в. $10 + 2\sqrt{5}$.
 124. $(0, 4)$. 126. $x = -0.5$, $x = -1.5$. 128. 650км. 129. 68м. 130. б. $(a', b') = (10 - a, b)$, $(a', b') = (a, -4 - b)$

VIII бүлэг. 3. а. $x = 15.5$, б. 12.5 , 19.5 . 5. Заавар: Тэгш өнцөгт болгон гүйцээ. 6. а. 10см, 10см, 15см,
 б. 12м, 12м, 2м, в. 10дм, 10дм. 7. 8, 10, эсвэл 9, 9. 8. 15; 10. а. 8, б. 15. 11. 27см^2 . 12. а. 207см^2 , б. 172.5см^2 ,
 в. 23м^2 . 13. 255м^2 . 14. 2м. 15. $70\text{мм} = 0.07\text{м}$. 16. 22.5см^2 . 17. 7×5 тэгш өнцөгтийн тал бүрийг 7 тэнцүү
 хуваавал олох гурвалжны катетууд $2\frac{10}{7}$ болно. $S = 2 \times \frac{10}{7} \div 2 = \frac{10}{7}$. 20. 72км/ц, 108км/ц. 21. 8км/с.
 23. 20 цаг 01 мин. 24. 9 цаг 41 мин. 25. 7 цаг 15 мин. 26. 403км. 28. а. 40км, в. 20км/ц. 30. а. 35м ба 25м,
 б. 7 цаг ба 6 цаг, г. 2 цаг ба 4 цаг, е. хоёрдугаар бие. 33. г. 8.25 жил. 35. б. 34618.5, г. 0.01, е. 452.16, з.
 28.26. 39. б. 46.97см, 115.95см^2 , 10.66см , 6.41см^2 , $е. 96.56\text{см}$, 361.64см^2 , $з. 15.71\text{см}$, 15.53см^2 .
 41. а. 251.3см, б. 398 удаа. 42. 0.5м^2 . 43. 6.28. 44. б. 177.46см^2 , г. 549.78м^2 , е. 4.56см^2 . 45. а. 84.78см^2 ,
 б. 23.22см^2 . 46. 179см, 1071см^2 . 47. 36. 49. б. 37.45см^2 . 51. а. 173.6м^2 , б. 191.84см^2 , в. 76.4м^2 . 52. 14см.
 53. 25277см^2 . 54. б. 758.8см^2 , г. 36.4см^2 . 56. в. 1896см^2 , г. 888см^2 . 57. а. 391.2см^2 , б. 140.8см^2 , в. 286.6м^2 .
 58. 12. 60. $S = 339.29$, $V = 424.12$. 62. б. $r = 16$, г. $r = 9$. 64. 58.9см^3 . 66. 5см. 67. 4см. 68. 720см^2 . 69.
 а. 625см^2 , б. 125см^2 , в. 8.5см, г. 4 дахин багасна. 70. 9м^3 . 71. а. 1.2см^3 , б. 1875см^3 . 72. $V = 14973.88\text{см}^3$;

$S=4380\text{см}^2$. 77. 750000гөг. 78. 1. 79. б. 68.6м^2 , в. 234м^2 . 81. в. $QV=9$, $VU=5.4$, $UT=9.6$. 82. 3 см. 83. а. 20м, б. 34м. 84. 2, 3, 2. 85. а. 480.5, б. 264. 86. 108. 88. 10.5, 9.5, 7.5, 6.5. 90. 9 цаг 55 мин. 91. б. 50км/ц, в. 14-өөс 15 цаг, 16-аас 18 цагийн хооронд. 94. 56.52см; 95. а. 13.76дм^2 , б. 13.76дм^2 , в. 27.52дм^2 ; 96. 7. 98. а. хажуу гадаргуугийн талбай 2 дахин ихсэж, суурийн талбай өөрчлөгдөхгүй. 99. $h=\frac{40}{9}$ см. 102. а. 36, б. 64.

IX бүлэг. 2, 3, 4. хоёрдогч. 5. хоёрдогч, а. 50, б. 5. 9. а. Зурагт үздэг хугацааг тохиромжтой завсруудад хувааж санал асуулга авна. 10. б. чадна, г. Зөвхөн хүссэн хүн хариулах тул санамсаргүй түүвэр болж чадахгүй. 11. а. Түүврийн хэмжээ бага, шинжлэх ухааны үндэслэл бага. б. Түүврийн хэмжээ ихэсгэх, зүрхний шигдээс болох бусад эрсдэлт хүчин зүйлстэй харьцуулах. 21. а. 60.8. 22. а. 32. 23. а. 50.6. 24. а. 17.7. 30. 10. 32. 3| гэсэн мөр орхигдсон байна. 33. Утгууд 0-9 завсарт их нягтралтай байна. 35. б. Утгууд 30-53 завсарт их нягтралтай байна. 39. а. Иш-навчийн диаграмм, б. Дугуй диаграмм, в. Гистограмм, г. Шугаман диаграмм. 42. Жишээ нь: баганын өндрүүд тодорхойлогдох боломжгүй. 43. Шугаман диаграмм. 50. 172.14. 51. Дундаж нь 18(моод). 52. 300000(медиан) 55. $x=7$. 56. 9-ийг 1-ээр сольсон. 57. 14. 58. Дунджаар 1-р салаа 5, 2-р салаа 6, 3-р салаа 4 оноо. 59. 2.4. 61. а. 50, б. 25%, в. 15цаг, г. Чадна. 63. Бусад дундажтай харьцуулж шалга. 66. Жишээ нь: А бүлгийн 1 сурагч шалгалтад тэнцээгүй, А бүлгийн шалгалтад тэнцсэн сурагчдын дундаж оноо Б бүлгээс өндөр гэх мэт. 72. Улаан 2, улбар шар 4, шар 8, ногоон 9. 76. Охид дунджаар 20-оор олон зурвас бичдэг. 82. $a=12$, $b=7$, $c=6$, $d=5$, $e=4$, $f=8$. 90. а. В бүлэг, б. А бүлэг

Өөрийгөө сорих

1. а. $-\frac{9}{10}$, б. $\frac{9}{20}$, в. $-\frac{129}{500}$, г. $-\frac{39}{250}$. 2. а. $\frac{1}{9}$, б. $1\frac{2}{9}$, в. $2\frac{1}{3}$, г. $3\frac{5}{11}$. 3. Г, Д, В, Б, А, Е. 4. -0.4, -0.(4). 5. $6.365 \leq a < 6.375$. 6. б, г, е. 7. а. 240.5×10^7 , б. $0.0000012 = 12 \times 10^{-7}$. 8. а. -3, б. 1, в. -2.6, г. $\frac{4}{9}$. 9. а. 0.2, б. -0.4, в. $1\frac{1}{11}$, г. $1\frac{1}{4}$. 10. а. 10000, б. 10000, в. 5, г. 6. 11. а. -18, б. $42\frac{2}{3}$, в. -56, г. -2.
1. а. $1\frac{3}{20}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$, $1\frac{1}{200}$, б. 45%, 580%, 1%, $66\frac{2}{3}\%$. 2. 1050г. 3. 10.25%. 4. а. 7.2 км, б. 5.4 см. 5. 100000₮, 110000₮, 90000₮. 6. а. 5 цаг, б. 1.25 дахин ихэсгэнэ. 7. а. 16 өдөр, б. 4 хүн.
1. Нийцтэй. 2. а. 0.4, б. Жишээ нь “хөлбөмбөг эсвэл теннисээр хичээллэдэг байх”. 3. а. 4, б. тэнцүү, в. 2, 0.5, г. 3, 0.75, 0.25. 4. $P(\Gamma)=0.35$, $P(\{a, b\})=0.47$, $P(\{a, b, \Gamma\})=0.68$. 5. 0.55. 6. $\frac{17}{45}$, “Бичиглэлд нь 5 ба 7 цифрийн аль нь ч оролцоогүй тоо”, $\frac{28}{45}$. 7. а. 11, б. 0.55. 8. 0.024.
1. а. $8x$, б. $-2a^2$, в. $3x^2-x^3$, г. a^2-3a^3 , д. $5x^2$, е. $-8x^2$. 2. а. $4a(2b-c)$, б. $3y(x+2a)$, в. $x^2(x+1)$, г. $y^3(1-y)$. 3. а. $16c^2-d^2$, б. $16c^2-8cd+d^2$, в. $16c^2+8cd+d^2$, г. $16c^2+4cd-2d^2$. 4. а. $(x-y)(x+6)$, б. $10(y-9)(y+9)$, в. $(a^2+9)(a-2)$, г. $x(x-5)^2$, д. $(7a-2b)(7a+2b)$, е. $x(4+x)^2$. 5. а. $24.5ab^5$, б. $\frac{x-2}{x-5}$. 6. а. $\frac{5}{4a}$, б. $\frac{x-4}{x}$. 7. а. 0.5, б. 0.75. 8. а. $x=\frac{y+3}{5}$, $x=0.8$, б. $w=\frac{p+7}{2}$, $w=9$, в. $x=\frac{r}{3}+\frac{y}{6}$, $x=4.5$, г. $n=\frac{3m+k}{2}$, $n=10$. 9. а. $x=3$, $y=4$, б. $x=-1.6$, $y=-2.4$. 10. 40.5, 25.5. 11. а. $x \in]5.6, \infty[$, б. $x \in]-\infty, -1.2]$, в. $x \in [-6.6, \infty[$, г. $x \in]-\infty, 9.1[$. 12. а. $x \geq 4$, б. $x > 1.2$, в. $x \geq -1.2$, г. $x > -2.8$.
1. а. 47, 59, 61, б. 67, 56, 45, в. -17, -4, 9, г. -64, -86, -108. 2. а. 4, 1, -2, -5, -8; б. 62, 37, 12, -13, -38; в. $-\frac{2}{15}$, $-\frac{11}{15}$, $-1\frac{1}{3}$, $-1\frac{14}{15}$, $-2\frac{8}{15}$. 3. а. $d=-26$, буурна. б. $d=5.5$, өснө. в. $d=-5$, буурна. 4. а. $y=\frac{6+3x}{2}$, б. $y=\frac{8x+9}{5}$, в. $y=-x-4.2$. 5. а. $y=x-3$, б. $y=-0.4x-2$, в. $y=-2.5x-1$. 6. а. 7. а. $x=1$, $y=1$; б. $x=11$, $y=1$; в. $x=5$, $y=22$. 8. а. $y=-3$, $x=6$, оршихгүй; б. $y=-2$, $x=1$, оршихгүй.
1. $n=9$, 1260° . 2. $n=16$. 4. а. 5. 6 ба 8. 6. $\angle B=120^\circ$, $\angle M=30^\circ$. 7. а. 115° , б. 65° . 9. а. $x=y=110^\circ$, $z=70^\circ$, б. $x=145^\circ$, $y=z=35^\circ$. 10. а ба г. 11. 0.3м ба 0.4м. 12. $\frac{3}{2\pi}$.
1. а. $k=5$, б. $k=3$, в. $k=3$. 2. $k=5$. 3. а ба е. 4. (-3, 3) чиглэлийн параллел зөөлт. 5. (0, -10) чиглэлийн параллел зөөлт. 6. (1, 1) цэгт төвтэй, цагийн зүүний дагуу (эсрэг) 90° эргүүлэлт. 7. а. 6.5, б. 5. 8. $\sqrt{50}$, $\sqrt{68}$, $\sqrt{18}$ тоонууд нь тэгш өнцөгт гурвалжны талууд болж чадна. 9. $\sqrt{221}$. 10. 38м.
1. $L=12\pi$, $S=36\pi$, $l=8\pi$, $s=16\pi$. 2. в. 3. а. $S=288$, $V=240$, б. $h=5$, $V=240$. 4. $h=2$, $S=\frac{9}{2\pi}+6$, $V=\frac{9}{2\pi}$. 5. а. 432км/ц, б. 0.5м/с, в. $22\frac{2}{9}$ м/с. 6. б. 1 цаг. 7. а. 15.36м^2 , б. 10м, в. $3\frac{1}{3}$. 8. 6.75π . 9. $\frac{3\pi}{50}$ см, $\frac{3\pi}{200}$ см, $\frac{\pi}{150}$ см.
1. в. 2. а. б. Нэг талыг барьсан. в. Хэт ерөнхий. 3. а. Шугаман, б. Баганан, в. Дугуй, г. Иш-навч. 4. б. [145,150[, [150,155] гэх мэт завсарт бүлэглэвэл $\mu=162.5$. 5. в, г. үнэн. 6. а. 9мм эсвэл 5-10мм, б. 15.5мм эсвэл 15-20мм, в. 9.