

Ж.Батболд, Д.Түвшинжаргал, Н.Баянбилэг, Т.Батчимэг  
Б.Равданжамц, Д.Даваасүрэн, Э.Чойсүрэн, Б.Эрдэнэсүвд  
Б.Энхболд, Н.Цогзолмаа, Н.Гэндэнсүрэн, Б.Ариунтунгалаг

# МАТЕМАТИК IX

Ерөнхий боловсролын 12 жилийн  
сургуулийн 9 дүгээр ангийн сурах бичиг

Боловсрол, Соёл, Шинжлэх Ухаан, Спортын Яамны  
зөвшөөрлөөр хэвлэв.

Гурав дахь хэвлэл

СУРГУУЛИЙН НОМЫН САНД ОЛГОВ.  
БОРЛУУЛАХЫГ ХОРИГЛОНО.

Улаанбаатар хот  
2019 он

DDC  
371.32  
M-294

Математик IX: Ерөнхий боловсролын 12 жилийн сургалттай сургуулийн 9 дүгээр ангийн сурах бичиг (Батболд Ж., ба бус; Ред. Мөнхжаргал Д. - УБ. 2016. -200 х)

Азийн Хөгжлийн Банкны “Эдийн засгийн хүндрэлийн үед боловсролын чанар, хүртээмжийг сайжруулах төсөл”-ийн хүрээнд хэвлүүлэв.

Энэхүү сурах бичиг нь “Монгол Улсын Зохиогчийн эрх болон түүнд хамаарах эрхийн тухай” хуулиар хамгаалагдсан бөгөөд Боловсрол, Соёл, Шинжлэх Ухаан, Спортын Яамнаас бичгээр авсан зөвшөөрлөөс бусад тохиолдолд цахим болон хэвлэмэл хэлбэрээр, бүтнээр эсхүл хэсэгчлэн хувилах, хэвлэх, аливаа хэлбэрээр мэдээллийн санд оруулахыг хориглоно.

Сурах бичгийн талаарх аливаа санал, хүсэлтээ [textbook@mecs.gov.mn](mailto:textbook@mecs.gov.mn) хаягаар ирүүлнэ үү.

© Боловсрол, Соёл, Шинжлэх Ухаан, Спортын Яам

ISBN 978-99962-74-37-4

## ГАРЧИГ

Сурах бичгийг хэрхэн ашиглах вэ? .....	5
Математикт хэрхэн суралцах вэ?.....	6
<b>I БҮЛЭГ. ТООН ОЛОНЛОГ, ЗЭРЭГ, ЯЗГУУР</b>	
Иррационал тоо .....	7
Квадрат язгуур агуулсан илэрхийлэл .....	12
Тооны стандарт хэлбэр .....	14
Тоог тоймлох .....	17
Давтах.....	21
Өөрийгөө сорих 1 .....	23
<b>II БҮЛЭГ. ПРОЦЕНТ, ХАРЬЦАА, ПРОПОРЦ .....</b>	
Процент .....	24
Харьцаа, пропорц .....	29
Давтах.....	32
<b>III БҮЛЭГ. МАГАДЛАЛ</b>	
Нийлмэл үзэгдлийн магадлал .....	33
Давтах.....	40
Өөрийгөө сорих 2 .....	43
<b>IV БҮЛЭГ. ИЛЭРХИЙЛЭЛ, ТЭГШИТГЭЛ, ТЭНЦЭТГЭЛ БИШ</b>	
Алгебрын илэрхийлэл.....	44
Алгебрын бутархай илэрхийлэл .....	49
Шугаман тэгшитгэлийн систем.....	51
Шугаман тэнцэтгэл биш ба түүний систем .....	54
Квадрат тэгшитгэл .....	57
Рационал тэгшитгэл.....	60
Давтах.....	64
Өөрийгөө сорих 3 .....	70
<b>V БҮЛЭГ. ДАРААЛАЛ, ФУНКЦ</b>	
Дараалал.....	71
Шугаман тэгшитгэлийн систем бодох графикийн арга .....	75
Квадрат функцийг график.....	77
Шугаман функцийг урвуу функц .....	79
Давтах.....	82
Өөрийгөө сорих 4 .....	85

## VI БҮЛЭГ. ДҮРС, ӨНЦӨГ, БАЙГУУЛАЛТ

Гурвалжны медиан, биссектрисийн чанар.....	86
Тригонометр харьцаа.....	89
Тойргийн чанарууд.....	95
Давтах.....	104
Өөрийгөө сорих 5.....	106

## VII БҮЛЭГ. БАЙРШИЛ, ХӨДӨЛГӨӨН, ХУВИРГАЛТ

Хувиргалт.....	107
Дараалсан хувиргалт.....	110
Вектор.....	114
Хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг, хэрэглээ.....	122
Давтах.....	124
Өөрийгөө сорих 6.....	127

## VIII БҮЛЭГ. ХЭМЖИГДЭХҮҮН

Хэмжигдэхүүний бодлого.....	128
Дэлхийн цагийн бүс.....	132
Хурд-хугацааны график.....	135
Валют шилжүүлэх.....	137
Дүрсийн талбай.....	139
Гадаргуугийн талбай, эзлэхүүн.....	148
Биетийн хавтгай огтлол.....	153
Давтах.....	160
Өөрийгөө сорих 7.....	165

## IX БҮЛЭГ. ӨГӨГДӨЛТЭЙ АЖИЛЛАХ

Өгөгдөл цуглуулах.....	167
Статистик диаграммууд.....	169
Цэгэн диаграмм.....	174
Дунджууд ба далайц.....	177
Давтах.....	183
Өөрийгөө сорих 8.....	190

ХАРИУ.....	191
------------	-----

## А. СУРАХ БИЧГИЙГ ХЭРХЭН АШИГЛАХ ВЭ?

- Сэдэлжүүлэх даалгавар** - Өмнөх мэдлэг, ойлголтоо хэрэглэн ахуй, амьдралын асуудлыг ойлгох, ухаарах, шийдлийг олох аргыг эрж, хайх,
- тухайн асуудлаар ярилцах, дүгнэлт гаргах үйл ажиллагаа хийнэ.

### Жишээ

Математикийн мэдлэг, чадвар эзэмших загвар бодлого. Эргэцүүлэн бодох, бодолтыг ойлгох, тайлбарлах, бодолтыг гүйцээх, алдаа гаргаж болзошгүй зүйлүүдийг олж харах, өмнөх мэдлэг, чадвараа шалгах, бататгах, шинээр мэдлэг, чадвар эзэмших даалгаврууд байна.


- ?** **Асуулт** - Сурагчдыг эргэцүүлэн бодох, эрэл хайгуул хийх, санал бодлоо ярилцах, хэлэлцэх, өмнөх мэдлэг, чадвараа сэргээн бататгах үйл ажиллагаа руу чиглүүлнэ.

**Санамж, тайлбар** - Өмнө нь үзсэн болон тухайн сэдэв дээр шинээр орж байгаа математикийн нэр, томъёо, ойлголт, тэмдэг, тэмдэглэгээний талаар санамж, товч тайлбарыг өгнө.

### ТОДОРХОЙЛОЛТ

**Тодорхойлолт, дүрэм, чанар**  
Математикийн хууль, дүрэм, чанар, тодорхойлолтыг бичнэ.

**...** **Даалгавар** - Дараах төрлийн даалгаврууд байна. Үүнд:

- Математикийн мэдлэг, ойлголтыг шалгах
- Мэдлэг, ойлголтоо математик болон ахуй амьдралд хэрэглэх
- Мэдлэг, ойлголтоо хэрэглэн өөрийнхөө бодлыг тайлбарлах
- Мэдлэг, ойлголтоо гүнзгийрүүлэх
- Сонирхолтой бодлого
- Тооны машин хэрэглэх 
- Дараагийн сэдэвтэй холбогдох даалгавар,
- Дадлага ажил орно.



### Асуудал шийдвэрлэх цогц даалгавар

Математикийн мэдлэг, ойлголтоо хэрэглэн асуудал шийдвэрлэх үйл ажиллагаа хийнэ.

- **Өөрийгөө сорих** - Бүлэг сэдвээр зайлшгүй эзэмшсэн байх чадварыг шалгах, өөрийгөө үнэлэх даалгаврууд байна.
- **Давтах** - Энэ хэсэгт дараах төрлийн даалгаврууд байна. Үүнд:
  - Бүлэг сэдвээр зайлшгүй эзэмшсэн байх чадварыг бататгах даалгавар
  - Ахуй амьдрал дахь хэрэглээтэй холбосон даалгавар
  - Математик сэтгэлгээг хөгжүүлэх сонирхолтой бодлого байна.

## Б. СУРАХ АРГА БАРИЛ (Математикт хэрхэн суралцах вэ?)

### Суурь боловсролын математикийн сургалтын хөтөлбөрийн зорилго:

Сурагч нь тоо, хувьсагч, дүрс, хэмжигдэхүүн, өгөгдөлтэй ажиллах, асуудал шийдвэрлэх арга барилд суралцан, математикийн мэдлэг, чадвараа амьдрал, ахуйд хэрэглэснээр хэл, сэтгэлгээ, танин мэдэх чадвараа хөгжүүлж, математикийг сонирхон судлах хүсэл, тэмүүлэлтэй болно.

### Хичээлийн явцад юуг анхаарах вэ?

- Багшийн болон найз нөхдийнхөө яриаг анхааралтай сонсох
- Эргэцүүлэн бодох
- Бусдын санаа бодлыг өөрийнхтэйгөө харьцуулах
- Ойлгоогүй зүйлээ найз нөхдөөсөө болон багшаасаа асуух
- Өөрийн санаа бодлоо илэрхийлэх, бусдад ойлгомжтой ярих, дүгнэлт гаргах чадвараа хөгжүүлнэ.

### Асуудал шийдвэрлэх арга барилд суралцана. Үүнд:

- Асуудлыг олж харах, ойлгох, математик нэр томъёо, ойлголтоо ашиглан томъёолох (бодлогын нөхцөлийг ойлгох)
- Асуудлыг төлөвлөх, математик аргаар загварчлах (бодох аргаа сонгох, алхмаа төлөвлөх)
- Төлөвлөгөөг хэрэгжүүлэх (сонгосон аргаар бодох, төлөвлөсөн алхмын дагуу гүйцэтгэх)
- Дүгнэлт гаргах, шалгах, гарсан үр дүнг математик нэр, томъёо, ойлголтоо ашиглан тодорхой үндэслэлтэй тайлбарлах чадвартай болно.

### Математик тэмдэг, тэмдэглэгээ:

- *Үйлдлийн тэмдэг*: нэмэх (+), хасах (-), үржүүлэх ( $\times$ ), хуваах ( $\div$ ), зэрэг дэвшүүлэх ( $a^k$ ), язгуур гаргах ( $\sqrt{a}$ ,  $\sqrt[n]{a}$ )
- Аравтын бутархайн бүхэл ба бутархай хэсгийн хооронд (.) цэг бичнэ.
- Тэнцүү (=), их, бага (<, >), тэнцүү буюу бага, тэнцүү буюу их ( $\leq$ ,  $\geq$ )
- Олонлогийн тэмдэглэгээ, үйлдэл:  $\in$ ,  $\cap$ ,  $\cup$
- *Хэмжигдэхүүний нэгж*: урт (мм, см, дм, м, км), хүндийн жин (г, кг, ц, т), багтаамж (мл, дл, л), хугацаа (сек, мин, цаг), талбай ( $\text{см}^2$ ,  $\text{дм}^2$ ,  $\text{м}^2$ ), эзлэхүүн ( $\text{см}^3$ ,  $\text{дм}^3$ ,  $\text{м}^3$ ), хурд (км/ц, м/с)

### Сурсан зүйлээ дэвтэртээ хэрхэн бичиж тэмдэглэх вэ?

- Зураг, дүрс, график, диаграмм
- Бодлогуудын бодолт
- Өөрийнхөө ойлгож авсан санаа бодол
- Бусдын гаргасан санаа, бодол
- Дүгнэлт
- Өөрийн гаргасан алдаагаа засаж, тэмдэглэх гэх мэт зүйлүүдийг өөртөө болон бусдад ойлгомжтой байдлаар зурж, дүрсэлж, тэмдэглэнэ.

# I БҮЛЭГ. ТООН ОЛОНЛОГ, ЗЭРЭГ ЯЗГУУР

## Иррационал тоо

- 3 м<sup>2</sup> талбайтай квадрат хэлбэртэй ногооны газрыг 7 м урттай төмөр тороор хаших болжээ. Төмөр тор хүрэлцэх үү?
- Бодолт: I.** Квадрат хэлбэртэй хашааны нэг талын уртыг олъё.  $a^2=3, a=\sqrt{3}$  метр.
- $\sqrt{3}$ -ын утгыг тооны машин хэрэглэн олъё.
- $\sqrt{3} \approx 1.73205080756\dots$  Энэ тоог 0.01 нарийвчлалтай тоймловол
- $a = \sqrt{3} \approx 1.73$  болно.
- II.** Хашааны нэг талын уртыг  $\frac{7}{4}$ -той жишье.  $\frac{7}{4} = 1.75$
- $1.73 < 1.75$  учраас төмөр угас хүрэлцэнэ.



**Жишээ 1.**  $\frac{110}{16}$  ба  $\frac{8}{11}$  тоонуудыг аравтын бутархайд шилжүүл.

**Бодолт:** Энгийн бутархайн хүртвэрийг хуваарьд хуваая.

$$\begin{array}{r} \frac{110}{16} \\ \underline{-96} \quad | \quad 16 \\ 140 \\ \underline{-128} \\ 120 \\ \underline{-112} \\ 80 \\ \underline{-80} \\ 0 \end{array} \quad \frac{11}{16} = 0.6875$$

$$\frac{8}{11} = 0.727272\dots = 0.(72)$$

$$\begin{array}{r} \frac{8}{11} \\ \underline{-80} \quad | \quad 11 \\ 77 \\ \underline{-77} \\ 30 \\ \underline{-22} \\ 80 \\ \underline{-77} \\ 30 \\ \underline{-22} \\ 80 \\ \dots \end{array}$$

Рационал тоо бүрийг үет аравтын бутархайгаар илэрхийлж болно.

Жишээ нь:  $5=5.(0)$

$$\frac{8}{11}=0.(72)$$

$$\frac{110}{16}=6.875(0)$$

**Жишээ 2.**  $\frac{2}{3}$  ба  $\frac{5}{9}$  тоонуудыг жиш.

**Бодолт:** Энгийн бутархайг аравтын бутархайд шилжүүлж жишье.

$$\frac{2}{3} = 0.666\dots, \quad \frac{5}{9} = 0.5555\dots \quad 0.6 > 0.5 \text{ учраас } \frac{2}{3} > \frac{5}{9} \text{ болно.}$$

**?** Үет бутархайг энгийн бутархайд хэрхэн шилжүүлэх вэ? Ярилцаарай

**1** Аравтын бутархайд шилжүүл.

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{11}, \frac{5}{27}, \frac{43}{111}, \frac{16}{9}, \frac{37}{18}, 2\frac{8}{15}, 9\frac{2}{7}$$

**2** Тоон шулуун дээр тэмдэглэ.

$$\frac{3}{5}, \frac{1}{6}, \frac{11}{25}, \frac{3}{10}, \frac{7}{9}, \frac{13}{18}$$

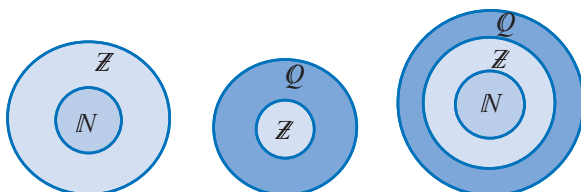
**3** Өгсөн тоонуудаас рационал тоонуудыг ялгаж бич.

а.  $1.(13), \frac{7}{9}, -5, 6, 15, -3.6, 0, \sqrt{9}, 0.1, \sqrt{10}$

б.  $18.9, -25, 100, 2015, 3\frac{1}{3}, -\sqrt{36}, 27, \sqrt{32}$

4  $X = \{5\text{-д хуваахад } 2 \text{ үлдэгдэл өгдөг } 40 \text{ хүртэлх тоонуудын олонлог}\}$   
 $Y = \{40 \text{ хүртэлх анхны тоонуудын олонлог}\}$  бол  $X$  ба  $Y$  олонлогуудын огтлолцол ба нэгдлийг Эйлер-Веннийн диаграммаар дүрсэл.

5 Диаграммуудыг ажиглаад тоон олонлогуудын дэд олонлог, олонлогийн гүйцээлтийг олж, тэмдэглэгээ ашиглан бич.



**Жишээ 3.** 4.1211211121111211112... тооны бүхлийн цэгээс хойших орны цифрүүдийн зүй тогтлыг ол. Бутархай үетэй юу?

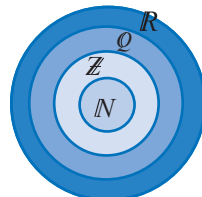
**Бодолт:** Өгсөн тооны бутархай хэсэг нь

$\underbrace{1}_12, \underbrace{11}_22, \underbrace{111}_32, \underbrace{1111}_42, \underbrace{11111}_52, \underbrace{111111}_62, \dots$  гэсэн зүй тогтолтой үргэлжлэх тул үе байхгүй. Өөрөөр хэлбэл энэ тоо нь төгсгөлгүй, үегүй аравтын бутархай байна.

$\frac{a}{b}$  хэлбэрт бичигддэг тоог рационал тоо гэнэ.  
 $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}$

**Иррационал тоо, бодит тоон олонлог**

Төгсгөлгүй, үегүй аравтын бутархайг **иррационал тоо** гэнэ. Рационал болон иррационал тоонуудыг **бодит тоо** гэнэ. Бодит тоон олонлогийг  $\mathbb{R}$  үсгээр тэмдэглэнэ.



Жишээ нь:  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$  тоонууд иррационал тоо болохыг тооны машин хэрэглэн шалгаарай.

**Дадлага ажил 1.**  $\sqrt{2}$  тоог тоон шулуун дээр тэмдэглэх

Зургийг ажиглаад  $\sqrt{2}$  тоог тоон шулуун дээр тэмдэглэсэн аргын талаар ярилцаарай. Дараах алхмын дагуу дадлага ажлыг гүйцэтгээрэй.

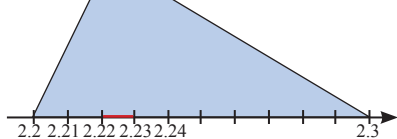
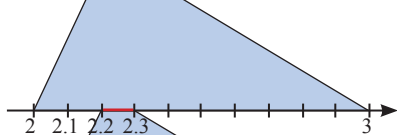
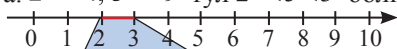
- Координатын хавтгайд  $(1, 0), (1, 1)$  координаттай 2 цэг сонгон авна.
- Эдгээр цэгүүдийг координатын эхтэй холбож тэгш өнцөгт гурвалжин үүсгэнэ.
- Гурвалжны гипотенузын уртыг олно.
- $O$  цэгт төвтэй гипотенузын урттай тэнцүү радиустай тойрог татахад тоон шулуун дээр  $P$  цэг гарна.  $P$  цэгийн координатыг олно. Ямар тоог тэмдэглэсэн бэ?



**Жишээ 4.**  $\sqrt{5}$  тооны ойролцоо утгыг 0.1 нарийвчлалтай ол.

**Бодолт:** Дараах алхмын дагуу гүйцэтгэе.

а.  $2^2 = 4, 3^2 = 9$  тул  $2^2 < 5 < 3^2$  болно. Иймд  $2 < \sqrt{5} < 3$  байна.



б.  $\sqrt{5}$  нь 2-оос их 3-аас бага ямар хоёр тооны хооронд оршихыг олж. Үүний тулд 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 ... тоонуудыг квадрат зэрэгт дэвшүүлье.

$2.1^2 = 4.41, 2.2^2 = 4.84, 2.3^2 = 5.29$ .

Эндээс  $2.2 < \sqrt{5} < 2.3$  болно.

в. 2.21, 2.22, 2.23, 2.24, 2.25 ...

бутархайнуудыг квадрат зэрэгт дэвшүүлбэл:  $2.21^2 = 4.8841, 2.22^2 = 4.9284,$

$2.23^2 = 4.9729, 2.24^2 = 5.0176$  болно.

Эндээс  $2.23 < \sqrt{5} < 2.24$  байна.

Иймд  $2.23 < \sqrt{5} < 2.24$  буюу  $\sqrt{5}$  тооны 0.1

нарийвчлалтай ойролцоо утга нь  $\sqrt{5} \approx 2.2$  болно.

Иррационал тооны ойролцоо утгыг өгсөн нарийвчлалтай олж болно.

**6** Тоонууд ямар хоёр дараалсан бүхэл тооны хооронд орших вэ?

- а.  $\sqrt{27}$  б.  $\sqrt{40}$  в.  $\sqrt{120}$  г.  $\sqrt{9.2}$  д.  $\sqrt{0.4}$

**7** Тоонуудын 0.1 нарийвчлалтай ойролцоо утгыг ол.

- а.  $\sqrt{15}$  б.  $\sqrt{80}$  в.  $\sqrt{50}$  г.  $\sqrt{6.3}$  д.  $\sqrt{11}$

**8** Илэрхийллийн утга ямар хоёр бүхэл тооны хооронд орших вэ?

- а.  $2 + \sqrt{5}$  б.  $2 - \sqrt{5}$  в.  $7 - \sqrt{12}$  г.  $7 + \sqrt{12}$  д.  $-3 + \sqrt{40}$

**9** Тооны машин хэрэглэн жиш. 

- а.  $\sqrt{7}$  ба 2.6458 б.  $\sqrt{11}$  ба 3.31662 в.  $\sqrt{2}$  ба 1.41264  
г.  $\sqrt{2.5}$  ба  $1\frac{3}{7}$  д.  $\sqrt{12.1}$  ба  $3\frac{7}{15}$  е.  $\sqrt{1.41}$  ба  $1\frac{3}{7}$

**10** Иррационал тоонуудыг ялгаж бич.

- а.  $\sqrt{3+6}$  б.  $\frac{2}{5}$  в.  $\sqrt{3}$  г.  $\sqrt[3]{27}$  д.  $\sqrt[3]{-64}$  е.  $\sqrt{5}$  ж.  $\sqrt{64}$  з.  $\sqrt{121}$

**11** Рационал, иррационал тооны аль нь болохыг тогтоо.

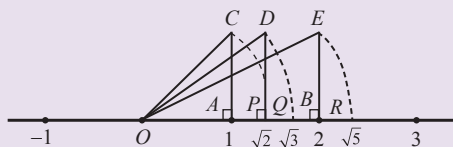
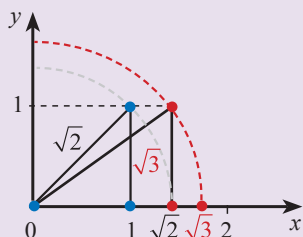
- а. 2.3 б. 0.7 в.  $-3\frac{1}{4}$  г. 0.712 д.  $\sqrt{11}$  е. 7.353535555...

**12** Рационал, иррационал тооны аль нь болохыг ялгаж, бич.

- $2\pi, -4, -\sqrt{25}, 2 + \sqrt{12}, -\sqrt{20}, 6 - \sqrt{36}, 2\frac{7}{9}$

**Дадлага ажил 2.** Иррационал тоог тоон шулуун дээр тэмдэглэж, жиших

а. Иррационал тоонуудыг тоон шулуун дээр тэмдэглэсэн аргыг зураг ашиглан тайлбарла.



б.  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}$  тоонуудыг өсөх эрэмбээр зөв байрлуулсан эсэхийг хэрхэн шалгах вэ?

в. Дээрх аргаар  $\sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}$  тоонуудыг тоон шулуун дээр байгуул.

г.  $-1, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -2, -\sqrt{5}$  тоонуудыг тоон шулуун дээр хэрхэн тэмдэглэх вэ?

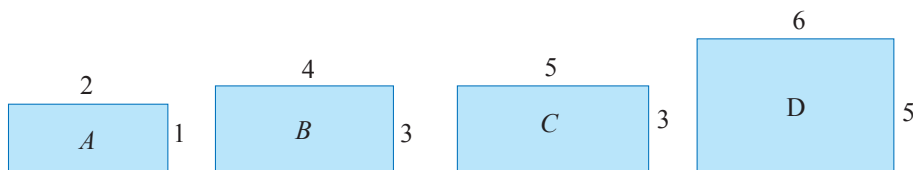
$a < b$  байх эерэг тоонуудын хувьд  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  байна.

**13** Иррационал тоонуудын ойролцоо утгыг 0.1 нарийвчлалтай ол.



а.  $\sqrt{2}$  б.  $\sqrt{3}$  в.  $\sqrt{5}$  г.  $\sqrt{7}$  д.  $\sqrt{8}$  е.  $\sqrt{32}$

**14** Тэгш өнцөгт бүрийн диагоналийн уртыг ол. Диагоналийн урт нь рационал, иррационал тооны аль нь болохыг тогтоож, 0.1 нарийвчлалтай тоймло.



**Жишээ 5.**  $\sqrt{10}$  ба 3.15 тоонуудыг жиш.

**Бодолт:**  $\sqrt{10}$  тоог квадрат зэрэг дэвшүүлье:  $(\sqrt{10})^2 = 10$

3.15 тоог квадрат зэрэг дэвшүүлье:  $3.15^2 = 9.9225$

$10 > 9.9225$  учраас  $\sqrt{10} > 3.15$  болно.

**15** Тоонуудыг жиш.



а.  $\sqrt{2}$  ба 1.41 б.  $\sqrt{3}$  ба 1.73 в.  $\sqrt{5}$  ба 2.2361 г.  $\sqrt{8}$  ба  $\sqrt{5}$

**16** Тоонуудыг өсөх эрэмбээр байрлуул.

а. 2.3,  $2\frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{10}$ , 2.(4),  $2\sqrt{3}$  б.  $\sqrt{11}$ , 2.0(2),  $3\frac{1}{16}$ ,  $3\frac{2}{15}$ ,  $\pi$

**Иррационал тооны илүүдэлтэй болон дутагдалтай ойролцоо утга**

**Жишээ 6.** Тэгш өнцөгт гурвалжны катетууд 4 ба  $\sqrt{13}$  нэгж урттай бол гипотенузын 0.001 хүртэлх нарийвчлалтай дутагдалтай болон илүүдэлтэй ойролцоо утгыг ол.



**Бодолт:** Пифагорын теорем ашиглан гипотенузыг олбол:


$BC = \sqrt{4^2 + (\sqrt{13})^2} = \sqrt{29}$  болно.  $\sqrt{29}$  тооны утгыг тооны машин ашиглан олбол:  $\sqrt{29} = 5.3851648\dots$  болно. Энэ тооны илүүдэлтэй болон дутагдалтай ойролцоо утгыг дараах алхмын дагуу олж.

- I.  $\sqrt{29}$  тоо ямар хоёр бүхэл тооны хооронд орших вэ? гэдгийг олно.  
 $4^2 = 16, 5^2 = 25$  учир  $4 < \sqrt{29} < 5$  болно. Үүнтэй ижил аргаар
- II.  $\sqrt{29}$  тоо бутархай хэсэг нь 1 оронтой ямар хоёр тооны хооронд орших вэ? гэдгийг олно.  
 $5.3^2 = 28.09, 5.4^2 = 29.16$  учир  $5.3 < \sqrt{29} < 5.4$
- III.  $\sqrt{29}$  тоо бутархай хэсэг нь 2 оронтой ямар хоёр тооны хооронд орших вэ? гэдгийг олно.  
 $5.38^2 = 28.9444, 5.39^2 = 29.0521$  учир  $5.38 < \sqrt{29} < 5.39$
- IV.  $\sqrt{29}$  тоо бутархай хэсэг нь 3 оронтой ямар хоёр тооны хооронд орших вэ? гэдгийг олно.

Тооны машин ашиглан  $5.385^2 = \dots, 5.386^2 = \dots$  гэх мэт үргэлжлүүлж өгсөн тооны 0.0001, 0.00001 нарийвчлалтай ойролцоо утгыг олж болно.

Дутагдалтай ойролцоо утга	$\sqrt{29}$ тооны ойролцоо утгын нарийвчлал	Илүүдэлтэй ойролцоо утга
5	Бүхэл	6
5.3	0.1 нарийвчлалтай	5.4
5.38	0.01 нарийвчлалтай	5.39
5.385	0.001 нарийвчлалтай	5.386

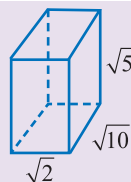
5.385-ыг  $\sqrt{29}$  тооны 0.001 нарийвчлалтай **дутагдалтай ойролцоо** утга гэх ба 5.386-г **илүүдэлтэй ойролцоо** утга гэнэ.

- 17. Тооны 0.1 нарийвчлалтай дутагдалтай болон илүүдэлтэй ойролцоо утгыг тооны машин хэрэглэхгүйгээр тооцоолж ол.
  - а.  $\sqrt{7}$       б.  $\sqrt{15}$       в.  $\sqrt{33}$       г.  $\sqrt{45}$
- 18. Илэрхийллийн утгыг 0.1, 0.01 нарийвчлалтай тоймлож ол. 
  - а.  $\sqrt{7} + \sqrt{15}$       б.  $\sqrt{33} - \sqrt{15}$       в.  $\sqrt{15} \times \sqrt{7}$       г.  $\sqrt{33} \div \sqrt{7}$
- 19.  $\pi$  тооны 0.1, 0.01, 0.001 нарийвчлалтай дутагдалтай болон илүүдэлтэй ойролцоо утгыг ол. ( $\pi = 3.141592653589\dots$ )

### Квадрат язгуур агуулсан тоон илэрхийлэл

- а.  $\sqrt{28}$  см<sup>2</sup> талбайтай тэгш
- өнцөгт  $\sqrt{7}$  см<sup>2</sup> талбайтай тэгш
- өнцөгтийн талбайнаас хэд дахин
- том вэ?

б. Өгсөн биетийн эзлэхүүнийг хэрхэн олох вэ?



#### Үржвэр, ногдвороос язгуур гаргах дүрэм

$a > 0, b > 0$  байх тоонуудын хувьд

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}, \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ байна.}$$

$$a \geq 0 \text{ үед } (\sqrt{a})^2 = a$$

$$a, b \geq 0 \text{ үед } a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$$

**Жишээ 7.** Үржвэрээс язгуур гаргаж, хялбарчил.

а.  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$

б.  $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

в.  $\sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{108} = \sqrt{16 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{36 \times 3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = \sqrt{3}$

**20** Хүснэгтийг нөх.

$a$	$b$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
4	25						
9	16						

**21** Квадрат язгуурын утгыг ол.

а.  $\sqrt{100}$

б.  $-\sqrt{\frac{81}{49}}$

в.  $-\sqrt{0.6}$

г.  $\sqrt{144}$

д.  $\sqrt{\frac{1}{64}}$

е.  $\sqrt{\frac{25}{36}}$

**22** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $\sqrt{1\frac{9}{16}} + \sqrt{2\frac{14}{25}}$

б.  $\sqrt{7\frac{1}{9}} + \sqrt{5\frac{1}{16}}$

в.  $\sqrt{1\frac{9}{16}} + \sqrt{2\frac{7}{9}}$

г.  $\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{1\frac{69}{100}} + \sqrt{1\frac{21}{100}}$

д.  $\sqrt{6\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{75}{121}} + \sqrt{1\frac{141}{484}}$

е.  $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{2\frac{7}{81}} + \sqrt{1\frac{112}{729}}$

**23** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $\sqrt{9025}$

б.  $\sqrt{5776}$

в.  $\sqrt{19044}$

г.  $\sqrt{116} \times \sqrt{1856}$

д.  $\sqrt{468} \times \sqrt{208}$

е.  $\sqrt{828} \times \sqrt{207}$

ж.  $\sqrt{77 \times 24 \times 33 \times 14}$

з.  $\sqrt{15 \times 21 \times 91 \times 65}$

и.  $\sqrt{2 \times 5 \times 216 \times 135}$

**24** Үржигдэхүүнийг язгуурын тэмдгийн дор оруул.

Үлгэрлэвэл:  $10\sqrt{7} = \sqrt{10^2 \times 7} = \sqrt{700}$

а.  $12\sqrt{5}$  б.  $0.1\sqrt{3}$  в.  $1.5\sqrt{0.4}$  г.  $3\sqrt{2}$  д.  $0.6\sqrt{6}$

**25** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $(\sqrt{11})^2$  б.  $(-\sqrt{13})^2$  в.  $-\sqrt{(-5)^2}$  г.  $-\sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2}$

$\sqrt{a^2} = |a|$

**20** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $\sqrt{1\frac{7}{9} \times \frac{4}{25}}$  б.  $\sqrt{\frac{9}{81} \times \frac{64}{25} \times \frac{0.25}{9}}$  в.  $\sqrt{\frac{121}{144} \times 2\frac{1}{4}}$  г.  $\sqrt{5\frac{1}{16} \times 2\frac{34}{81}}$

д.  $\sqrt{0.04 \times 81 \times 25}$  е.  $\sqrt{72 \times 32}$  ж.  $\sqrt{10 \times 250}$  з.  $\sqrt{75 \times 48}$  и.  $\sqrt{810 \times 40}$

**27** Илэрхийллийг хялбарчилж, утгыг ол.

а.  $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$  б.  $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$  в.  $\sqrt{77} \times \sqrt{55} \times \sqrt{35}$

г.  $\sqrt{26} \times \sqrt{39} \times \sqrt{6}$  д.  $\sqrt{10} \times \sqrt{30} \times \sqrt{3}$  е.  $\sqrt{0.1} \times \sqrt{0.4}$

**28** Илэрхийллийг хялбарчил.

а.  $4\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$  б.  $2\sqrt{20} + \sqrt{45}$  в.  $2\sqrt{20} - \sqrt{45}$

г.  $\sqrt{45} - 2\sqrt{20}$  д.  $4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{4}$  е.  $(\sqrt{8} - \sqrt{6})(\sqrt{8} + \sqrt{6})$

**29** Илэрхийллийг хялбарчил.

а.  $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} - \sqrt{50} - \sqrt{72}$  б.  $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{108}$

в.  $\sqrt{40} - \sqrt{90} + \sqrt{160} - \sqrt{250} + \sqrt{360}$  г.  $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{125} - \sqrt{180}$

**30** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $(-\sqrt{1})^2$  б.  $(-\sqrt{3})^2$  в.  $\sqrt{(-11)^2} \times \sqrt{2^2}$  г.  $-\sqrt{9^2} \div \sqrt{\left(\frac{2}{15}\right)^2}$  д.  $\sqrt{(-27)^2} \div \sqrt{27^2}$

**31** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $-(\sqrt{3})^2 + \frac{5}{6}$  б.  $8 \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$  в.  $\sqrt{4 \times 5^2 - 8^2} - 10$  г.  $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

**32** Ерөнхий үржигдэхүүн хаалтаас гарга.

а.  $\sqrt{6} + \sqrt{3}$  б.  $\sqrt{15} - \sqrt{10}$  в.  $\sqrt{21} + \sqrt{14}$  г.  $\sqrt{20} - \sqrt{30}$  д.  $\sqrt{25} - \sqrt{30}$

**33** Илэрхийллийг хялбарчилж, утгыг ол.

а.  $(\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{72})\sqrt{2}$  б.  $(\sqrt{0.2} - \sqrt{0.8} + \sqrt{1.8} + \sqrt{3.2})\sqrt{5}$

в.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{32}}{\sqrt{2}}$  г.  $(\sqrt{10} + \sqrt{40} - \sqrt{90}) \div \sqrt{10}$  д.  $\frac{5\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$

## Тооны стандарт хэлбэр



Нарны гэрэл дэлхий рүү ойролцоогоор 8 минутын хугацаанд,  $3 \times 10^8$  м/с гэрлийн хурдаар ирдэг бол нарнаас дэлхий хүртэлх зайг олж болох уу? Тооцоолж олоорой.

Шинжлэх ухаанд маш их тоо болон маш бага тоонуудыг бичихдээ 10-ын зэрэг хэлбэртэй бичдэг. Жишээ нь дэлхийн хүн ам ойролцоогоор 7 миллиард гэдгийг  $7 \times 10^9$  гэж бичнэ. Үүнийг **тооны стандарт хэлбэр** гэнэ. Стандарт хэлбэр гэдгийг заримдаа шинжлэх ухааны бичлэг гэж нэрлэдэг.

Тооны стандарт хэлбэр  
 $A \times 10^n, n \in \mathbb{Z}, 1 \leq A < 10$

### 10-ын натурал илтгэгчтэй зэрэг

**Жишээ 8.** 3100 тоог 10-ын зэрэг хэлбэрээр хэдэн янзаар бичиж болох вэ?

**Бодолт:**  $3.1 \times 10^3, 31 \times 10^2, 0.31 \times 10^4$  гэх мэт маш олон янзаар бичиж болно.

Эдгээрээс  $3.1 \times 10^3$  нь л стандарт хэлбэрт бичигдсэн байна.

**Жишээ 9.** а. 72 000-ыг стандарт хэлбэрт бич.

б. Өгсөн тоонуудаас стандарт хэлбэрт байгаа тоонуудыг ол.

$3.2 \times 10^2$                        $0.46 \times 10^3$                        $28 \times 10^4$                        $7 \times 10^3$                        $0.05 \times 10^1$

**Бодолт:** а.  $72000 = 7.2 \times 10^4$     б.  $3.2 \times 10^2, 7 \times 10^3$

**34** Бичлэгүүдийн аль нь стандарт хэлбэрт бичигдээгүй байна вэ?

а.  $7.2 \times 10^5$                       б.  $6.732 \times 10^{15}$                       в.  $6.0 \times 10^4$   
 г.  $0.57 \times 10^8$                       д.  $42.3 \times 10^7$                       е.  $2.75 \times 10^1$

**35** Тоонуудыг стандарт хэлбэрт бич.

а. 234 000                      б. 38000 000                      в. 673 000 000 000  
 г. 6 сая                      д. 7.5 тэрбум                      е. 15 их наяд

**36** Тоонууд стандарт хэлбэртэй байна уу? Үгүй бол стандарт хэлбэрт бич.

а.  $58 \times 10^5$                       б.  $620 \times 10^6$                       в.  $4 \times 10^5$   
 г.  $0.57 \times 10^8$                       д.  $42.3 \times 10^7$                       е.  $2.75 \times 10^1$

**37** Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэж, хариуг стандарт хэлбэрт бич.

а.  $300 \times 2000$                       б.  $7000 \times 5000$                       в. 6 сая  $\times$  30  
 г.  $400 \times 8$  сая                      д. 5 сая  $\times$  3 сая                      е.  $5400 \times 2000$



### Нарны аймгийн гаргууд

Нарны аймгийн гаргуудаас нар хүртэлх зайг хүснэгтээр өгчээ.

Нарны аймгийн гаргууд	Нарны аймгийн гаргуудаас нар хүртэлх зай
Бархасбадь	778 сая км
Буд	58 сая км
Ангараг	228 сая км
Тэнгэрийн ван	2870 сая км
Сугар	108 сая км
Дэлхийн ван	5920 сая км
Дэлхий	150 сая км
Санчир	1430 сая км

- Дээрх зайнуудыг стандарт хэлбэрт бич.
- Наранд хамгийн ойр болон хамгийн хол орших гараг аль нь вэ?
- Наранд хамгийн ойр орших гаргаас эхлэн зайнуудыг өсөх эрэмбээр байрлуулж бич.
- Дээрх хэмжээнүүдийг саяар, 10 саяар, 100 саяар тоймлож, ойролцоо утгыг ол.

### 10-ын сөрөг бүхэл илтгэгчтэй зэрэг

**Жишээ 10.** Цаасны зузаан ойролцоогоор  $0.0000213$  м бол үүнийг 10-ын зэрэг оролцсон хэлбэрт хэрхэн бичих вэ?

**Бодолт:**  $0.0000213 = 2.13 \times 10^{-5}$  м гэж бичнэ.

**Жишээ 11.** а.  $0.0023$  бутархайг стандарт хэлбэрт бич.

б. Тоонуудыг буурах эрэмбээр бич.

$4.6 \times 10^{-3}$ ,  $6.2 \times 10^{-5}$ ,  $1 \times 10^{-2}$ ,  $7.35 \times 10^{-2}$ ,  $5.08 \times 10^{-8}$

**Бодолт:** а.  $0.0023 = 2.3 \times 10^{-3}$  м гэж бичнэ.

б.  $7.35 \times 10^{-2}$ ,  $1 \times 10^{-2}$ ,  $4.6 \times 10^{-3}$ ,  $6.2 \times 10^{-5}$ ,  $5.08 \times 10^{-8}$

**38** Тэнцэтгэлийг үнэн байлгах 10-ын зэргийг нөхөж бич.

- $0.0038 = 3.8 \times 10^{-3}$
- $0.0068 = 6.8 \times \dots$
- $0.00071 = 7.1 \times \dots$
- $0.000008 = 8 \times \dots$
- $0.00000034 = 3.4 \times \dots$
- $0.0000000345 = 3.45 \times \dots$
- $0.00000753 = 7.53 \times \dots$
- $0.00000000504 = 5.04 \times \dots$

0-1 хүртэлх тоог стандарт хэлбэрт бичихэд 10-ын сөрөг бүхэл илтгэгчтэй зэргийг хэрэглэдэг.  $0.0001 = 10^{-4}$

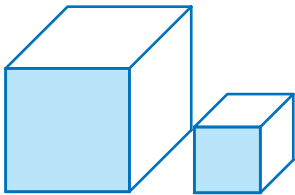




## Тоог тоймлох

- Бидний өдөр тутмын амьдралд тоо, хэмжигдэхүүний утгыг ойролцоогоор
- тоймлох хэрэгцээ олон тохиолддог. Дараах асуултуудын дагуу ярилцаарай.
- Марафон гүйлтэд 3200 гаруй хүн оролцсон гэсэн мэдээлэлд ямар утгыг авсан бэ?
- Бичгийн цаасан дээр хөлийн улаа тойруулан зураад, талбайг нь тооцоолж олж болох уу?
- Ангийнхаа эзлэхүүнийг цээжээр хэрхэн тооцоолж олох вэ?
- Сурах бичгийн хүндийн жинг багцаагаар олж болох уу?
- 

**Жишээ 12.** 1.5 см ирмэгтэй, 5 см ирмэгтэй хоёр куб өгөв.



- a. 2 кубийн нэг, нэг талсыг цэнхэр өнгөөр будсан бол эдгээр талсуудын талбайн харьцааг ол. Хариуг бүхэл тоогоор илэрхийл.
- b. Том кубийн эзлэхүүн, жижиг кубийн эзлэхүүнээс ойролцоогоор хэд дахин их вэ?

**Бодолт:** а.  $1.5^2 = 2.25 \text{ см}^2$ ,  $5^2 = 25 \text{ см}^2$ ,  $25 : 2.25 = 11.1111... = 11.(1)$

б.  $1.5^3 = 3.375 \text{ см}^3$ ,  $5^3 = 125 \text{ см}^3$ ,  $125 : 3.375 = 37.037037037... = 37.(037)$  үет бутархай. Хариу 37 дахин том байна.

**Жишээ 13.** Хүснэгтээр өгсөн улсуудын газар нутгийн хэмжээг тохирох нарийвчлалаар тоймлож, дараах асуултад хариул.

Улсын нэр	Газар нутаг (км. кв)
Австрали	7 692 024
Боливи	1 098 581
Дани	43 094
Герман	357 114
Коста Рика	51 100
Монгол	1 564 110
Япон	377 930

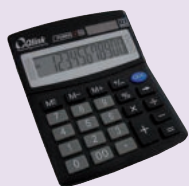
- a. Австралийн газар нутаг Герман, Коста Рикагийн газар нутгаас хэд дахин их вэ?
- б. Боливийн газар нутаг Монголын газар нутгаас хэд дахин бага вэ?
- в. Монголын газар нутаг Японы газар, нутгаас хэд дахин том бэ?
- г. Данийн газар нутаг Австралийн газар нутгаас хэд дахин бага вэ?
- д. Эдгээр улсуудын газар нутгийн хэмжээг арван мянгатаар тоймлон, нийлбэрийг олоорой.

**Бодолт:** а. Австрали, Герман, Коста-Рика улсуудын газар нутгийн хэмжээг тоймлож, үйлдлийг гүйцэтгэе.

$$7692024 \approx 7700000, 357114 \approx 360000, 51100 \approx 50000$$


$7700000 \div 360000 = 770 \div 36 \approx 21$  Австралийн газар нутаг нь Германыхаас ойролцоогоор 21 дахин том байна.

$7700000 \div 50000 = 770 \div 5 = 154$  Австралийн газар нутаг нь Коста-Рикагийн газар нутгаас ойролцоогоор 154 дахин их байна.



Олон оронтой эсвэл маш бага тоон дээр тооцоолол хийх үед тооны машин хэрэглэх шаардлага гардаг. Тооны машины дэлгэц дээрх хариу аравтын бутархайн бүхлийн цэгээс хойш олон орноор бичигдсэн байдаг. Ихэнх тохиолдолд нарийвчлалын ийм их зэрэг шаардлагагүй, бодлогын нөхцөлд тохируулан тоо, хэмжээг 0.1 юмуу 0.01 гэх мэт нарийвчлалтай тоймлож авдаг.

- 47** Тоонуудыг өгсөн нарийвчлалтай тоймло.
- а. 348, 758, 2345, 6858 (аравтаар, зуутаар, мянгатаар)  
 б. 8492.4, 2875.7 (Бүхлээр)  
 в. 631.75, 57.2468, 4.089 (0.1, 0.01, 0.001 нарийвчлалтай)
- 48** Тоонуудыг хаалтад бичигдсэн тэмдэгтийн тоогоор тоймлож бич.
- а. 768270, 460.38, 0.00048837 (1 тэмдэгтээр)  
 б. 315.78, 7008.257, 0.28751 (2 тэмдэгтээр)  
 в. 325.78, 460.38, 90.873, 7008.257, 2.00087, 20.238, 0.00048837 (3 тэмдэгтээр)

- 49** Илэрхийллийн утгыг тооны машин хэрэглэн олж, хариугаа  1 тэмдэгтээр, 2 тэмдэгтээр, 3 тэмдэгтээр тус тус тоймлож ол.
- а.  $\sqrt{11}$     б.  $\frac{4.3 \times 0.7^2}{2.6}$     в.  $\sqrt{\frac{3.33 \times 0.5^3}{8}}$     г.  $\frac{\pi \times 28}{0.3} + \sqrt{17}$

**Жишээ 14.** а.  $48 \times 357$  хариуг багцаалж, цээжээр олохдоо 2 аргаар гүйцэтгэе.

**I арга:**  $50 \times 300 = 15000$  Эхний тоог аравтаар, дараагийн тоог зуутаар тоймлож дараа нь үйлдлийг гүйцэтгэсэн байна.


**II арга:**  $50 \times 360 = 18000$  Энэ 2 тоог хоёуланг аравтаар тоймлоод үйлдлийг гүйцэтгэсэн байна.

б.  $7297 \div 36$  үйлдлийг цээжээр гүйцэтгэе.

**I арга.** Тоог тоймлоод хариуг багцаалж олъё.  $7000 \div 40 = 175$

**II арга.** Тооны машинаар бодож, хариугаа тоймлож олъё.  
 $7297 \div 36 = 202.69444... = 202.69(4)$

Хариуг бүхлээр тоймловол: 203  
 0.1 нарийвчлалтай тоймловол: 202.7  
 0.01 нарийвчлалтай тоймловол: 202.69 болно.

- 50** Тооцооллыг хийж, хариуг тохиромжтой нарийвчлалаар тоймло. 
- а.  $34.557 \times 28.98$     б.  $0.3 \times 23.73$     в.  $29 \times 8.35$     г.  $87.23 \div 4.3$     д.  $8.7^2$   
 е.  $13.32^3$     ж.  $(3.4 \times 4.48) \div 6$     з.  $9.42 \div 3.03$     и.  $8.1 \div 6^2$     к.  $2.5^4$

- 51** Тооны машин хэрэглэхгүйгээр дараах тоонуудыг тоймлож, хариуг багцаалан ол.
- а.  $73 \times 28$                       б.  $380 \times 23$                       в.  $40 \times 70$   
 г.  $5940 \times 39$                     д.  $0.7 \times 0.84$                     е.  $2.93 \times 585$

**52** Тооны машин хэрэглэхгүйгээр дараах тоонуудыг тоймлож, хариуг багцаалан ол.

- а.  $4857 \div 16$                       б.  $9196 \div 31$                       в.  $807 \div 36$   
г.  $4430 \div 23$                       д.  $0.7 \times 0.84$                       е.  $720 \div 0.63$

**53** Тооны машин хэрэглэхгүйгээр дараах тоонуудыг тоймлож, хариуг багцаалан ол.

- а.  $89.35 \div 62.03$                       б.  $279.4 - 98.08$                       в.  $3.94 - 4.25$   
г.  $95.3 \div 29.4$                       д.  $(5.4 \times 853)$                       е.  $(8.7)^3 \div (3.3)^2$

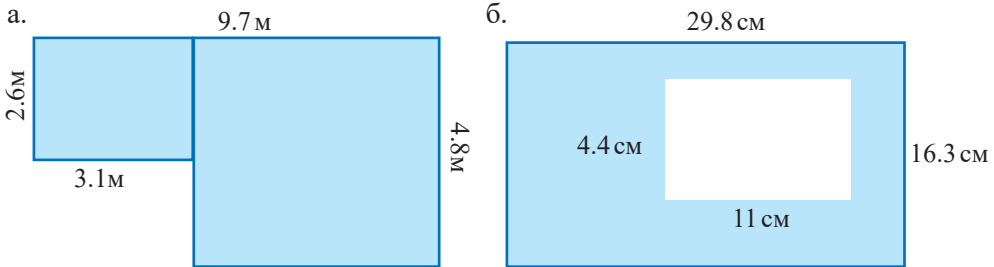
**54** Тоог тоймлох аргуудыг ашиглан дараах тооцоолуудын аль нь илэрхий алдаатай болохыг цээжээр тооцоолж, шалга. Хариугаа тайлбарла.

- а.  $95 \times 212 = 20140$                       б.  $44 \times 17 = 748$                       в.  $689 \times 413 = 284557$   
г.  $142656 \div 8 = 17832$                       д.  $77.9 \times 22.6 = 2512.54$                       е.  $(84.2 \times 46) \div 1.2 = 6566$

**55** Билгүүн дараах үйлдлийг гүйцэтгэжээ.  $14.62 \times 401 = 586.262$

Түүний хариу буруу болохыг цээжээр багцаалж бодоод тайлбарла. Үйлдлийг тооны машин ашиглаж гүйцэтгээд алдааг залруул.

**56** Будсан дүрсийн талбайг багцаалж олоод, хариуг бүхэл тоогоор илэрхийл. Хариугаа тайлбарла.

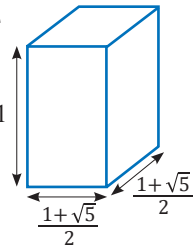


**57** Хэрэв тэгш өнцөгт параллелепипедийн 3 хэмжээсийг зурагт өгсөн бол:



а.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  илэрхийллийн утгыг тооны машин хэрэглэн олж, 1 хариугаа 2 тэмдэгтээр тоймло.

б. Гадаргуугийн талбай, эзлэхүүнийг тооцоолж ол.



**58**  $r$  радиустай бөмбөрцгийн эзлэхүүнийг  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$  томъёогоор олдог байна.



Хэрэв бөмбөрцгийн радиусыг см-ээр тоймлоход 17 см болсон бол:

а. Бөмбөрцгийн радиус

б. Бөмбөрцгийн эзлэхүүний авч болох хамгийн бага, хамгийн их утгыг олж, хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич. ( $\pi \approx 3.14$ )

**59** Гэрийн шалны радиусыг метрээр тоймлоход 3 м болжээ.



а. Шалны диаметр, тойргийн урт

б. Шалны талбайн авч болох хамгийн бага болон хамгийн их утгыг олж, хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.

- 60** Билгүүн. Марал, Энхжин гурван сурагч нэг тоог гурван янзаар тоймложээ. Билгүүн 2.6, Марал 2.639, Энхжин 2.6384 гэж тоймложээ.
- Тэдгээрийн тоймлосон нарийвчлалыг бич.
  - Марал, Энхжин хоёрын бодсон нь хоёулаа зөв байж болох уу? Хэнийх нь зөв байх магадлалтай вэ? Хариултаа тайлбарлаж бич.
  - Дараа нь тэд нэгэн кубийн эзлэхүүнийг тоймложээ. Билгүүн 3.7, Марал 3.75 гэж тоймлосон нь хоёулаа зөв бол эзлэхүүний авч болох хамгийн бага болон хамгийн их утгыг ол.

- 61** Хөндий блокийн массыг 0.01 нарийвчлалтай тоймлоход 0.20 кг болжээ. Харин эзлэхүүнийг 0.01 нарийвчлалтай тоймлоход 0.04 м.куб болсон бол:
- Нягт  $= \frac{\text{масс}}{\text{эзлэхүүн}}$  томъёо ашиглан блокийн нягтыг ол.
  - Нягтын авч болох хамгийн бага болон хамгийн их утгыг олж, хариугаа тэнцэтгэл биш хэлбэрт бич.

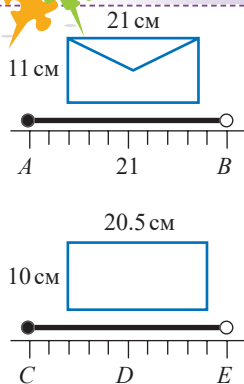
- 62** Агаарын температурыг Цельс ( $^{\circ}\text{C}$ ) болон Фаренгейт ( $^{\circ}\text{F}$ ) гэсэн нэгжээр хэмждэг. Эдгээрийн хамаарал нь  $F = \frac{9C}{5} + 32$  (1) байдаг ба үүнийг ойролцоогоор  $F = 2C + 30$  (2) томъёо руу шилжүүлж, хэрэглэдэг. Хүснэгтээр АНУ-ын Вашингтон хотын цаг агаарын мэдээг өгчээ.
- <https://www.weather.com/>

Гарг	Мя	Лх	Пү	Ба	Бя	Ня	Да	Мя
Температур ( $^{\circ}\text{C}$ ) өдөр, шөнө	16°, 9°	11°, -1°	8°, 1°	12°, 3°	14°, 4°	8°, -1°	8°, -3°	13°, -6°

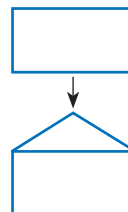
Жишээ нь, Лхагва гарагт өдөртөө  $11^{\circ}\text{C}$ , шөнөдөө  $-1^{\circ}$  байсан байна. Эдгээрийг (2) томъёонд орлуулж Фаренгейтийн ( $^{\circ}\text{F}$ ) нэгж рүү шилжүүл.



**Ил захидал ба дугтуй**



- Дугтуйны уртыг см-ээр тоймлоход 21 см байв.
- Дугтуйны урт нь хамгийн багадаа ямар урттай байж болох вэ?
  - Хэрэв тоон шулууны  $A, B$  завсраар дугтуйны уртын авч болох бүх утгуудыг дүрсэлсэн бол  $A, B$  үсгээр тэмдэглэсэн хамгийн бага болон хамгийн их утгыг ол. Ил захидлын уртыг 0.1 нарийвчлалтай (см-ийн аравны хэсгээр) тоймлоход 20.5 см болжээ.
  - Хэрэв тоон шулууны  $C, E$  завсраар ил захидлын уртын авч болох бүх утгуудыг дүрсэлсэн бол  $C, D, E$  үсэгт харгалзах тоонуудыг бич.
  - Энэ ил захидал дээрх хэмжээтэй дугтуйд багтах уу? Хариултаа тайлбарла.



## ДАВТАХ

**63** Тоонуудыг өсөх эрэмбээр бич.

а.  $\sqrt{\frac{9}{4}}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $2\sqrt{2}$ , 2.6    б. 0.2,  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\sqrt{3}$     в.  $\sqrt{30}$ , 6.1,  $2\sqrt{10}$ ,  $4\sqrt{2}$

**64** Илэрхийллийг хялбарчил.

а.  $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$     б.  $\frac{2\sqrt{20}}{5\sqrt{8}}$     в.  $-2\sqrt{3} + \sqrt{75}$     г.  $\sqrt{54} - \sqrt{24}$

д.  $\sqrt{22} \times \sqrt{198}$     е.  $\sqrt{12} + 8\sqrt{27}$     ж.  $(6\sqrt{2} - \sqrt{18} + 3\sqrt{72}) \div \sqrt{2}$

**65** Илэрхийллийг хялбарчил.

а.  $7\sqrt{2} + 4\sqrt{32} - 10\sqrt{8}$     б.  $3\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 2\sqrt{112}$     в.  $4\sqrt{6n} + 2\sqrt{54n}$

**66** Үйлдлийг гүйцэтгэж, хялбарчил.

а.  $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$     б.  $(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$     в.  $(\sqrt{x} + \sqrt{2y})(\sqrt{x} + 5\sqrt{2y})$

**67** Тоонуудыг өсөх эрэмбээр бич.

а. 2.(27),  $\sqrt{5}$ ,  $3\sqrt{2}$ ,  $2\frac{4}{15}$     б.  $3\frac{5}{7}$ ,  $2\sqrt{2}$ , 2.(81),  $\sqrt{10}$

**68** Өгсөн тоонуудыг иррационал тоо ба рационал тооны аль нь болохыг ялгаж, шалга.

а.  $\sqrt{121}$     б.  $\frac{11}{13}$     в.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$     г. 5.(40)    д. 0.1001000100001...

**69**  $\frac{1}{9}$  ба  $\frac{1}{10}$  тоонуудын хооронд орших иррационал тоо ол.

**70** Тооны 0.1 нарийвчлалтай дутагдалтай болон илүүдэлтэй ойролцоо утгыг ол.

а.  $\sqrt{6}$     б.  $\sqrt{15}$     в.  $\sqrt{43}$     г.  $\sqrt{17}$     д.  $\sqrt{39}$

**71** Илэрхийллийн утгыг ол.

а.  $5^3 \times 5^{-7} \times 5^2$     б.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \times 1.5^3$     в.  $7^{-5} \div 7^{-3}$   
 г.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$     д.  $(2^{-3})^{-2} \times 2^{-3} \times 2^8$     е.  $5^{-7} \times (5^{-2})^{-3}$   
 ж.  $8^3 \times 16^{-2}$     з.  $\frac{2^{-3} \times 4^3}{8^{-2}}$     и.  $\frac{3^{-12} \times 9^5}{27^{-4} \times 9^{-2}}$

**72** Ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтын өмнө гаргаж, тэнцэтгэлийг батал.

а.  $\frac{7^6 + 7^5 - 7^4}{11} = 5 \times 7^4$     б.  $\frac{8^{10} - 8^9 - 8^8}{55} = 8^8$

- 73** Тэнцэтгэлийг үнэн байлгах  $n$ -ийн утгыг ол.  
 а.  $69000 = 6.9 \times 10^n$       б.  $43000 = 4.3 \times 10^n$       в.  $5260000 = 5.26 \times 10^n$   
 г.  $7 \text{ сая} = 7 \times 10^n$       д.  $358 \text{ сая} = 3.58 \times 10^n$       е.  $14000000 = 1.4 \times 10^n$
- 74** Тоонуудыг стандарт хэлбэрт бич.  
 а. 74000      б. 51000      в. 612000      г. 17 сая  
 д. 840000      е. 670 сая      ж. 320000      з.  $\frac{1}{5}$  сая
- 75** Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэж, хариуг стандарт хэлбэрт бич.  
 а.  $300 \times 4000$       б.  $5000 \times 6000$       в.  $65000 \times 400$   
 г.  $23000 \times 5000$       д.  $8 \text{ сая} \times 250$       е.  $85000 \times 6000$   
 ж.  $9.5 \text{ сая} \times 6$       з.  $7.4 \text{ сая} \times 500$       и.  $400 \times 300 \times 500$       к.  $(6000)^2$
- 76** Тоонуудыг стандарт хэлбэрт бич.  
 а. 9 сая      б. 0.00061      в. 57 000 000 000  
 г. 0.0003      д. 3.75 тэрбум      е. 0.000 000 43
- 77** Тоонуудыг өсөх эрэмбээр бич.  
 а.  $5.2 \times 10^7$        $4.4 \times 10^{-3}$        $3.12 \times 10^7$   
 б.  $3.9 \times 10^8$        $2.6 \times 10^{-5}$        $6.41 \times 10^{-4}$
- 78** Тоонуудыг стандарт хэлбэрт оруулж, буурах эрэмбээр бич.  
 720 000,      0.0022,      0.6,      52 000,      5 сая
- 79** Тэнцэтгэлийг үнэн байлгах  $n$ -ийн утгыг ол.  
 а.  $520 = 5.2 \times 10^n$       б.  $444000000 = 4.44 \times 10^n$       в.  $0.00054 = 5.4 \times 10^n$   
 г.  $600^2 = 3.6 \times 10^n$       д.  $0.0045^2 = 2.025 \times 10^n$       е.  $0.03^3 = 2.7 \times 10^n$
- 80** Гэрлийн хурд  $3 \times 10^8$  м/с. Бархасбадь гараг нарнаас 778 сая км-ийн зайд оршдог бол нарны гэрэл Бархасбадь гаргийг дайран өнгөрөхөд хэдэн минут зарцуулах вэ?
- 81** 2009 онд Дэлхийн хүн ам  $6.77 \times 10^9$  байснаа 2010 онд  $6.85 \times 10^9$  болсон бол:  
 а. Хүн ам хэдээр нэмэгдсэн бэ? Тоон утгыг бичээрэй.  
 б. Хэдэн хувиар өссөн бэ?
- 82** Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэж, хариуг стандарт хэлбэрт бич.  
 а.  $5.2 \times 10^3 \times 6.5 \times 10^7 \times 2.3 \times 10^2$       б.  $7.3 \times 10^4 \times 11.2 \times 10^5 \times 2.5 \times 10^3$
- 83** Өгсөн мэдээлэл дэх тоонуудыг аравтын бутархай хэлбэрт бич.  
 а. Хүний үсний диаметр  $9.0 \times 10^{-4}$  см  
 б. Агаарын молекулын хэмжээ  $9.0 \times 10^{-9}$   
 в. Цахилгаан цэнэгийн хэмжээ  $4.8 \times 10^{-10}$  электрон нэгж
- 84** Нарны масс ойролцоогоор  $1.98 \times 10^{33}$  кг байдаг. Энэ тоог аравтын бутархайгаар дүрсэлбэл 8-ын цифрийн ард хэдэн тэг бичигдэх бэ?
- 85** Эрдэмтэд галактикийн массыг ойролцоогоор  $2.95 \times 10^{41}$  кг гэж тогтоожээ. Энэ тоог аравтын бутархайгаар дүрсэлбэл 5-ын цифрийн ард хэдэн тэг бичих бэ?

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 1

- 1** а. 64, 16, 4, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{32}$  тоонуудыг 2 суурьтай зэрэг хэлбэрт бич.  
 б. 81, 27, 9, 3, 1,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{27}$ ,  $\frac{1}{81}$  тоонуудыг  $\frac{1}{3}$  суурьтай зэрэг хэлбэрт бич.
- 2** Илэрхийллийн утгыг ол.  
 а.  $7^{14} \times 7^{-12}$       б.  $9^{-7} \div 9^{-8}$       в.  $(2^3)^{-2}$       г.  $8^{-12} \times 8^{10}$   
 д.  $8^{-2} \times 4^3$       е.  $9^{-6} \times 27^5$       ж.  $10^0 \div 10^{-3}$       з.  $125^{-4} \div 25^{-5}$
- 3** Ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтын өмнө гаргаж, тэнцэтгэлийг батал.  
 а.  $\frac{51^7 - 51^6}{25} = 2 \times 51^6$       б.  $\frac{5^{23} - 5^{21}}{24} = 5^{21}$       в.  $\frac{25^7 + 5^{13}}{30} = 5^{12}$   
 г.  $\frac{16^5 + 2^{15}}{33} = 2^{15}$       д.  $\frac{8^7 - 2^{18}}{14} = 2^{17}$       е.  $\frac{79^2 + 79 \times 11}{30} = 237$
- 4** Илэрхийллийн утгыг ол.  
 а.  $3^{-2} \times 3^4 \times 3^{-3}$       б.  $3^5 \div 9^2 \times 27^{-1}$       в.  $(3^{-2})^3 \times 27^3$       г.  $4^3 \times 2^{-4}$
- 5** Илэрхийллийн утгыг ол.  
 а.  $\sqrt{3364}$       б.  $\sqrt{20} \times \sqrt{70} \times \sqrt{14}$       в.  $\sqrt{21 \times 65 \times 39 \times 35}$
- 6** Илэрхийллийг хялбарчил.  
 а.  $\sqrt{6} - (\sqrt{96} - (\sqrt{24} - \sqrt{6}))$       б.  $(\sqrt{128} - \sqrt{32})^2 (2\sqrt{8} + 8\sqrt{2})^2$
- 7** Тэгш өнцөгтийн урт ба өргөнийг см-ээр тоймлоход 13 см ба 8 см болсон бол тоймлохын өмнөх:  
 а. Ургын авч болох хамгийн их утга  
 б. Өргөний авч болох хамгийн бага утга  
 в. Тэгш өнцөгтийн талбайн авч болох хамгийн бага утгыг ол.
- 8**  $(3.7 \times 10^{11}) \times (9.06 \times 10^{-4})$  үйлдлийг гүйцэтгэж, хариугаа стандарт хэлбэрт бич.
- 9** Өгсөн тоонуудыг:  
 а. Буурах эрэмбээр бич.  $4 \times 10^{-5}$ ,  $3.5 \times 10^{-6}$ ,  $8.9 \times 10^{-2}$ ,  $5.078 \times 10^{-4}$   
 б. Өсөх эрэмбээр бич.  $4 \times 10^5$ ,  $3.5 \times 10^6$ ,  $8.9 \times 10^2$ ,  $5.078 \times 10^4$
- 10** Хөлийн хумс цагт 0.000 000 000 007 323 метр ургадаг гэж үзвэл энэ тоог мм-ээр илэрхийлж, хариугаа стандарт хэлбэрт бич.
- 11** Хүний үс цагт 0.000 000 000 170 877 метр ургадаг бол энэ хэмжээг 3 тэмдэгтээр тоймлож, стандарт хэлбэрт бич.

## II БҮЛЭГ. ПРОЦЕНТ, ХАРЬЦАА, ПРОПОРЦ

### Процент



Банк хадгаламжийн хүүг тооцохдоо энгийн болон нийлмэл хүү гэсэн 2 аргаар тооцдог. Энгийн хүүг тодорхой хугацааны дараа болон жил бүрийн эцэст үндсэн дүнгээс ижил хэмжээгээр боддог бол нийлмэл хүүг үндсэн дүн, өмнөх хугацаанд бодогдсон хүүгийн дүнгийн нийлбэрээс бодно. Өөрөөр хэлбэл энгийн хүү нь хүүгийн хүү гэж боддоггүй.

**Жишээ 1.** Иргэн Бат 5 сая төгрөгийг банканд 2 жилийн хугацаатай хадгалуулах болжээ.

- Жилийн 15%-ийн энгийн хүүгийн аргаар тооцвол 2 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ?
- Жилийн 15%-ийн нийлмэл хүүгийн аргаар тооцвол 2 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ?
- Аль нь ашигтай байх вэ? Тооны машин хэрэглэн тооцоолж ол.

**Хариу:** а. 6.5 сая төг б. 6 сая 612500 төг

Нийлмэл хүүгээр бодох томьёо:

$$m \times \left(1 + \frac{q}{100}\right)^n$$

$m$  - анх байсан мөнгө  
 $q$  - нийлмэл хүүгийн хэмжээ  
 $n$  - жил

Бид нар өмнөх ангид уусмалд бодисын эзлэх хувийг олох, хайлш дахь металлын агууламжийг олох, жимсний чийглэгийг олох гэх мэт харьцаа, процент оролцсон хольцын бодлогууд бодож чаддаг болсон. Одоо хоёр өөр агууламжтай металлуудыг нийлүүлэн хайлуулахад үүсэх хайлшны агууламжийг олъё.

**Жишээ 2.** 40%-ийн зэс агуулсан зэс төмрийн 30 кг хайлшийг 60%-ийн зэс агуулсан зэс төмрийн 15 кг хайлштай хольж хайлуулжээ. Үүссэн хайлш хэдэн хувийн зэсийн агууламжтай вэ?

**Бодолт:** Шинэ хайлш доторх зэсийн эзлэх хувийг  $x$  гэе.  
Дараах төлөвлөгөөний дагуу бодъё.

- 30 кг зэс, төмрийн хайлшинд эзлэх зэсийн хэмжээг олно.
- 15 кг зэс, төмрийн хайлшинд эзлэх зэсийн хэмжээг олно.
- Дээрх хоёр хайлшийг хольж хайлуулахад үүссэн шинэ хайлшинд эзлэх зэсийн хэмжээг олно.

**I.** 30 кг хайлшны 40% болох зэсийн хэмжээ  $0.3 \times 40 = 12$  кг болно.

**II.** 15 кг хайлшны 75% болох зэсийн хэмжээ  $0.12 \times 75 = 9$  кг болно.

**III.** Шинэ хайлшинд байх зэсийн нийт хэмжээ нь  $12 + 9 = 21$  кг буюу энэ нь нийт хайлшны  $(30 + 12 = 42$  кг) хэдэн процент болохыг олбол:

$$x = \frac{21}{42} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% \text{-ийн зэсийн агууламжтай.}$$



**Жишээ 3.** 75%-ийн 2 литр спиртийн уусмал дээр хэдэн литр ус нэмж 40%-ийн спирт гарган авах вэ?

**Бодолт:** Нэмэх усны хэмжээг  $x$  гэе. Дараах төлөвлөгөөний дагуу бодож, хариугаа шалга.

- I. 2 литрийн 75%-ийг олно.
- II. Өгсөн нөхцөлөөр тэгшитгэл зохиож, бодно.
- III. Хариугаа шалгана.

Уусмалд эзлэх бодисын хувийг уусмалын концентраци гэнэ.

$$40\% = \frac{2}{5}$$

I. 2 литрийн 75% нь  $0.02 \times 75 = 1.5$  л

II.  $(2 + x) \times \frac{2}{5} = 1.5$  тэгшитгэлийн хариу нь  $x = 1.75$  литр болно.

III.  $\frac{2}{5} \times (2 + 1.75) = 1.5$  зөв байна.

- 1 Биесийн тамирын төрөлжсөн сургалттай сургуулийн сурагчдын 65% нь хөвгүүд байв. Хэрэв тэнд 245 охид суралцдаг бол тус сургууль нийт хэдэн сурагчтай вэ?
- 2 600 000 төгрөгийн үнэтэй пальто хямдраад 525 000 төгрөгийн үнэтэй болжээ. Хэдэн хувиар хямдарсан бэ?
- 3 Сурагч математикийн 40 онооны тестээр 31 оноо авчээ. Тэр даалгаврын хэдэн хувийг гүйцэтгэсэн бэ?
- 4 2013 он, 2014 онд улсын хэмжээгээр тоологдсон малын тоог мянгатаар тоймлон хүснэгтээр өгчээ. Хүснэгтийг ашиглан асуултад хариул.

	Адуу	Үхэр	Тэмээ	Хонь	Ямаа
2013 он (мян. толгой)	2619.4	2909.5	321.5	20066.4	19227.6
2014 он (мян. толгой)	2995.8	3413.9	349.3	23214.8	22008.9

<http://www.nso.mn>

- а. Таван хошуу малын тоо 2014 онд өмнөх оноос тус бүр хэдэн толгой малаар нэмэгдсэн бэ?
- б. Таван хошуу малын тоо 2014 онд өмнөх оноос тус бүр хэдэн хувиар өссөн бэ?
- 5 Монгол айл, өрх орлогынхоо 40%-аас дээших орлогыг хүнсэнд зарцуулдаг гэсэн судалгаа бий. Та нар гэр бүлийнхээ орлого, зарлагын тооцоог хийж, хүнсэнд хэдий хэмжээний ямар төрлийн зардал гаргаж байгааг тооцоолж олоод дүгнэлт хийгээрэй.
- 6 Тэлмэн хүнсний үйлдвэрт 120 сая төгрөгийн хөрөнгө оруулалт хийж, жил бүр 12%-ийн ашиг авахаар гэрээ байгуулжээ.
  - а. Тэрээр 2 жилийн дараа хэдэн төгрөгийн ашигтай ажиллах вэ?
  - б. Хэдэн жилийн дараа хөрөнгө оруулалтын зардлаа олсон байх вэ?
- 7 Унадаг дугуйг нэмэгдсэн өртгийн татварын хамт 1199 000 төгрөгөөр худалджээ. Дугуйны үнэ татвар нэмэхээс өмнө ямар байсан бэ? (нэмэгдсэн өртгийн татвар 10% гэж тооцно)

- 8 Монгол улсын хүн амын тоог мянгатаар тоймлон хүснэгтээр өгчээ. Хүснэгтийг ашиглан:

Он	2004 он	2008 он	2012	2013 он
Хүн амын тоо (мянгаар)	2521.7	2666	2867.5	2930.3

- а. 2013 онд 2004, 2008 оны хүн амын тооноос тус бүр хэдэн хувиар нэмэгдсэн бэ?
- б. 2013 онд хүн амын тоо өмнөх жилээс хэдэн хувиар өссөн бэ?
- в. 2014 оны эцэст хүн амын тоо өмнөх жилээс 2.2%-иар өссөн бол хэдэн хүнээр нэмэгдсэн бэ?
- г. Монгол улсын хүн амын 62% нь усны ноцтой хомсдолд орсон гэсэн олон улсын судалгаа гарсан байна. Энэ нь 2014 оны хүн амын тоогоор бодоход хэд болох вэ?

Нэг хүнд ногдох усны жилийн хэрэгцээ 1000 м<sup>3</sup> -аас буурахад тухайн улсыг усны ноцтой хомсдолд орсон гэж үздэг байна.

- 9 Мэдээллийг ашиглан бодлого зохиож, бод.

- Монгол Улсын нутаг дэвсгэрт 2014 онд 81715 хүүхэд мэндэлсэн нь төрөлтийн түүхэн дэх хамгийн өндөр үзүүлэлт боллоо. 1988 онд 75832 хүүхэд, 2013 онд 79780 хүүхэд төрсөн нь тухайн үедээ хамгийн өндөр үзүүлэлт байсан байна. [www.nco.mn](http://www.nco.mn)

- 10 Маралыг төрөхөд аав, ээж хоёр нь түүний нэр дээр 500 мянган төгрөгийн хадгаламжийн данс нээлгэжээ. Хэрэв банкны хадгаламж энгийн хүүгээр жилд 12% бол 18 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ? Томьёо зохиож болох уу? Хариуг тохиромжтой байдлаар тоймлон ол.

- 11 Автомашины үнэ жил тутам анх худалдаж авсан үнийн дүнгийнхээ 8%-тай тэнцэх үнээр буурдаг гэж үзвэл:

- а. 14 сая төгрөгөөр худалдаж авсан автомашин 1 жилийн дараа ямар үнэтэй болох вэ?
- б. 1 жилийн дараа автомашины үнэ 8.28 сая төгрөг болсон бол анх ямар үнэтэй байсан бэ?

- 12 19 аяга чихрийн уусмал дээр 1 аяга чихэр нэмж хутгажээ. Үүссэн уусмал 24%-ийн чихэр агуулж байсан бол анх байсан уусмалын хэдэн хувь нь чихэр байсан бэ?

- 13 I төрлийн хросол 12%-ийн элсэн чихэр, 8%-ийн давс, II төрлийн хросол 3%-ийн чихэр, 7%-ийн давс агуулна. Эдгээрээс харгалзан 300, 200 граммыг авч нийлүүлэн хутгавал хэдэн грамм чихэр болон давс агуулсан хросол гарах вэ?

Давс, элсэн чихрийг өгсөн харьцаагаар усанд уусгасан бодисыг хросол гэх бөгөөд хордлого тайлахад эмийн журмаар хэрэглэдэг.

- 14** 90%-ийн 500 мл спиртийн уусмал дээр 100 мл ус нэмбэл хэдэн градусын спиртийн уусмал болох вэ?
- 15** 10%-ийн 10 г натрийн уусмал дээр 30%-ийн 30 г натрийн уусмал нэмэхэд хэдэн хувийн хэдэн грамм натрийн уусмал болох вэ?
- 16** 30%-ийн зэс агуулсан зэс, төмрийн 20 кг хайлшийг 70%-ийн зэс агуулсан 30 кг зэс, төмрийн хайлштай хольж хайлуулжээ. Үүссэн хайлш хэдэн хувийн зэсийн агууламжтай вэ?
- 17** Гар чийдэнгийн зайг шалгах төхөөрөмжөөр үзэхэд 12 цаг ажиллах хүчин чадалтай байв. Зайны хүчин чадлыг нэмэгдүүлснээр 40 минутаар илүү ажиллах боломжтой болжээ. Зайны хүчин чадал хэдэн хувиар нэмэгдсэн бэ?
- 18** Суудлын машины үнэ ашигласан жилээсээ шалтгаалан тодорхой хувиар буурдаг. Дараах хүснэгтийг ашиглан машины үнийн анхны үнээс буурсан хувийг олж, хүснэгтэд нөхөж бич.

Машины ашиглалт	Үнэ (сая төгрөг)	Үнийн өөрчлөлтийн хувь
Шинэ машин	15 сая	0 процент
1 жил ашигласан	12 сая	
2–3 жил ашигласан	10 сая	
4–5 жил ашигласан	8 сая	

- 19** Банкны үйлчлүүлэгч 1.2 сая төгрөгийг жилийн 16%-ийн хүүтэй хадгалуулжээ. а. 1 жилийн дараа б. 2 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ?
- 20** Банкны үйлчлүүлэгч банканд 1 жилийн хугацаатай мөнгө хадгалуулаад 5 сая төгрөгтэй болжээ. Хэрэв хадгаламжийн жилийн хүү нь: а. 8% б. 9.8% в. 12% бол анх хэдэн төгрөгтэй байх байсан бэ? Хариугаа 3 тэмдэгтээр тоймло.
- 21** Дараах хадгаламжийн нөхцөлийн аль нь илүү ашигтай вэ? а. 300 000 төгрөгийг 12%-ийн энгийн хүүтэй 3 жил хадгалуулах б. 300 000 төгрөгийг 11%-ийн нийлмэл хүүтэй 3 жил хадгалуулах Хариултаа тайлбарла.
- 22** Хоёр найз нэг жижиг төсөлд хамтарч ажиллахаар болж, нэг нь 500 000 төгрөг, нөгөө нь 200 000 төгрөгийн хөрөнгө оруулжээ. Хэрэв тэд сард дунджаар 20%-ийн ашигтай ажиллаж, ашгаа тэнцүү хувааж авдаг бол оруулсан мөнгөө тус бүр хэдэн сарын дараа олж авах вэ?
- 23** Машины элэгдэл жилд дунджаар анхны үнийн 15% гэж үзвэл: а. 9 сая төгрөгийн үнэтэй авсан машинаа 2 жилийн дараа худалдахад ямар үнэтэй болох вэ? Машины үнэ анхны үнээс хэдэн хувиар буурсан бэ? б. 12 сая төгрөгний үнэтэй авсан машинаа 2 жилийн дараа худалдахад ямар үнэтэй болох вэ? Машины үнэ анхны үнээсээ хэдэн хувиар буурсан бэ?
- 24** Угаалгын шингэн 650 мл багтаамжтай тусгай саванд савлагдсан бөгөөд түүний гадна “25%-ийн нэмэгдэлтэй” гэж бичжээ. Зориулалтын буюу ердийн савны хэмжээг ол.

- 25** Энхжингийн халаасны мөнгө жил бүр, төрсөн өдрөөр нь 20% өсдөг байв. Хэрэв түүнийг 16 настай байхад эцэг, эх нь түүнд 7 хоногт 30 000 төгрөг өгдөг байсан бол:
- 15 настай байхад нь
  - 14 настай байхад нь 7 хоногт хэдэн төгрөг өгдөг байсан бэ?
- Хариугаа 2 тэмдэгтээр тоймло.

- 26** Залуу гэр бүл шинэ орон сууц худалдаж авахаар барилгын компанитай гэрээ байгуулжээ. Уг гэрээгээр урьдчилгаа 40% болох 15 сая төгрөгийг төлөөд үлдсэн мөнгийг 2 жилийн дотор төлөхөөр тохиролцжээ. Орон сууц ямар үнэтэй вэ? Хүснэгтийг нөх.

Төлөх хугацаа	Урьдчилгаа	Дараагийн 1 жилд	Хоёр дахь жилд
Эзлэх хувь	40%	35%	25%
Орон сууцны үнэ	15 сая төгрөг		

- 27** Дэлгүүр бөөний худалдааны төвөөс кг нь 4000 төгрөгийн үнэтэй 40 кг алим худалдан авчээ. Худалдагч үүний 20 кг-ыг 45%-ийн ашигтай худалджээ. Үлдсэн 20 кг-ыг 40%-ийн ашигтай худалдсан бол худалдагч нийт хэдэн төгрөгийн ашигтай ажилласан бэ?
- 28** Сургуулийн бүх сурагчдын 35% нь эрэгтэй ба эрэгтэй сурагчдын 40%, эмэгтэй сурагчдын 20 % нь "А" сурдаг бол энэ нь нийт сурагчдын хэдэн хувь болох вэ?
- 29** Фермийн эзэн 6 сая төгрөгийг банк бус санхүүгийн байгууллагад жилийн 12%-ийн нийлмэл хүүтэй хадгалуулжээ. а. 1 жилийн дараа  
б. 2 жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болох вэ?
- 30** 36 кг жинтэй зэс ба тугалганы хайлш 45 хувь зэс агуулна.60 хувийн зэстэй болгохын тулд уг хайлш дээр хэдий хэмжээний цэвэр зэс нэмэх вэ?
- 31** 50 кг зэс ба тугалганы хайлшинд 6 кг тугалга нэмэхэд зэсийн эзлэх хувь нь 9 хувиар багасна. Анх хайлш дотор хэдэн кг тугалга байсан вэ?
- 32** Нэг дэх саванд 6 кг, хоёр дахь саванд 4 кг жинтэй хоёр өөр концентрацитай давсны уусмал байв. Хэрэв уг хоёр уусмалыг хооронд нь холивол 35%-ийн давсны уусмал гарах ба, хэрэв ижил хэмжээтэйг авч холивол 36%-ийн давсны уусмал гардаг бол:
- Анх хоёр сав тус бүрд байсан уусмалд эзлэх давсны хувийг ол.
  - Нэг дэх савнаас 2 кг-ыг, хоёр дахь савнаас 3 кг-ыг авбал уг уусмал нийт хэдэн кг давс агуулах вэ?



### Уусмалын концентраци

- Уусмалын концентрацийг (уусгасан бодисын эзлэх хувийг) олоорой.
- 300 г 20%-ийн давсны уусмалд хэдэн грамм давс уусгасан бэ?
  - Дээрх уусмал дээр 100 г ус нэмбэл уусмалд давс хэдэн хувийг эзлэх вэ?
  - Анхны уусмал дээр 20 г давс нэмбэл хэдэн хувийн давсны уусмал болох вэ?
  - Анхны уусмал дээр 30%-ийн 150 г уусмал нэмэхэд үүсэх уусмалд давсны эзлэх хувийг олоорой.

### Харьцаа, пропорц

- Охины сургууль болон гэрийн хоорондох зай 600 м. Таван өдөр охин ямар хурдтайгаар сургууль руугаа явсныг хүснэгтээр харуулжээ.
- а. Өдөр тус бүр явсан хугацааг олоорой.
- б. Хугацааг олох томъёо зохиож, функцийн графикийг байгуулаарай.
- в. Хурд ба хугацаа ямар хамааралтай вэ? Дүгнэлт гаргаарай

Хурд км/ц	4	2.5	3	6	5
Хугацаа					

**Жишээ 4.** Тойргийн диаметр тойргийн урттайгаа ямар хамааралтай вэ? Тойргийн диаметрийг 2 дахин ихэсгэхэд тойргийн урт хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?

**Бодолт:** Хүснэгт зохиож, нөхнө.

Тойргийн урт (см)	5	10	15	20	25	30	35
Диаметр (см)			4.8				

Жишээ нь, тойргийн урт 15 см байхад диаметрийг олъё.  
 $C = \pi d$  энэ томъёоноос диаметрийг олбол:

$$d = \frac{C}{\pi}, \text{ үүнд } \pi \approx 3.14 \text{ гэж үзвэл } d = \frac{15}{3.14} = \frac{15}{3.14} = 4.77707... \approx 4.8 \text{ см байна.}$$

Тойргийн урт мөн 2 дахин ихэснэ.

Тойргийн уртыг олох  
 $C = 2\pi r, d = 2r$   
 $C = \pi d$

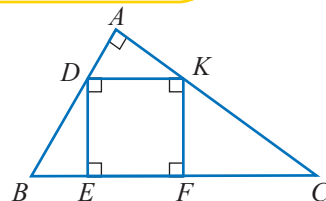
Тойргийн урт диаметртэйгээ шууд пропорционал хамааралтай байна.

**Жишээ 5.**  $\angle A = 90^\circ$  ба  $DEFK$ -квадрат,  $BE = 4$  см,  $FC = 9$  см байх тэгш өнцөгт гурвалжинд багтсан квадратын талын уртыг ол. Дараах төлөвлөгөөний дагуу бодож олоорой.

- I. Зураг дээрээс төсөөтэй гурвалжнуудыг олж, бичих
- II. Шууд пропорционал хамаарлын харьцаа бичих
- III. Харьцаануудаар квадратын тал оролцсон пропорц зохиох
- IV. Пропорцыг бодох, хариугаа шалгах, тайлбарлах

**Бодолт:**  $DK = DE = KF = EF = x$  гэе.

$$\triangle BDE \sim \triangle FKC \Rightarrow \frac{FC}{DE} = \frac{KF}{BE} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36, x = 6, \text{ пропорцыг шалгавал } 6 \times 6 = 4 \times 9, 36 = 36 \text{ зөв байна.}$$



**Алтан харьцаа** нь хүний бие, далайн дун хясаа, модны мөчир гээд маш олон зүйл дээр ажиглагддаг. Эртний Грек, Египет, Ромд алтан харьцааг барилга, урлагийн салбарт ашиглаж байсан.

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$



**?** Алтан харьцаа мөн үү?

Дараах харьцаануудыг өөрийн бие дээр хэмжиж, шалгаарай.

- Хүний гарын урт нь хурууны үзүүрээс тохой хүртэлх урттай алтан харьцаатай.
- Хурууны үеүд ч алтан харьцаатай.  
Хурууны урт эхний хоёр үеийн уртуудын нийлбэртэй алтан харьцаатай.
- Хүний амны урт хамрын өргөнтэй алтан харьцаатай.



**33** Ханборгоцой, нимбэг, алимын шүүс тус бүрээс 7:5:4 харьцаатай авч жимсний холимог шүүс бэлтгэжээ.

- 80 мл
- 1 литр жимсний холимог шүүс бэлтгэхэд дээрх жимсний шүүс тус бүрээс ямар хэмжээтэй орох вэ?

**34** Хөх, улаан, шар өнгөтэй будгуудыг хольж 200 мл өөр өнгөтэй будаг гаргав. Эдгээр өнгийн будгуудаас:

- 1 : 1 : 2
- 3 : 3 : 2
- 9 : 4 : 3 харьцаатай авбал тус бүр ямар хэмжээтэй орох вэ?

**35** Мэдээллийг ашиглан асуултад хариул.

Монгол Улсын төрийн далбааны  $\frac{1}{3}$  болох дундах хэсэг нь мөнх тэнгэрийн хөх, түүний хоёр тал нь мандан бадрахын бэлгэдэл улаан өнгөтэй. Далбааны өргөн ба уртын харьцаа 1 : 2 байдаг.



- Далбааны уртыг 30 см авбал өргөн нь ямар болох вэ?
- Өргөнийг 8 см авбал урт нь ямар болох вэ?
- Дээрх хоёр тохиолдол тус бүрд хөх ба улаан хэсгийн талбайнуудын харьцааг олж, дүгнэлт гарга.

**36** Гар бөмбөгийн талбайн хэмжээ нь 18 м × 9 м байдаг. Мэдээллийг ашиглан:

- Талбайн урт ба өргөний харьцааг ол.
- Энэ харьцааг алдагдуулахгүйгээр 200 дахин багасгасан план зураг зурж, урт ба өргөний хэмжээг ол.
- Хэрэв план зургийг 6 см × 3 см хэмжээтэй зурвал зургийн масштаб ямар болох вэ?



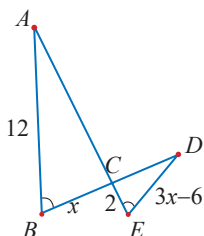
**37** 2019 оны 7 дугаар сарын 29-ний өдрийн Голомт банкны ханшаар 1 иен ≈ 24.81 төгрөгтэй тэнцэж байсан бол:

- 1000 иен, 20 000 иен, 500 000 иен тус бүр хэдэн төгрөгтэй тэнцэх вэ?
- 5000 төг, 120 000 төг, 1 сая төгрөг хэдэн иентэй тэнцэх вэ?



- 38 Нэг хүнд ногдох газрын хэмжээ Улаанбаатар хотод 0.07 га гэж үзье.
- 0.07 га хэдэн метр квадрат талбай вэ?
  - Урт ба өргөн нь бүхэл тоогоор илэрхийлэгдэх дээрх хэмжээтэй газрыг хэдэн янзаар сонгож авч болох вэ? Эдгээрийг харьцаагаар хэрхэн илэрхийлэх вэ?
  - Харьцаануудаас хамгийн тохиромжтой нь аль вэ? Хариугаа тайлбарла.
  - Урт ба өргөн ямар хамааралтай байна вэ?

39



Зураг ашиглан:

- Асуудал шийдвэрлэх төлөвлөгөө зохиож бод.
- Гурвалжны талбайнуудын харьцааг талуудын харьцаатай жишиж, дүгнэлт гарга.

$$x=?$$

- 40 Япон инженерүүдийн бүтээсэн дэлхийн хамгийн хурдан галт тэрэг 603 км/ц хурдтай явдаг.



- 1.5 цаг, 2.5 цагт хэдэн километр зам туулах вэ?
  - 30 мин, 15 мин, 1 минутад ямар зам туулах вэ?
  - 1 секунд, 30 секундэд ямар зам туулах вэ?
- Хурдны нэгжийг м/с-ээр илэрхийлж, дүгнэлт гарга.

- 41 Хүнсний үйлдвэрийн ажилчин тус бүр нэг цагт 40 талх үйлдвэрлэдэг.
- 6 ажилчин 40 талхыг
  - 3 ажилчин 240 талхыг
  - 10 ажилчин 600 талхыг тус бүр ямар хугацаанд хийх вэ?

- 42 Улаанбаатараас Горхи-Тэрэлжийн байгалийн цогцолбор газар хүртэл машинаар 66 км замыг 1цаг 12 минут явжээ. Машин ямар хурдтай явсан бэ? Хэрэв план зураг дээр явсан замыг 6.6 см-ээр дүрсэлсэн бол:
- Газрын зургийн масштабыг ол.
  - План зураг дээрх 10.2 см зайд харгалзах бодит зайг ол.

- 43 8 адууг 30 өдөр тэжээхэд 2800 кг өвс хэрэглэдэг бол үүнтэй адил хэмжээгээр 10 адууг тэжээхэд 4500 кг өвс хэдэн өдөр хүрэлцэх вэ?

- Дадлага ажил. Алтан харьцааг тооцоолж олох
- Талуудын харьцаа нь  $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  байх тэгш өнцөгтийг алтан харьцаатай тэгш өнцөгт гэе.
- Зураач, уран бүтээлчид алтан харьцаагаар дүрс, юмсыг зурахад төгс харагддаг гэж үздэг байна.
- а.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  илэрхийллийн утгыг тооны машинаар бодож, түүний дэлгэц дээр гарсан хариуг бүтнээр нь бич.
- б. Хариугаа 0.0001 нарийвчлалтай тоймлож бич.

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

1





*Нийлмэл үзэгдлийн магадлал*

- Хайрцагт 7 хөх, 3 улаан харандаа байв.
- Таамгаар нэг харандаа авч өнгийг нь бүртгээд буцаан хийж дахин нэг харандаа авч өнгийг нь бүртгэнэ. Хоёр дахь харандааны өнгө хөх байх үзэгдлийн магадлал эхний харандааны өнгөөс хамаарах уу? Ярилцаарай.
- Хайрцагт 7 хөх, 3 улаан харандаа байв. Таамгаар нэг харандаа авч өнгийг нь бүртгээд буцааж хийхгүйгээр дахин нэг харандаа авч өнгийг нь бүртгэнэ. Хоёр дахь харандааны өнгө хөх байх магадлал эхний харандааны өнгөөс хамаарах уу? Ярилцаарай.

*A, B үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг  $P(A \cup B)$ , нэгэн зэрэг буюу дэс дараалж илрэх үзэгдлийн магадлалыг  $P(A \cap B)$  гэж тэмдэглэдэг.*

**Үл хамаарах үзэгдлүүд**  
*A үзэгдэл илрэх эсэх нь B үзэгдэл илрэхэд нөлөөлөхгүй бол эдгээр үзэгдлүүдийг үл хамаарах үзэгдлүүд гэнэ.*

**?** Үл хамаарах *A, B* үзэгдлүүдийн магадлал харгалзан  $P(A), P(B)$  бол  $P(A \cap B)$  магадлалыг хэрхэн олох вэ?

Хоёр зоосон мөнгийг зэрэг орхиход нэг зоос аль талаараа буух нь нөгөө зоосны аль талаараа буухад нөлөөлөхгүй. Иймээс

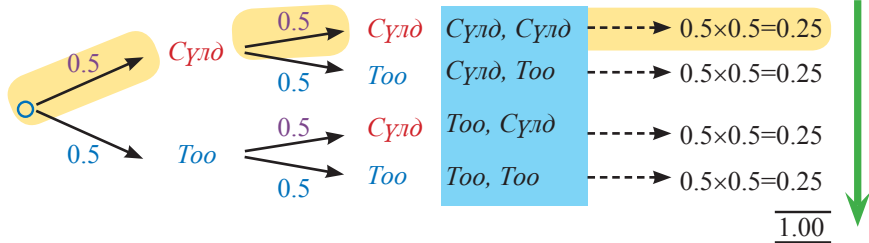
энэ туршилтаар үл хамаарах хоёр үзэгдэл зэрэг илэрнэ. Энэ туршилт нь зоосон мөнгийг хоёр удаа орхих туршилттай адил юм.

**Зоосон мөнгийг хоёр удаа орхих туршилт**

Зоосон мөнгийг хоёр удаа орхиход *сүлд сүлд, сүлд тоо, тоо сүлд, тоо тоо* гэсэн 4 эгэл үзэгдэл илрэх боломжтой бөгөөд эдгээр үзэгдлүүд нийцгүй байна. (зэрэг явагдах боломжгүй)

Бүх боломжийн тоо 4, эгэл үзэгдлүүдийн илрэх боломж ижил учраас тус бүрийнх нь магадлал нь  $\frac{1}{4}$ -тэй тэнцүү байна.

Модны схемийг анхааралтай ажиглаж, асуултад хариулаарай.



**Модны схем ашиглан магадлалыг олж, дүгнэлт хийгээрэй.**

- Зоосон мөнгийг хоёр дахь удаа орхиход гарсан үр дүн эхний удаагийн орхилтын үр дүнгээс хамаарах уу?
- Яг нэг сүлд буух үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ? Магадлалыг ол.
- Яг нэг тоо буух үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ? Магадлалыг ол.
- Ядаж нэг сүлд буух үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ? Магадлалыг ол.

Нийцгүй  $A, B$  үзэгдлүүдийн магадлал харгалзан  $P(A), P(B)$  бол  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  байна.

Үл хамаарах  $A, B$  үзэгдлүүдийн магадлал харгалзан  $P(A), P(B)$  бол  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  байна.

- 1 Шоо ба зоосон мөнгийг зэрэг орхих туршилт хийжээ.
  - а. Шоо ямар тоогоор тусах нь зоосон мөнгө аль талаараа буухаас хамаарах уу?
  - б. Энэ туршилтад хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
  - в. Шоо сондгой тоогоор, зоос сүлдээр буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
- 2 Шоог хоёр удаа орхих туршилт хийжээ.
  - а. Шоо хоёр дахь орхилтоор ямар тоогоор тусах нь эхний удаагийн орхилтоос хамаарах уу?
  - б. Хоёр орхилтод хоёуланд нь анхны тоо буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
- 3 Хоёр шоог зэрэг хаях туршилт хийв.
  - а. Энэ туршилтын дүнд нийт хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
  - б. Нэг шоо сондгой, нөгөө шоо тэгш тоогоор тусах үзэгдлийн магадлалыг ол.
- 4 Сагсан бөмбөгийн А, Б хоёр тамирчин холын зайнаас цагаригт бөмбөг шидэх дасгал хийж байв. А тамирчны оноо авах магадлал 0.7, Б тамирчны оноо авах магадлал 0.6 бол:
  - а. Хоёр тамирчин хоёулаа оноо авах
  - б. А тамирчин оноо авч Б тамирчин оноо авахгүй байх
  - в. Б тамирчин оноо авч А тамирчин оноо авахгүй байх
  - г. Хоёр тамирчин хоёулаа оноо авахгүй байх үзэгдлүүдийн магадлалыг ол.
  - д. Нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
  - е. Бүх эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэрийг ол.
- 5 Хоёр уутанд улаан, цагаан өнгийн шагай байв. Эхний уутанд 2 цагаан, 3 улаан шагай байсан ба нөгөө уутанд 3 цагаан, 3 улаан шагай байсан бол уут бүрээс нэг, нэг шагай таамгаар авахад хоёул цагаан байх магадлалыг ол.
- 6 9а ангийн сурагчдын 60% эрэгтэй, 8б ангийн сурагчдын 40% эрэгтэй байв. Анги бүрээс нэг, нэг сурагч таамгаар сонгоход хоёул эмэгтэй сурагч байх магадлалыг ол.

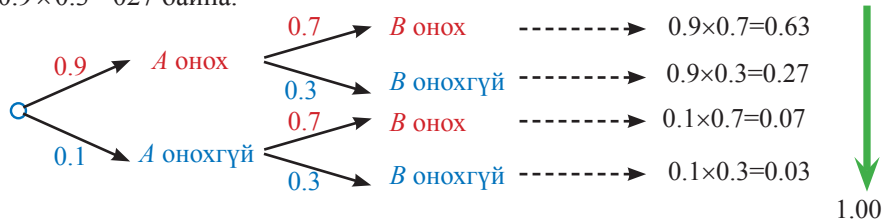
**Жишээ 1.** Буудлагын А, Б хоёр тамирчин байг буудав. А тамирчны байг онох магадлал 0.9, Б тамирчны байг онох магадлал 0.7 бол:

- Тамирчин тус бүр байг онохгүй байх үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
- Энэ туршилтад нийт хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
- Эдгээр үзэгдлүүд нийцтэй юу? Илэрч болох бүх эгэл үзэгдлийн магадлалыг хэрхэн тооцоолох вэ?
- Ядаж нэг тамирчин байг онох үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
- Яг нэг тамирчин байг онох үзэгдлийн магадлалыг ол.

**Бодолт:**

- А тамирчин байг онохгүй байх үзэгдлийн магадлал 0.1, тамирчин байг онохгүй байх үзэгдлийн магадлал 0.3 байна.
- Туршилтын үр дүнд нийт 4 эгэл үзэгдэл илэрч байна.
- Эдгээр 4 үзэгдэл нэгэн зэрэг илрэх боломжгүй учир нийцгүй. А тамирчны буудлагын дүнд Б тамирчны буудлагын дүнд нөлөөлөхгүй. Өөрөөр хэлбэл үзэгдлүүд үл хамаарах учраас модны мөчрийн дагуух магадлалуудыг үржүүлнэ.

**Жишээлбэл,** А тамирчин оноод, Б тамирчин онохгүй байх үзэгдлийн магадлалыг олохын тулд А тамирчны онох магадлал 0.9-ийг Б тамирчны онохгүй байх үзэгдэл 0.3-аар үржүүлнэ. Иймээс энэхүү үзэгдлийн магадлал  $0.9 \times 0.3 = 0.27$  байна.



- Ядаж нэг тамирчин байг онох үзэгдэл 3 эгэл үзэгдлээс тогтох бөгөөд магадлал нь  $0.63 + 0.27 + 0.07 = 0.97$  байна.
- Яг нэг тамирчин байг онох үзэгдэл 2 эгэл үзэгдлээс тогтох бөгөөд магадлал нь  $0.27 + 0.07 = 0.34$  байна.

**7** Нэг хайрцагт 2 хар, 2 цагаан бөмбөг, нөгөө хайрцагт 2 цагаан, 3 хар бөмбөг байв. Эхний хайрцагас нэг бөмбөг таамгаар авахад хар бөмбөг гарч ирэх үзэгдлийг А, хоёр дахь хайрцагас нэг бөмбөг таамгаар авахад цагаан бөмбөг гарч ирэх үзэгдлийг В гэж тэмдэглэе.

- А, В үзэгдлүүд үл хамаарах үзэгдлүүд мөн үү?
- А, В үзэгдлүүд нэгэн зэрэг илрэх магадлалыг ол.
- А, В үзэгдлүүдийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг ол.
- А, В үзэгдлүүдийн аль нь ч илрэхгүй байх магадлалыг ол.

- 8** 1 - 4 тоо бүхий ээрүүл эргүүлэхийн зэрэгцээ шоо орхих туршилт хийжээ. Энэ туршилтын үр дүнд дэс дараалсан хоёр үзэгдлээс тогтох нийлмэл үзэгдэл илрэнэ.
- Бүх боломжит эгэл үзэгдлийг хүснэгтээр харуулаарай. Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү юу?
  - Ээрүүл тэгш тоогоор тогтох, шоо сондгой тоогоор тусах үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ? Уг үзэгдлийн магадлалыг ол.
  - Ээрүүл ба шооны тооны нийлбэр 8-тай тэнцэх үзэгдэл хэдэн эгэл үзэгдлээс тогтох вэ? Магадлалыг олоорой.
  - Магадлал нь  $\frac{1}{12}$ -тэй тэнцүү ямар нэгэн үзэгдлийг ол.
- 9** Зоосон мөнгийг 3 удаа орхих туршилт хийв.
- Туршилтын дүнд нийт хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү байж чадах уу?
  - Бүх боломжит эгэл үзэгдлийн магадлалын нийлбэр 1-тэй тэнцүү болохыг шалгаж учрыг нь тайлбарлаарай.
  - Зоосон мөнгө аль талаараа тусах нь өмнөх орхилтын үр дүнгээс хамааралтай юу? Гурван удаа сүлд буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
- 10** Цэгийн оронд тохирох үгийг нөхөж бичээрэй.  
Дэс дараалсан үл хамаарах хоёр буюу хэд хэдэн үзэгдлээс тогтох үзэгдлийн магадлалыг олохын тулд тухайн үзэгдлүүдийн магадлалыг .....  
Хоёр буюу хэд хэдэн нийцгүй үзэгдлийн ядаж нэг нь илрэх магадлалыг олохын тулд тухайн үзэгдлүүдийн магадлалыг .....
- 11** Уутанд 10 улаан, 20 ногоон өнгийн чихэр байв. Уутанд гараа оруулан тэмтэрч чихэр гаргаж ирэхэд ногоон өнгөтэй байв. Дахин нэг чихэр гаргаж ирэхэд улаан өнгөтэй байх магадлалыг ол.
- 12** Батын цүнхэнд 4 улаан, 4 ногоон харандаа байв. Тэрээр цүнхнээсээ таамгаар нэг харандаа гаргаж ирэхэд тэр нь ногоон өнгийнх байв. Дахин нэг харандаа гаргаж ирэхэд бас ногоон байх магадлал ямар байх вэ?

**Жишээ 2.** Уутанд улаан, шар өнгийн үрлэн чихэр байв. Гараа уутанд хоёр удаа оруулан тэмтэрч нэг нэг чихэр гаргаж ирэх туршилт хийж байна.

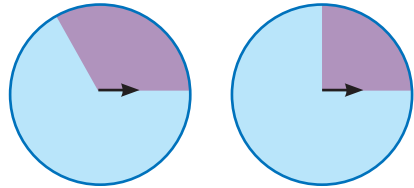


- Энэ туршилтын үр дүнд нийт хэдэн ялгаатай эгэл үзэгдэл илэрч болох вэ? Бүх боломжит эгэл үзэгдлийг тоочиж бич.
- Уутанд улаан чихэр 5, шар чихэр 5 байсан бол эхлээд улаан өнгийн чихэр, дараа нь шар өнгийн чихэр гарч ирэх магадлал ямар байх вэ?
- Уутанд улаан чихэр 10, шар чихэр 8 байсан бол хоёр улаан чихэр гарч ирэх магадлал ямар байх вэ?
- Уутанд байгаа чихрийн тоо мэдэгдэхгүй боловч хоёр улаан чихэр гарч ирэх үзэгдлийн магадлал 0.6, хоёр шар чихэр гарч ирэх магадлал 0.3 байсан бол хоёр өөр өнгийн чихэр гарч ирэх магадлалыг олж болох уу?

**Бодолт:**

- а. Энэ туршилтаар хоёр улаан чихэр гарч ирэх, хоёр шар чихэр гарч ирэх, эхлээд улаан чихэр дараа нь шар чихэр гарч ирэх, эхлээд шар чихэр дараа нь улаан чихэр гарч ирэх гэсэн дөрвөн эгэл үзэгдэл илрэх ба эдгээр нь нийцгүй байна.
- б. Эхлээд улаан чихэр гарч ирэх үзэгдлийн магадлал  $\frac{5}{10}$ -тай тэнцүү, хэрэв улаан чихэр гарч ирсэн бол 9 чихэр үлдэх ба эндээс шар өнгийн чихэр гарч ирэх үзэгдлийн магадлал  $\frac{5}{9}$ -тай тэнцүү байна. Иймээс олох ёстой магадлал  $\frac{5}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$  болно.
- в. Эхлээд улаан чихэр гарч ирэх үзэгдлийн магадлал  $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ -тай тэнцүү, хэрэв улаан чихэр гарч ирсэн бол 17 чихэр үлдэх ба эндээс улаан өнгийн чихэр гарч ирэх үзэгдлийн магадлал  $\frac{9}{17}$ -тэй тэнцүү байна. Иймээс олох ёстой магадлал  $\frac{5}{9} \times \frac{9}{17} = \frac{5}{17}$  болно.
- г. Ижил өнгийн чихэр гарч ирэх ба өөр өнгийн хоёр чихэр гарч ирэх үзэгдлүүд эсрэг үзэгдлүүд байна. Эсрэг үзэгдлүүдийн магадлалын нийлбэр 1-тэй тэнцүү байдгийг бид 7 дугаар ангиасаа мэддэг билээ. Иймээс өөр өнгийн хоёр чихэр гарч ирэх магадлал  $1 - 0.6 - 0.3 = 0.1$  байна.

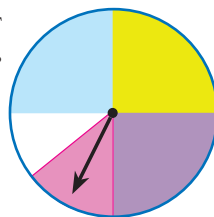
- 13** Нэг хүрдний гуравны хоёр нь цэнхэр үлдсэн нь ягаан, нөгөө хүрдний дөрөвний гурав нь цэнхэр, үлдсэн нь ягаан өнгөөр будагдсан байв. Хоёр хүрдийг зэрэг эргүүлэхэд хэсэг хугацааны дараа зогсох бөгөөд сум аль нэг өнгийн секторыг заана.



- а. Энэ туршилтаар хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
- б. Хоёр хүрдний сум ижил өнгийн секторыг заах магадлалыг ол.
- в. Хоёр хүрдний сум өөр өнгийн секторыг заах магадлалыг ол.
- 14** Туяаг зусланд амарч байхад гэрээс нь хүн ирэх магадлал 0.2, найзуудын аль нэг нь эргэж ирэх магадлал 0.4 байв. Тэгвэл дараах үзэгдлүүдийн магадлалыг модны схем ашиглан ол.
- а. Зөвхөн гэрээс хүн ирэх
- б. Зөвхөн найз нар ирэх
- в. Гэрээс хүн ирэх ба мөн найз нар нь ирэх
- г. Хэн ч ирэхгүй байх
- 15** Болдын хичээллэдэг сагсан бөмбөгийн секц эрэгтэй, эмэгтэй хоёр дасгалжуулагч багштай. Болд төвийн тоглогчоор томилогдох магадлал эрэгтэй багш бэлтгэл удирдсан тохиолдолд 0.5, эмэгтэй багш бэлтгэл удирдсан тохиолдолд 0.3 байв. Харин өнөөдөр эрэгтэй багш ирэх магадлал 0.6 бол Болд төвийн тоглогчоор томилогдох магадлал өнөөдөр ямар байх вэ?

16 Зурагт үзүүлсэн хүрдийг хоёр удаа эргүүлэх туршилт хийв. Хүрд хэсэг хугацааны дараа зогсоход голд нь хөдөлгөөнгүй бэхэлсэн зүү аль нэг секторыг заана.

- а. Зүү 2 удаа ягаан секторыг заах магадлалыг ол.
- б. Зүү 2 удаа цэнхэр секторыг заах магадлалыг ол.



17 Гурван хараацай нисэж байв. 15 секундйн дараа тэд нэг хавтгай дээр байх магадлал ямар байх вэ?



**Эгшиг ба гийгүүлэгч**

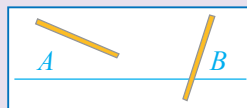
“ЗУРАГ” гэсэн үгийн үсгүүдээс таамгаар хоёрыг сонгох туршилт хийжээ.

Сонгосон үсгүүдэд

- а. 2 гийгүүлэгч таарах
- б. 2 эгшиг таарах
- в. Эгшиг ба гийгүүлэгч таарах магадлалыг тус тус ол.
- Олсон магадлалуудын нийлбэрийг тооцоолж, дүгнэлт хийгээрэй.

**Харьцангуй давтамж**

- Дадлага ажил. Хавтгай руу зүү хаях Бюффоны туршилт
- Хэрэглэгдэхүүн. 4.2 см хэмжээтэй савх 1 ширхэг, бичгийн цаас 1 ширхэг, бүртгэлийн хуудас, тооны машин.
- а. Бичгийн цаасан дээр хоорондоо  $L=5$  см зайтай параллел шулуунууд татна.
- б. Савхны оронд толгойг нь цэвэрлэсэн чүдэнзний мод авч болно. Учир нь чүдэнзний модны урт ойролцоогоор  $a=4.2$  см байдаг.
- в. Савхыг цааснаас дээш 20 см-ийн өндрөөс унагана.
- г. Савх цаасан дээр унасны дараа шугамыг огтлоогүй  $A$  байрлал, шугамыг огтолсон  $B$  байрлалын алинд байгааг бүртгэж давтамжийн хүснэгтэд тэмдэглэнэ.
- д. Туршилтыг 30-аас цөөнгүй удаа давтаж хийнэ. Үзэгдэл тус бүрийн давтамжийг туршилтын тоонд харьцуулсан харьцангуй давтамжийг тооцоолно.
- е.  $B$  үзэгдлийн харьцангуй давтамж  $p$ -г  $\frac{2.38}{p}$  харьцаанд орлуулж утгыг нь олно.



	Давтамж	Харьцангуй давтамж ( $p$ )
$A$ үзэгдэл		
$B$ үзэгдэл		

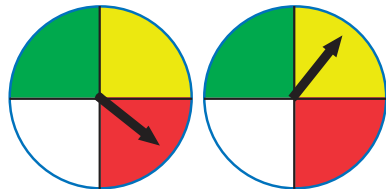
- а.  $A$ ,  $B$  хоёр үзэгдийн харьцангуй давтамжийн нийлбэр хэдтэй тэнцэх вэ?
- б. Туршилтаар  $A$  үзэгдлийн давтамжийг тооцохгүй орхиж болох байсан уу?

- в. Сурагч параллел шулуунуудын хоорондох зайг  $L=31$  см, савхны уртыг  $a=40$  см байхаар сонгоод уг туршилтыг 100 удаа давтан хийхэд  $B$  үзэгдлийн харьцангуй давтамж  $p=0.49$  гарчээ. Ингээд  $\frac{2L}{ap}$  харьцаанд орлуулж үзэхэд хариу нь ойролцоогоор 3.16 гарсан байна. Энэ хариу та нарын гаргасан хариунаас хэр зөрүүтэй байна вэ?
- г. Ямар учраас  $\frac{2.38}{p}$  харьцаа авсны учрыг тайлбарлаарай.
- д.  $\frac{2.38}{p}$  харьцааны тоон утга геометрийн ямар тогтмол хэмжигдэхүүнийг илэрхийлж байна вэ?

Бюффон  
томьёо:  
 $P(B) = \frac{2L}{ap}$

- 18** Нэг шоо ба хоёр зоосон мөнгийг зэрэг орхих туршилт хийж байв.
- Туршилтын үр дүнд нийт хэдэн эгэл үзэгдэл илрэх вэ? Эгэл үзэгдлүүд ижил магадлалтай юу?
  - Шоо тэгш тоогоор, хоёр зоосон мөнгөний ядаж нэг нь сүлд буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ? Энэ үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, магадлалыг нь ол.
- 19** Хоёр шагайг зэрэг орхих туршилтаар хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?
- Эгэл үзэгдлүүд ижил боломжтой юу?
  - Шагайг нэг удаа орхиход морь буух үзэгдлийн магадлал  $p$  бол хоёр шагайг зэрэг орхиход хоёр морь буух үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
  - Энэ үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, магадлалыг нь ол.

- 20** Улаан, цагаан, ногоон, шар өнгийн тэнцүү секторуудад хуваагдсан хоёр өнгөт хүрд байв. Хүрдийн голд бэхэлсэн зүүг эргүүлэхэд хэсэг хугацааны дараа аль нэг сектор дээр тогтоно. Энэ туршилтад нийт хэчнээн эгэл үзэгдэл илрэх вэ?



- Хоёр хүрдний зүү
- Ижил өнгийн секторыг заах үзэгдлийн магадлалыг ол.
  - Ядаж нэг цагаан секторыг заах үзэгдлийн магадлалыг ол.
  - Яг нэг цагаан секторыг заах үзэгдлийн магадлалыг ол.
  - Ядаж нэг улаан секторыг заах үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийн магадлалыг ол.



**Жорж Луи Бюффон(1707-1788).** Францын эрдэмтэн. Биологи, математик, утга зохиол, байгалийн шинжлэл гэх мэт олон салбарт судалгаа хийж байв. Тэрээр 1777 онд хоорондоо  $L$  зайтай параллел шулуунууд бүхий хавтгай руу  $a$  урттай зүү хаяхад шулууныг огтлох магадлалыг тодорхойлох асуудлыг шийдсэнээр  $\pi$  тоог өндөр нарийвчлалтай олох аргыг нээжээ.

## ДАВТАХ

**21** Шоо ба зоосон мөнгийг зэрэг орхиход шоо "3" гэсэн талаараа, зоос тоогоор тусах магадлал ямар байх вэ?

**22** Хоёр шоог зэрэг орхих туршилт хийв. Дараах үзэгдлүүдийн магадлалыг олоорой:

- Хоёр шоо хоёул 2 гэсэн тоогоор тусах
- Хоёр шоо 5-аас бага тоогоор тусах
- Ядаж нэг шоо 5-аас багагүй тоогоор тусах

**23** Гимнастик, теннисээр хичээллэдэг 36 сурагчдын хэн нь ч хоёр спортоор зэрэг хичээллэдэггүй.

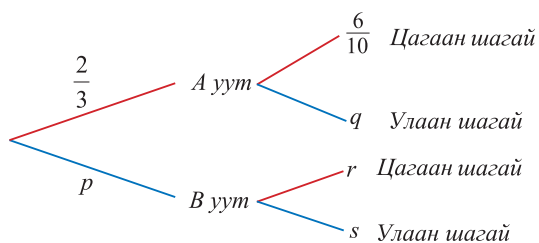
	Гимнастик	Теннис	Бүгд
Охид	6		14
Хөвгүүд		15	
Бүгд			

- Хүснэгтийг гүйцээж нөх.
- Эдгээрээс нэг сурагч таамгаар сонгоход охин байх магадлал ямар байх вэ?
- Санамсаргүй сонгосон нэг сурагч гимнастикаар хичээллэдэг байх үзэгдлийн магадлалыг ол.
- Санамсаргүй сонгосон нэг охин теннис тоглодог байх магадлалыг ол.

**24** Билгүүн сургуульдаа автобусаар явдаг. Автобус цагаасаа хоцрох магадлал 0.1. Хэрэв автобус хоцорч ирвэл Зориг хичээлээсээ хоцрох магадлал 0.8. Хэрэв автобус хоцроогүй бол Зоригийн хичээлээсээ хоцрох магадлал 0.05.

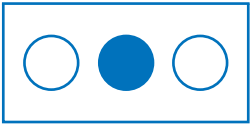
- Автобус ч цагаасаа хоцорч, Зориг ч хичээлээсээ хоцрох магадлалыг ол;
- Зориг хичээлээсээ хоцрох магадлалыг ол.

**25** Маралын өмнө тус бүр 10 шагайтай  $A$ ,  $B$  хоёр уут байна. Тэр аль нэг уутыг санамсаргүй авч, нэг шагай таамгаар авна.  $A$  уутыг сонгох магадлал  $\frac{2}{3}$ ,  $A$  уутанд 4 улаан, 6 цагаан шагай,  $B$  уутанд 2 улаан, 8 цагаан шагай байв. Энэ туршилтын модны схемийг доор үзүүлэв.



- $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ -ийн утгуудыг ол.
- $A$  уут сонгож, түүнээс нэг цагаан шагай авах магадлалыг ол.
- Маралын санамсаргүй сонгосон шагай цагаан байх магадлал ямар байх вэ?



- 26** Шагайг нэг удаа орхиход тэмээ буух үзэгдлийн магадлал  $p$  бол шагайг хоёр удаа орхих туршилтаар илрэх:
- Хоёр тэмээ буух
  - Яг нэг удаа тэмээ буух
  - Ядаж нэг удаа тэмээ буух үзэгдлүүдийн магадлалыг ол.
- 27** Туршилтын үр дүнд илрэх бүх эгэл үзэгдлийн олонлог  $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$  ба бүх эгэл үзэгдлүүд ижил магадлалтай.  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{b, d, e\}$  бөгөөд  $A, B$  нь үл хамаарах үзэгдлүүд бол  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$ -г тус тус ол.
- 28** Бат 6 ширхэг хар өнгийн оймс, 4 ширхэг бор өнгийн оймстой бөгөөд мөн 2 хар гутал, 3 бор гуталтай байв. Тэрээр оймс ба гутлаа таамгаар сонгож өмсөхөд оймс, гутал хоёр нь ижил өнгөтэй байх магадлалыг ол.
- 29** Хайрцагт улаан, цагаан, ногоон өнгөтэй гурван бөмбөг байв. Хайрцагас нэг бөмбөг авч, өнгийг нь бүртгээд буцааж хийх туршилтыг хоёр удаа давтан хийв.
- Туршилтад илрэх бүх эгэл үзэгдлийг жагсаан бич. Эгэл үзэгдлүүд тэнцүү магадлалтай юу?
  - Ижил өнгөтэй хоёр бөмбөг гарч ирэх үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ? Уг үзэгдлийн магадлал ямар байх вэ?
  - Ижил өнгөтэй хоёр бөмбөг гарч ирэх үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, магадлалыг нь ол.
- 30** Хайрцагт хоёр цагаан, нэг хөх өнгөтэй бөмбөг байв. Хайрцагас нэг бөмбөг авч, өнгийг нь бүртгээд буцааж хийх туршилтыг хоёр удаа хийв.
- 
- Туршилтаар илрэх бүх эгэл үзэгдлийг жагсаан бич. Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү байх уу?
  - Ялгаатай өнгөтэй хоёр бөмбөг гарч ирэх үзэгдлийн магадлалыг модны схем ашиглаж ол.
  - Ялгаатай өнгөтэй хоёр бөмбөг гарч ирэх үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, магадлалыг нь ол.
- 31** Уутанд хоёр улаан, нэг ногоон өнгөтэй шагай байв. Уутнаас нэг шагай авч, өнгийг нь бүртгээд өөр уутанд хийх туршилтыг хоёр удаа хийв.
- Туршилтаар илрэх бүх эгэл үзэгдлийг жагсаан бич.
  - Ижил өнгөтэй хоёр шагай гарч ирэх үзэгдэлд хэдэн эгэл үзэгдэл харьяалагдах вэ?
  - Ижил өнгөтэй хоёр шагай гарч ирэх үзэгдлийн эсрэг үзэгдлийг нэрлэж, энэ үзэгдэлд харьяалагдах эгэл үзэгдлийг жагсаан бич.
- 32** Уутанд 10 улаан, 25 цагаан бөмбөг байв. Уутнаас таамгаар нэг бөмбөг авахад цагаан байв. Цагаан бөмбөгийг буцааж хийгээд дахин нэг бөмбөг уутнаас авахад улаан байх магадлалыг ол.

33 Анги 35 сурагчтай бөгөөд тэдний 60% нь эрэгтэй сурагч байв. Таамгаар нэг сурагч сонгоход эмэгтэй сурагч таарах магадлалыг ол.

34 Хоёр шоог зэрэг орхиход тусах нүднүүдийн нийлбэр нь 9 гарах магадлалыг ол.

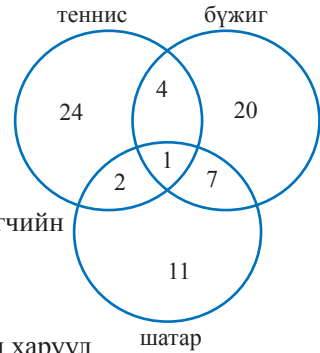
35 9в ангийн бүх сурагч дугуйланд явдаг байв.

а. Хэдэн сурагч зөвхөн шатрын дугуйланд хамрагддаг вэ?

б. Теннис, бүжгийн дугуйланд хамрагддаг сурагчийн тоог олоорой.

в. Шагар, бүжгийн дугуйланд хамрагддаггүй сурагчийн тоог олоорой.

г. Анги хэдэн сурагчтай вэ?



36 Олонлогууд дээрх үйлдлийг диаграммаар дүрслэн харуул.

а.  $A \cup (B \cap C)$  б.  $A \setminus (B \cup C)$  в.  $A \cap (B \cup C)$

37 Хайрцагт нэгэн ижил 20 харандаа байв. Эдгээрийн 13 нь ягаан, 7 нь улбар шар өнгөтэй байв. Хайрцагаас 1 харандаа сугалж аван буцааж хийгээд ахиад 1 харандаа авав. Энэ туршилтын хувьд:

Бүх боломжийн тоог харуулсан модны диаграмм зур. Модны диаграммаа ашиглан дээрх туршилтаар:

а. 2 ягаан б. 2 улбар шар в. 1 ягаан, 1 улбар шар харандаа сонгогдох магадлалыг ол.

38 Хайрцагт улаан, хөх, цагаан өнгийн будаг байв. Хэрэв хайрцагаас таамгаар нэг будаг авахад:

- Улаан өнгийн будаг сонгогдох магадлал  $\frac{1}{3}$
- Хөх ба цагаан өнгийн будгийн харьцаа 2 : 3
- Цагаан өнгийн будаг 18 байсан бол:

а. Хайрцагт нийт хэдэн будаг байсан бэ?

б. Хөх өнгийн будаг сонгогдох магадлалыг ол.

39 Гэрлэн дохионы улаан гэрэл асах магадлал 0.3, ногоон гэрэл асах магадал 0.65 бол шар гэрэл асах магадлалыг ол.

40 Биллиардын улаан бөмбөг сонгогдох магадлал  $\frac{15}{21}$  бол бусад өнгийн бөмбөг сонгогдох магадлалыг ол.

41 Хайрцагт улаан 3, 5 шар, 2 хөх өнгийн ижил хэмжээтэй шоонууд байв. Хайрцагаас санамсаргүй нэг шоо авахад тэр нь хөх эсвэл шар бөмбөг сонгогдохгүй байх магадлалыг ол.

42 Хоёр шоог зэрэг орхиж, туссан нүднүүдийн тоог үржүүлэх туршилт хийв.

а. Туршилт нийт хэдэн боломжтой вэ?

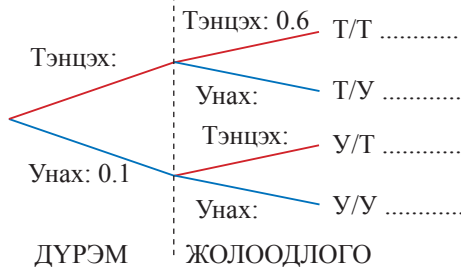
б. Үржвэр 3-д хуваагдах магадлалыг ол.

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 2

- 1** 80 онооны тестийн үнэлгээгээр 50 онооноос дээш оноо авсан бол хангалттай гэсэн үнэлгээ авах байв. Хоёр сурагчийн нэг нь 45%-ийн, нөгөө нь 60%-ийн гүйцэтгэлтэй хийжээ. Тэд тус бүр хэдэн оноо авсан бэ? Шалгалтдаа тэнцсэн үү?
- 2** Тодорхой хугацаанд гудамжаар явж өнгөрсөн машины төрлийг бүртгэж, үр дүнг хүснэгтэд үзүүлэв.
- а. Нийт 80 машин явж өнгөрсөн бол суудлын машин хэд байсан бэ?  
 б. Ачааны машин ба мотоциклийн тоо нийлээд хэд байсан бэ?

Машины төрөл	Суудлын машин	Автобус	Ачааны машин	Мотоцикл
Эзлэх хувь	60%	20%	12%	8%

- 3** Тэгш өнцөгтийн урт, өргөн нь 20 см, 10 см байв. Хэрэв урт ба өргөнийг 10%-иар ихэсгэсэн бол:
- а. Урт ба өргөн нь ямар урттай болсон бэ?  
 б. Тэгш өнцөгтийн талбай хэдэн процентоор нэмэгдсэн бэ?
- 4** 15 км зайг газрын зураг дээр 5 см-ээр дүрсэлжээ. Газрын зургийн масштабыг  $1:n$  хэлбэрт бич.
- 5** Барилгын ажилчин 10 хүрц цементийг 25 хүрц элстэй хольж, зуурмаг бэлтгэжээ.
- а. Цемент ба элсний харьцааг ол.  
 б. Харьцаагаа  $1:n$  хэлбэрт бич.
- 6** Билгүүн 21 ширхэг хөл бөмбөгийн зурагтай наалтыг 8400 төгрөгөөр худалдан авчээ. а. 7 ширхэг б. 12 ширхэг в. 50 ширхэг наалтны үнийг ол.
- 7** Билгүүн жолооны дүрмийн шалгалтдаа унах магадлал 0.1 байв. Харин түүний жолооны дадлагын шалгалтад тэнцэх магадлал 0.6 байсан бол:
- а. Модны схемийг гүйцээж зур.  
 б. Хоёр шалгалтад хоёуланд нь тэнцэх магадлалыг ол.  
 в. Зөвхөн 1 шалгалтад тэнцэх магадлалыг ол.



- 8** Охин зоос ба шоог нэгэн зэрэг хаяв. Туршилтын бүх үр дүнг модны диаграммаар харуул. Модны диаграммаа ашиглан:
- а. Сүлд ба 3-ын тоо буух  
 б. Тоо ба 4-өөс их нүдээр буух  
 в. Тоо ба 3-ын тоо эсвэл сүлд ба 1-ийн тоо буух магадлалыг ол.

# IV БҮЛЭГ. АЛГЕБРЫН ИЛЭРХИЙЛЭЛ, ТЭГШИТГЭЛ, ТЭНЦЭТГЭЛ БИШ

## Алгебрын илэрхийлэл

### Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлах

○ Гишүүнчлэн	а. $3xy^2(2x^3 - 5x^2y)$	Үржигдэхүүн	в. 91
○ Үржүүл.	б. $(x+5)(2x-4)$	болгон задал.	г. $12x^4 - 9x^3y + 6x^5$

Бүхэл тоог хоёроос цөөнгүй бүхэл тооны үржвэр хэлбэртэй бичихийг үржигдэхүүн болгон задлах гэнэ. Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задална гэдэг нь түүнийг нэг гишүүнт ба олон гишүүнтийн үржвэр, эсвэл хоёроос цөөнгүй олон гишүүнтийн үржвэр хэлбэрт бичихийг хэлнэ.

**?** Нэг гишүүнтийг олон гишүүнтээр, олон гишүүнтийг олон гишүүнтээр хэрхэн үржүүлэх вэ? Ярилцаарай.

**Жишээ 1.** Гишүүнчлэн үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $4a^2(a^3 + 2a^2 - 3a + 4)$       б.  $(x^2 + 2y)(x^2 - 3xy + 2y^2)$

**Бодолт:**

а.  $4a^2(a^3 + 2a^2 - 3a + 4) = 4a^5 + 8a^4 - 12a^3 + 16a^2$

б.  $(x^2 + 2y^2)(x^2 - 3xy + 2y^2) =$   
 $= x^4 - 3x^3y + 2x^2y^2 + 2y^2x^2 - 6xy^3 + 4y^4 =$   
 $= x^4 - 3x^3y + 4x^2y^2 - 6xy^3 + 4y^4$

Нэг гишүүнтээр олон гишүүнтийн нэмэгдэхүүн тус бүрийг үржүүлнэ.

- Нэг олон гишүүнтийн гишүүн бүрээр нөгөө олон гишүүнтийн гишүүн бүрийг үржүүлнэ.
- Төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэнэ.

**1** Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $(3a^2b)(4a^3b)$       б.  $(5x^2y)(-2x^2y^2)(4x^3y^3)$       в.  $\left(3\frac{1}{2}mn^4\right)(4mn)$   
 г.  $4x(2x-8)$       д.  $2p^2(3p-4q)$       е.  $5x^2y(4xy^3 + 3x^2y - 2)$

**2** Олон гишүүнтүүдийг үржүүлж, хялбарчил.

а.  $(x+3)(x+6)$       б.  $(x+2)(x^2 - 5x + 10)$       в.  $(a+b+c)(a-b-c)$   
 г.  $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$       д.  $4a(3b+2c) + 2b(4c-5a)$       е.  $(a+b)^3$

**3** 10 ба  $4x+3y$  талуудтай тэгш өнцөгтөөс 7 ба  $3x-y$  талуудтай тэгш өнцөгт зүсэж авчээ. Үлдсэн дүрсийн талбайг олох илэрхийлэл бичиж, хялбарчил.

**4** а. Тэгш өнцөгтийн талбайг олох илэрхийлэл бич.

б. Гишүүнчлэн үржүүлж, хялбарчил.

в.  $x=5, y=8$  үед талбайг ол.

$$x+y^2 \quad \boxed{\phantom{3x^2+2xy^2}}$$

$$3x^2+2xy^2$$

**Жишээ 2.** Ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтаас гарга.

а.  $6x+9y$     б.  $4x^2y+2xz$     в.  $12x^6y^5+18x^5y^9$

**Бодолт:** а.  $6x+9y = 3 \times 2x + 3 \times 3y = 3(2x+3y)$

Гишүүнчлэн үржүүлж шалгая:  $3(2x+3y) = 6x+9y$

б.  $4x^2y+2xz = 2x \times 2xy + 2x \times z = 2x(2xy+z)$

Гишүүнчлэн үржүүлж шалгаарай.

в.  $12x^6y^5+18x^5y^9 = 6x^5y^5(2x+3y^4)$

(Коэффициентүүдийн ХИЕХ нь, хувьсагчийн бага зэрэгтэй нь хаалтаас гарна.) Шалгаарай.

Хаалтаас ерөнхий үржигдэхүүн гаргах

$$\square \times \triangle + \square \times \bigcirc = \square(\triangle + \bigcirc)$$

**5** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $4x+2$     б.  $10x+15$     в.  $4y^2+6y$     г.  $56z^4-49z^3$   
 д.  $12a^2b^3+8a^2b$     е.  $24xy-16x^2y+32xy^2$     ж.  $-2x^5-14x^4$     з.  $9a^2b^2-3ab^3$

**6** Алдаг олж, залруул.

а.  $24m^3n^2-28m^2n^4 = 24m^2n^2(m-4n^2)$     б.  $36x^2+48y^2 = 12xy(3x+4y)$

Квадратуудын ялгавар:  $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$  (1)

Нийлбэрийн квадрат:  $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$  (2)

Ялгаврын квадрат:  $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$  (3)

**Жишээ 3.** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $4x^2-81$     б.  $x^2-20x+100$     в.  $x^2-6x+9-y^2$

**Бодолт:**

а.  $4x^2-81 = (2x)^2-9^2 = (2x-9)(2x+9)$  (1) адилтгалд  $a=2x, b=9$

б.  $x^2-20x+100 = x^2-2 \times x \times 10+10^2 = (x-10)^2$  (2) адилтгалд  $a=x, b=10$

в.  $x^2-6x+9-y^2 = (x-3)^2-y^2 = (x-3-y)(x-3+y)$  (1) адилтгалд

$a=x-3, b=y$  орлуулга хэрэглэсэн байна.

**7** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $9x^2-16y^2$     б.  $1-25k^2$     в.  $50a^2-32b^2$     г.  $(3x-1)^2-4$   
 д.  $a^2+10a+25-b^2$     е.  $x^4-81$     ж.  $25c^2-9d^2+5c+3d$

**8** Олон гишүүнтийг хоёр гишүүнтийн квадрат хэлбэрт бич.

а.  $x^2-12x+36$     б.  $4y^2+36x+81$     в.  $x^2-14xy+49y^2$     г.  $9p^2-30pq+25q^2$

**9** Олон гишүүнтийг хоёр гишүүнтийн квадрат байхаар гүйцээж бич.

а.  $9a^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 64$     б.  $\underline{\hspace{2cm}} y^2 + 16y + 1$     в.  $4z^2 + 28z + \underline{\hspace{2cm}}$

## Бүлэглэх арга

Олон гишүүнтийн бүх гишүүнд агуулагдсан ерөнхий үржигдэхүүн байхгүй үед үржигдэхүүн болгон задлах нэг арга бол бүлэглэх арга юм.

**Жишээ 4.** а.  $(2x-1)(3y+2)$  гишүүнчлэн үржүүл.

б.  $6xy-3y+4x-2$  олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

**Бодолт:** а.  $(2x-1)(3y+2) = (2x-1) \times 3y + (2x-1) \times 2 = 6xy - 3y + 4x - 2$ .

$$\begin{aligned} \text{б. } 6xy - 3y + 4x - 2 &= (6xy - 3y) + (4x - 2) = 3y(2x - 1) + 2(2x - 1) = \\ &= (2x - 1)(3y + 2) \end{aligned}$$

**Жишээ 5.**  $x^2 - 3x + 3y - y^2$  Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

**Бодолт:**  $x^2 - 3x + 3y - y^2 = x^2 - y^2 - 3x + 3y =$  1 ба 4 дүгээр гишүүнийг бүлэглэв.

$$\begin{aligned} (x-y)(x+y) - 3(x-y) &= \text{Эхний бүлгийг квадратуудын ялгаврын} \\ &= (x-y)(x+y-3) \text{ томьёогоор задалж, хоёр дахь бүлгээс } -3\text{-ыг} \\ &\text{ерөнхий үржигдэхүүн болгон хаалтаас гаргав.} \end{aligned}$$

$(x-y)$ -ийг ерөнхий үржигдэхүүн болгон хаалтаас гаргав.

**10** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $10ay - 5by + 2ax - bx$

б.  $6ay - 15xy - 4ab + 10bx$

в.  $a^2 + ab + ac + bc$

г.  $p^2 + pb + pc + bc$

д.  $d^2 + db - (dc + bc)$

е.  $x^2 + xb + xc + bc$

ж.  $x^2 - xy - 2x + 2y$

з.  $a^2 - ab - 3a + 3b$

и.  $5a^2 - 5ax - 7a + 7x$

к.  $x^3 + 3x^2 + 3x + 9$

л.  $m^3 - m^2 + 6m - 6$

м.  $x^3 - x + 2x^2 - 2$

**11** Олон гишүүнтийг бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $4x + 2 + 2xy + y$

б.  $ax + bx - ab - b^2$

в.  $3x^2 - 2x + 3xy - 2y$

г.  $xy + 5x + 3y + 15$

д.  $2pr - 7qr + 6p - 21q$

е.  $x^3 - 6x^2 + 7x - 42$

**12** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $24a^2 - 3b + 4a - 18ab$

б.  $6x^2 - 5y + 15x - 2xy$

в.  $4x^4 + 4x^3 - 16x^2 - 20y$

г.  $8p^2 + 20pq + 2pq^2 + 5q^3$

д.  $8s^2t - 40st + 16s^2 - 80s$

е.  $9x^2y^2 + 45xy + 9xy^2 + 45x^2y$

**13** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $128x - 2x^3$

б.  $(x+5)^2 - (x-3)^2$

в.  $mn^2 - 4m + 5n^2 - 20$

г.  $x^2 + 4xz - y^2 + 4yz$

д.  $x^2 - 8xy + 16y^2 - 1$

е.  $5x^2y + 20x^2 - 45y - 180$

**14\*** Олон гишүүнтийг бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

б.  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

в.  $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$



### Тодорхой бус коэффициент

$ax^3 + 36x^2 + bx + 27$  олон гишүүнт үржигдэхүүнд задардаг бол мэдэгдэхгүй байгаа коэффициентийг олоорой.

- Дадлага ажил. Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлах
- Ярилцаж дараах асуултад хариулах замаар олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задална.
- а.  $9x - ax + x^2$    б.  $x^2 - 4$    в.  $x^2 - 8x + 16$    г.  $x^2 - 5x + ux - 5y$
- 1. Ерөнхий үржигдэхүүнтэй олон гишүүнт аль нь вэ? Энэ олон гишүүнтээс ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтаас гарга.
- 2.  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  квадратуудын ялгаврын томьёо шууд ашиглаж болох олон гишүүнт байна уу? Байвал түүнийг томьёо хэрэглэн үржигдэхүүн болгон задал.
- 3.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  ялгаврын квадратын томьёо ашиглах боломжтой олон гишүүнт аль вэ? Түүнийг квадрат хэлбэртэй бич.
- 4. Гишүүдийг хоёр хоёроор бүлэглээд, бүлэг бүрээс ерөнхий үржигдэхүүн гаргаж болохоор олон гишүүнт аль вэ? Хаалтан дотор ижил илэрхийлэл үлджэ байна уу? Түүнийг ерөнхий үржигдэхүүн болгон хаалтаас гарга.

**Жишээ 6.**  $x^2 + 6x + 5$  олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задалья.  
Дээрх дадлага ажлын асуултуудын дагуу оролдож үзээрэй.  
Аль ч арга үр дүнгүй байна уу?

Ийм үед яах вэ? Дараах аргатай танилцацгаая.

**Бодолт:** Үржигдэхүүн болгон задлах нь олон гишүүнтийг үржүүлэх үйлдлийн урвуу үйлдэл тул ямар хоёр олон гишүүнтийг үржүүлбэл  $x^2 + 6x + 5$  олон гишүүнт гарахыг олъё.

$(x + 2)(x + 3)$  үржвэрийг олж, ажиглая.

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 2 \times 3 = x^2 + (3 + 2)x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

Эндээс харвал  $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$

5 нь 3 ба 2-ын нийлбэр

6 нь 3 ба 2-ын үржвэр

Иймд  $x^2 + 6x + 5$  олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задлахын тулд үржвэр нь 5, нийлбэр нь 6 гарах хоёр бүхэл тоо олох хэрэгтэй болно. Үүнийг үржвэр нь 5 гарах тоонуудаас сонгож, турших замаар олно. Ийм тоонууд бол 1 ба 5 тул  $x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$  боллоо.

### Турших арга

- $x^2 + bx + c$  хэлбэрийн квадрат гурван гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон
- задлахын тулд  $m \times n = c$  ба  $m + n = b$  байх  $m, n$  хоёр бүхэл тоо олох хэрэгтэй.
- Хэрэв ийм тоонууд олдвол  $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$  болно.
  - $b, c > 0$  бол  $m, n > 0$
  - $c > 0, b < 0$  бол  $m, n < 0$
  - $c < 0$  бол  $m, n$ -эсрэг тэмдэгтэй байна.

**Жишээ 7.** Олон гишүүнтийг боломжтой бол үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $x^2 - 6x + 8$       б.  $y^2 + 5y + 3$       в.  $z^2 + z - 12$

**Бодолт:** а.  $x^2 - 6x + 8$  -ийг үржигдэхүүн болгон задлахын тулд үржвэр нь 8-тай, нийлбэр нь  $-6$ -тай тэнцүү хоёр бүхэл тоо олох хэрэгтэй. 8 эерэг ба  $x$ -ийн коэффициент нь сөрөг,  $-6$  байгаа тул хоёр бүхэл тоо хоёулаа сөрөг байх ёстой.

8-ын хуваагчууд	Хуваагчуудын нийлбэр
$-1 \times (-8) = 8$	$-1 + (-8) = -9$
$-2 \times (-4) = 8$	$-2 + (-4) = -6$

Олох тоо  $(-2)$  ба  $(-4)$  байна, иймд  $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$  болно.

Шалгая:  $(x - 2)(x - 4) = x^2 - 4x - 2x + 8 = x^2 - 6x + 8$

б.  $y^2 + 5y + 3$  -ыг үржигдэхүүн болгон задлахын тулд үржвэр нь 3, нийлбэр нь 5-тай тэнцүү байх **хоёр эерэг бүхэл тоо** олох хэрэгтэй.  $1 \times 3 = 3$  гэсэн ганц боломжтой юм. Гэтэл эдгээрийн нийлбэр 5-тай тэнцэхгүй. Иймд энэ олон гишүүнт үржигдэхүүн болон задрахгүй.

в.  $z^2 + z - 12$  илэрхийллийг үржигдэхүүн болгон задлахын тулд үржвэр нь  $-12$ , нийлбэр нь  $+1$  байх хоёр бүхэл тоо олно. Нэг нь эерэг (их тоо нь эерэг байна. Яагаад вэ?), нөгөө нь сөрөг тоо байх ёстой.

$-12$ -ын хуваагчууд	Хуваагчуудын нийлбэр
$-1 \times 12 = -12$	$-1 + 12 = 11$
$-2 \times 6 = -12$	$-2 + 6 = 4$
$-3 \times 4 = -12$	$-3 + 4 = 1$

$-3$  ба  $4$  тохирч байна, иймд  $z^2 + z - 12 = (z - 3)(z + 4)$  болно.

Шалгая:  $(z - 3)(z + 4) = z^2 + 4z - 3z - 12 = z^2 + z - 12$

**15** Олон гишүүнтийг боломжтой бол турших аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $x^2 + 9x + 18$       б.  $y^2 - 12y + 27$       в.  $k^2 - 8k - 10$       г.  $n^2 + 5n - 66$   
 д.  $x^2 + 13x + 12$       е.  $x^2 + 4x + 4$       ж.  $m^2 - 13m + 36$       з.  $p^2 - 7p - 8$

**16** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $-x^2 - 3x + 28$       б.  $2x^2 + 10x + 12$       в.  $2x^2 + 3x + 1$       г.  $6x^2 + 5xy - 6y^2$

**17** Нийлбэр ялгаврын квадрат хэлбэрт бич.

а.  $49c^2 + 28cd + 4d^2$       б.  $100x^2 + 80xy + 16y^2$   
 в.  $4c^2 - 32cd + 64d^2$       г.  $25x^2 - 60xy + 36y^2$   
 д.  $9x^2 - 48xy + 64y^2$       е.  $9p^2 + 72p + 144$

**18\*** Квадрат гурван гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $n^2 - 4n - 21$       б.  $y^2 + 3y - 10$       в.  $a^2 + 3a - 40$   
 г.  $2x^2 + 5x + 3$       д.  $3x^2 + 19x + 6$       е.  $2x^2 - 11x + 5$   
 ж.  $y^2 - 10y + 25$       з.  $2x^2 + 6x + 4$       и.  $a^2 - a - 2$



### Алгебрын бутархай илэрхийлэл

Хуваарьд нь хувьсагч оролцсон бутархайг алгебрын бутархай илэрхийлэл гэнэ. Жишээ нь:  $\frac{2}{a}$ ,  $\frac{5}{a-x}$ ,  $\frac{x-2}{x-1}$  гэх мэт.

Энэ бүлэгт бид алгебрын хялбар бутархайг хураах болон нэмэх, хасах, үржүүлэх, хуваах үйлдлүүдийн талаар судална. Алгебрын бутархайн үйлдлүүд нь энгийн бутархайн үйлдлүүдтэй ижил дүрэмтэй.

#### Алгебрын бутархайн үйлдлүүд

Хураах	$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b}$	(Хүртвэр ба хуваарийг ХИЕХ-д нь хуваана)
Өргөтгөх	$\frac{b}{a} = \frac{bc}{ac}$	(Хүртвэр ба хуваарийг ижил илэрхийллээр үржүүлнэ)
Үржүүлэх	$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{bd}{ad}$	(Хүртвэр ба хуваарийг харгалзуулан үржүүлнэ)
Хуваах	$\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{bc}{ad}$	(Хуваагч бутархайн хүртвэр хуваарийг сольж үржүүлнэ)

Эхлээд энгийн бутархайг хураах тухай авч үзье.  $\frac{36}{84}$  энгийн бутархайн хүртвэр хуваарийг ХИЕХ болох 12-т хуваахад үл хураагдах бутархайд шилжинэ.

Тухайлбал  $\frac{36}{84} = \frac{12 \times 3}{12 \times 7} = \frac{3}{7}$  болно.

Үүнтэй адилаар  $\frac{xy^2z}{x^2y}$  алгебрын бутархайн хүртвэр хуваарийг тэдгээрийн ерөнхий үржигдэхүүнд хуваавал:  $\frac{xy^2z}{x^2y} = \frac{xy \times yz}{xy \times x} = \frac{yz}{x}$  болно. Алгебрын бутархайн хүртвэр эсвэл хуваарьд олон гишүүнт тэдгээрийг эхлээд үржигдэхүүн болгон задална.

**Жишээ 8.**  $\frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2}$  бутархайг хураа.

**Бодолт:**  $\frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2} = \frac{x^2-3x-1x+3}{x^2+2x-1x-2} = \frac{x(x-3)-1(x-3)}{x(x+2)-1(x+2)} = \frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x-3}{x+2}$

**Жишээ 9.** Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $\frac{x}{3} \times \frac{y}{2}$     б.  $\frac{x}{10} \div \frac{x}{5}$     в.  $\frac{2x}{x^2-y^2} \div \frac{4x^2}{3x+3y}$

**Бодолт:**

а.  $\frac{x}{3} \times \frac{y}{2} = \frac{xy}{6}$     б.  $\frac{x}{10} \div \frac{x}{5} = \frac{x}{10} \times \frac{5}{x} = \frac{5x}{10x} = \frac{5x}{5x \times 2} = \frac{1}{2}$

в.  $\frac{2x}{x^2-y^2} \div \frac{4x^2}{3x+3y} = \frac{2x}{(x-y)(x+y)} \times \frac{3(x+y)}{2x \times 2x} = \frac{3}{2x(x-y)}$

Алгебрын бутархайн хүртвэр, хуваарийн ерөнхий үржигдэхүүнд хувааж хураана.

**19** Бутархайг хураа.

а.  $\frac{10x-15}{5}$       б.  $\frac{8}{4x-12}$       в.  $\frac{3a-ab}{a}$       г.  $\frac{2a-2b}{ax-bx}$   
 д.  $\frac{x-2}{x^2-4}$       е.  $\frac{9x^2-1}{3x^2+x}$       ж.  $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$       з.  $\frac{x^2+4x-5}{x^2-2x+1}$

**20** Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $\frac{a}{3} \times \frac{b}{2}$       б.  $\frac{t}{5} \times \frac{10}{3t}$       в.  $\frac{5}{6x} \times \frac{3}{10x}$       г.  $\frac{x-1}{x} \times \frac{2x}{x-1}$   
 д.  $\frac{b}{4} \times \frac{6b}{3}$       е.  $\frac{h}{11} \times \frac{22}{h+1}$       ж.  $\frac{a+1}{a+2} \times \frac{a}{a+1}$       з.  $\frac{3}{2x} \times \frac{2x}{3}$

**21** Хуваах үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $\frac{2}{3x} \div \frac{2}{9}$       б.  $\frac{a}{6} \div \frac{b}{6}$       в.  $\frac{4e}{25} \div \frac{14e}{15}$       г.  $\frac{5}{11} \div \frac{5}{22y}$   
 д.  $\frac{9a}{8} \div 6$       е.  $14 \div \frac{7}{2t}$       ж.  $77 \div 7x$       з.  $\frac{1}{2a} \div \frac{2}{b}$

**22** Бутархайг хураа.

а.  $\frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} =$       б.  $\frac{a^2-ab}{a^2-b^2} =$       в.  $\frac{a^2-a-2}{a^2-3a^2+2} =$   
 г.  $\frac{a^2-ab}{ab-b^2} =$       д.  $\frac{y^2-2y+1}{y^2-1} =$       е.  $\frac{y^2+2y+1}{y^2-1} =$

**23**  $\frac{x^2+px+q}{x^2-r} = \frac{x-3}{x+3}$  бол  $p, q, r$ -ийн утгыг ол.

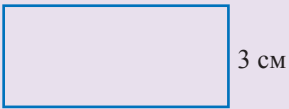
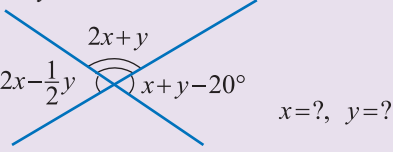
**24** Алдаануудыг олж, зас.

а.  $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{x-3}{x-1}$       б.  $\frac{x^2+9}{x+3} = \frac{(x+3)^2}{x+3} = x+3$   
 в.  $\frac{x^2-x-20}{x^2+x-30} = \frac{(x+5)(x-4)}{(x+5)(x-6)} = \frac{x-4}{x-6}$       г.  $\frac{x+8}{x^2-64} = \frac{\cancel{x+8}}{(x-8)(\cancel{x+8})} = x-8$

**25** Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $\frac{4x^4y^6}{3x^3} \times \frac{15x^3}{8x^3y^4}$       б.  $\frac{x+3}{3x-12} \times \frac{x-4}{x^2-9}$   
 в.  $\frac{5x^3}{8x^4y} \div \frac{25}{xy^4}$       г.  $\frac{4a^2b^3}{3ab^2} \div \frac{2b}{6ab}$   
 д.  $\frac{x^2-64}{x^2-16x+64} \times \frac{x-8}{x^2+9x+8}$       е.  $\frac{10x+40}{x^2+6x+8} \times \frac{x+3}{10x+30}$   
 ж.  $\frac{x^2+xy}{7x^2-7y^2} \div \frac{x^2-xy}{5y^2+5xy}$       з.  $\frac{x^4-y^4}{x-y} \div \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$   
 и.  $\frac{3}{a+3} + \frac{a+3}{a^2-4} - \frac{3a+1}{a^2-4a+4}$       к.  $\frac{1}{a} - \frac{2}{a-2b} - \frac{a-b}{4b^2-a^2}$

### Шугаман тэгшитгэлийн систем

- Дараах төрлийн бодлогуудыг хэрхэн бодох вэ? Ярилцаарай.
- а. 500 толгой бог малтай малчны хонь нь ямаанаас 5 дахин олон байв.  
Хонь, ямааны тоо тус бүр хэд вэ?
- б. Периметр  $P=22$  см, талбай  $S=24$  см<sup>2</sup> бол  $x=? y=?$
- в.   $x=? y=?$
- г.   $x=? y=?$
- д. Хоёр хотын хооронд суудлын машин 3.5 цаг, ачааны машин 5 цаг явав. Суудлын машин ачааны машинаас цаг тутам 30 км илүү явдаг бол машин тус бүрийн хурдыг олоорой.
- Дээрх бодлогуудад тохирсон тэгшитгэлийн систем зохиож, бод.

**26**  $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-5y=-7 \end{cases}$  тэгшитгэлийн системийн шийд аль нь вэ?  
 а.  $x=2, y=0$     б.  $x=3, y=\frac{2}{5}$     в.  $x=1, y=2$     г.  $x=1, y=2$

**27** Тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар хэрхэн бодсоныг харьцуулан ярилцаж, шийдтэй, шийдгүй аль нь болохыг тогтоо.

а.  $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=1 \end{cases}$   $x=1$ -г эхний тэгшитгэлд орлуулж  $y$ -г олъё.  $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 2 \cdot 1 + y = 4 \\ y = 2 \end{cases}$   
 $\begin{array}{r} 2x+y=4 \\ + \quad 3x-y=1 \\ \hline 5x \quad = 5 \\ x=1 \end{array}$

б.  $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 4x+6y=13 \end{cases} \quad \times(-2)$     в.  $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=2 \\ 3x-2y=12 \end{cases} \quad \times(-6)$   
 $\begin{array}{r} 2x+3y=6 \\ + \quad 4x+6y=13 \\ \hline 0=1 \end{array}$                        $\begin{array}{r} \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=2 \\ + \quad 3x-2y=12 \\ \hline 0=0 \end{array}$

**28** Тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар бод.

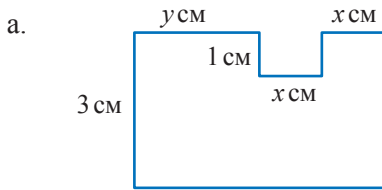
а.  $\begin{cases} 3x-y=3 \\ x+2y=8 \end{cases}$     б.  $\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$     в.  $\begin{cases} 5x+2y=2 \\ 7y+3x=7 \end{cases}$     г.  $\begin{cases} 2y-3x=-2 \\ 5x-4y=2 \end{cases}$

**29** Тэгшитгэлийн системийг нэмэх аргаар бод.

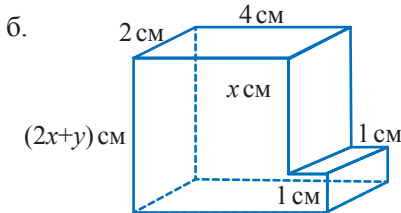
а.  $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 4x-5y=3 \end{cases}$     б.  $\begin{cases} 4(x+2)=1-5y \\ 3(y+2)=3-2x \end{cases}$     в.  $\begin{cases} 5(3x+y)-8(x-6y)=200 \\ 20(2x-3y)-13(x-y)=520 \end{cases}$

г.  $\begin{cases} \frac{2x+3}{3y-2}=1 \\ x(2y-5)-2y(x+3)=2x+1 \end{cases}$     д.  $\begin{cases} \frac{x+1}{y+2}=5 \\ 3(2x-5)-4(3y+4)=5 \end{cases}$

30 Тэгшитгэлийн систем зохиож, бод.



Дүрсийн талбай нь  $11 \text{ см}^2$ ,  
периметр нь  $16 \text{ см}$  бол  $x=?$ ,  $y=?$



Биетийн гадаргуугийн талбай нь  $64 \text{ см}^2$ ,  
эзлэхүүн нь  $34 \text{ см}^3$  бол  $x=?$ ,  $y=?$

**Жишээ 10.** Фермийн 8 морь, 14 үхрийг тэжээхэд өдөрт  $156 \text{ кг}$  өвс зарцуулжээ. Хэрэв 5 морины нэг өдөрт идэх өвс нь 6 үхрийн нэг өдөрт идэх өвснөөс  $9 \text{ кг}$ -аар их бол морь болон үхэр нэг өдөрт хэдэн  $\text{кг}$  өвс идэх вэ?

**Бодолт:** Нэг морины 1 өдөрт идэх өвсний хэмээг  $x$ , нэг үхрийн 1 өдөрт идэх өвсний хэмээг  $y$  гээ. Эндээс дараах хоёр хувьсагчтай шугаман тэгшитгэлийн

$$\text{системийг зохиоё. } \begin{cases} 8x + 14y = 156 \\ 5x - 6y = 9 \end{cases}$$

Энэ тэгшитгэлийн системийг орлуулах аргаар бодъё.

I. Хоёр дахь тэгшитгэлээс  $x$ -ийг  $y$ -ээр илэрхийлье:

$$5x - 6y = 9 \Rightarrow 5x = 6y + 9 \quad \text{тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг 5-д хуваая.}$$

$$x = 1.2y + 1.8$$

II. Эхний тэгшитгэлийн  $x$ -ийн оронд  $1.2y + 1.8$  илэрхийллийг орлуулъя.

$$8(1.2y + 1.8) + 14y = 156 \Rightarrow 9.6y + 14.4 + 14y = 156$$

$$23.6y + 14.4 = 156 \Rightarrow 23.6y = 141.6 \Rightarrow y = 6 \text{ кг (нэг үхрийн 1 өдөрт идэх өвс)}$$

III.  $y = 6$  -г хоёр дахь тэгшитгэлийн системд орлуулъя:

$$5x - 6 \times 6 = 9 \Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = 9 \text{ кг (нэг морины 1 өдөрт идэх өвс)}$$

IV. Шийдийг шалгаж үзвэл:  $\begin{cases} 8 \times 9 + 14 \times 6 = 156 \\ 5 \times 9 - 6 \times 6 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 72 + 84 = 156 \\ 45 - 36 = 9 \end{cases}$  болно.

Иймд шийд:  $x = 9 \text{ кг}$ ,  $y = 6 \text{ кг}$  байна.

**?** Шугаман тэгшитгэлийн системийг орлуулах аргаар бодох алхмуудын талаар ярилцаж, дүгнэлт гаргаарай.

31 Тэгшитгэлийн системийг орлуулах аргаар бод.

а.  $\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 3x - 5y = 24 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 5x + y = 7 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 7x - 2y = 12 \\ y - 3x = -5 \end{cases}$  г.  $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

**32**  $\begin{cases} x+2y=4 \\ 3x+6y=12 \end{cases}$  тэгшитгэлийн систем шийдтэй юу? Хариултаа тайлбарлан ярилцаарай.

**33** Тэгшитгэлийн системийг нэмэх болон орлуулах аргаар бод.

а.  $\begin{cases} x+3y=17 \\ 7x-2y=4 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 3x-y=10 \\ 6x+y=17 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 4x-3y=10 \\ x+5y=-9 \end{cases}$  г.  $\begin{cases} 5x+2y=-7 \\ 3y-5x=-23 \end{cases}$  д.  $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 5x+2y=31 \end{cases}$

**34** Тэгшитгэлийн системийг орлуулах аргаар бод.

а.  $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 3x-2y=16 \\ 5x+3y=-5 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 3x+2y=10 \\ 5x+3y=12 \end{cases}$   
 г.  $\begin{cases} 4x-3y=14 \\ x+2y=-2 \end{cases}$  д.  $\begin{cases} x=2+y \\ 3x-2y=9 \end{cases}$  е.  $\begin{cases} x=3+2y \\ 5x+y=4 \end{cases}$   
 ж.  $\begin{cases} y=2-4x \\ 8x+3y=5 \end{cases}$  з.  $\begin{cases} x-3y=12 \\ 2x+4y=90 \end{cases}$  и.  $\begin{cases} 2x+y=8 \\ 3x+4y=7 \end{cases}$

**35** Томьёо ашиглан өгсөн хувьсагчийг олох илэрхийлэл бич.

а.  $S = \frac{3h}{2}$ ,  $h$ -ийг олно. б.  $S = \frac{(a+b)h}{2}$ , эхлээд  $h$ , дараа нь  $a$ -г олно.

**36** Тэгшитгэлийн систем зохиож бод.

- а. 4 кг алим, 2 кг лийр авахад 32000 төгрөг, харин 2 кг алим, 3 кг лийр авахад 28000 төгрөг болж байв. 1 кг алим, 1 кг лийр тус бүр ямар үнэтэй байсан бэ?
- б. Цифрүүдийн нийлбэр нь 6-тай тэнцүү ба нэгжийн орон нь аравтын орноос 2-оор их байдаг хоёр оронтой тоог ол.
- в. Цифрүүдийн нийлбэр нь 7-той тэнцүү бөгөөд цифрүүдийн байрыг солиход 27-оор багасдаг хоёр оронтой тоог ол.
- г. Сургуулийн биеийн тамрын заал нь урт сандлуудтай байв. Хэрэв сандал бүрд 5 сурагч суувал 8 сандал дутна. Харин сандал бүрд 6 сурагч суувал 2 сандал илүү гарна. Заал хэдэн урт сандалтай вэ?
- д. Жуулчин  $A$  хотоос  $B$  хот руу төлөвлөсөн хугацаанд явах байв. Хэрэв тэр цагт 35 км явбал 2 цагаар хоцорч очно. Харин цагт 50 км явбал төлөвлөсөн хугацаанаас 1 цагийн өмнө очно.  $A$  хотоос  $B$  хот хүртэлх зайг ол.

**37** Тэгшитгэлийн системийг бод.

а.  $\begin{cases} 3(x-1)=4y+1 \\ 5(y-1)=x+1 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 4(x+2)=1-5y \\ 3(y+2)=3-2x \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 2(c+d)-3(c-d)=4 \\ 5(c+d)-7(c-d)=2 \end{cases}$   
 г.  $\begin{cases} \frac{a}{8}-\frac{b}{4}=\frac{3}{2} \\ \frac{a}{3}+\frac{b}{6}=\frac{7}{3} \end{cases}$  д.  $\begin{cases} \frac{2x}{9}+\frac{y}{4}=11 \\ \frac{5x}{12}+\frac{y}{3}=19 \end{cases}$  е.  $\begin{cases} \frac{5m}{2}+\frac{n}{5}=-4 \\ \frac{m}{3}+\frac{n}{6}=\frac{1}{6} \end{cases}$

## Шугаман тэнцэтгэл биш ба түүний систем

**Жишээ 11.** Хоорондоо 320 км зайтай хотуудаас ачааны машин ба түүнээс цаг тутам 10 км илүү явдаг мотоциклтэй хүн нэгэн зэрэг угталцан гарчээ. 2 цагийн дараа тэдний хооронд 240 км-ээс ихгүй зай үлдсэн байхын тулд ачааны машин хамгийн багадаа ямар хурдаар явах хэрэгтэй вэ?

**Бодолт:** I. Ачааны машин цаг тутам  $x$  км зам явдаг гэж үзээд хүснэгт зохиоё.

	Мотоциклтэй хүн	Ачааны машин
Хугацаа (цаг)	2	2
Хурд (км/ц)	$x+10$	$x$
зам=(хурд)×(хугацаа)	$2(x+10)$	$2x$
Машиныудын хоорондох зай (км)	$320-(2(x+10)-2x)=300-4x$	

II. Хүснэгт ба өгсөн нөхцөлөөр  $300-4x \leq 240$  тэнцэтгэл биш биелнэ.

III.  $300-4x \leq 240$  тэнцэтгэл бишийг бодвол  $x \geq 15$  байна. Шийдийг тоон шулуун дээр тэмдэглэж, тоон завсар хэлбэрт бичье.



IV. Эндээс 2 цагийн дараа ачааны машин, мотоциклтэй хүний хооронд 240 км-ээс ихгүй зай үлдсэн байхын тулд ачааны машин цаг тутам хамгийн багадаа 15 км зам явах хэрэгтэй.



Нэг хувьсагчтай шугаман тэгшитгэл ба шугаман тэнцэтгэл бишийн шийдийг олох аргыг харьцуулан ярилцаарай.

**38** Хүснэгтийг гүйцээж, нөх.

Үгээр	Математик бичиглэлээр	Тоон шулуун дээрх дүрслэлээр	Тоон завсар хэлбэрээр
5-аас бага тоонуудын олонлог	$x < 5$		Задгай тоон завсар: $x \in ]-\infty, 5[$
8-аас багагүй тоонуудын олонлог	$x \geq 8$		Хагас задгай тоон завсар: $x \in [8, +\infty[$
$\frac{1}{2}$ -ээс их тоонуудын олонлог			
-3.5-аас ихгүй тоонуудын олонлог			

39 Бичиглэл зөв үү?

а.  $-1 \in [-1, +\infty[$       б.  $3 \notin ]-\infty, 3[$       в.  $120\frac{3}{5} \in ]1.6, +\infty[$   
 г.  $-10 \in ]-\infty, 3\frac{2}{3}]$       д.  $0 \notin [1, +\infty[$       е.  $-1 \in ]-\infty, -\frac{1}{2}]$

40 Талууд нь 1:2 харьцаатай тэгш өнцөгтийн периметр 42 см-ээс хэтрэхгүй бол тэгш өнцөгтийн өргөн нь хамгийн ихдээ хэдэн см байж болох вэ?

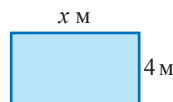
41 Нэг хувьсагчтай шугаман тэнцэтгэл бишийг бод.

а.  $.7x + 1 \leq 10$       б.  $5x - 2 < 3$       в.  $20.2 > -3.8 - 12x$   
 г.  $.5(x - 1) \leq 10$       д.  $6(x + 12) < 60$       е.  $-3(1 - x) \geq 12$   
 ж.  $3\left(\frac{1}{3}x - 4\right) > 5x$       з.  $3x \leq 32 + 11x$       и.  $5\left(0.6 - \frac{1}{5}x\right) < 11 - 3x$

42 Тэнцэтгэл бишийг бод.

а.  $5x - 12 > 8$       б.  $62 - 18x < 20$   
 в.  $23 + 3x \leq 15 - x$       г.  $8(x - 1) \leq 4(2 + 2x)$   
 д.  $\frac{x + 3}{2} > \frac{3}{4}$       е.  $\frac{3x - 5}{8} - \frac{4 - 5x}{5} > \frac{3 - 2x}{4}$   
 ж.  $x - \frac{x - 1}{2} > \frac{x - 2}{4} - \frac{x - 3}{6}$       з.  $\frac{x - 1}{3} - \frac{x + 2}{4} > \frac{x - 2}{12} - \frac{x}{3}$

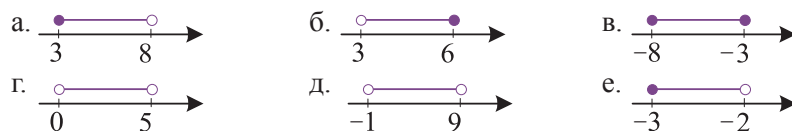
43 Тэгш өнцөгтийн периметр 30 м-ээс бага бол  $x$ -ийн хамгийн их бүхэл утгыг ол.



44 Давхар тэнцэтгэл бишийн шийдийг тоон шулуун дээр дүрсэлж, тоон завсар хэлбэрт бич.

а.  $1 < x < 5$       б.  $4 < x < 8$       в.  $2 \leq a \leq 5$       г.  $12 \leq a \leq 13$   
 д.  $-2 < b \leq 2$       е.  $-7 \leq b < -4$       ж.  $-3 < c < 1$       з.  $-2 \geq c \geq -3$       и.  $1 > d \geq -2$

45 Тоон шулуун дээр тэмдэглэсэн олонлогийг давхар тэнцэтгэл биш хэлбэрээр бич.



46  $\frac{3x - 4}{2}$  алгебрын бутархай  $x$ -ийн ямар утгад:

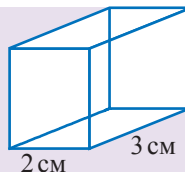
а. 1-ээс их      б. 1-ээс бага      в. 1-тэй тэнцүү байх вэ?

47 Хоёр оронтой тооны аравтын орны цифр нэгжийн орны цифрээс 2-оор бага. Хэрэв энэ тоо 21-ээс их, 36-аас бага бол уг тоог ол.

48 а. Гурвалжны периметрийн хагас нь гурвалжны аль ч талаас их гэж батал.  
 б. Гурвалжны медиан нь гурвалжны периметрийн хагасаас бага гэж батал.

### Шугаман тэнцэтгэл бишийн систем

- Зурагт өгсөн тэгш өнцөгт параллелепипедийн гадаргуугийн талбай нь  $42 \text{ см}^2$ -аас ихгүй, эзлэхүүн нь  $12 \text{ см}^3$ -ээс их байхын тулд өндөр нь хамгийн ихдээ хэдэн см байх хэрэгтэй вэ?

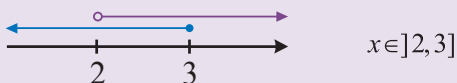


- Бодолт:** I. Параллелепипедийн өндрийг  $x$  см гэж тэмдэглэвэл өгсөн нөхцөлөөр  $6x > 12$ ,  $10x + 12 \leq 42$  хэлбэрийн нэг хувьсагчтай шугаман тэнцэтгэл бишүүдийг бичиж болно.  $x$ -ийн утгыг олохын тулд эдгээр тэнцэтгэл бишид хоёуланд нь тохирох ерөнхий шийдийг олох хэрэгтэй. Үүнийг тэнцэтгэл бишийн систем бодох гэнэ. Ерөнхий шийдийг тэнцэтгэл бишийн системийн шийд гэнэ.

- II.  $\begin{cases} 10x + 12 \leq 42 \\ 6x > 12 \end{cases}$  тэнцэтгэл бишийн системийг бодъё.

- $\begin{cases} 10x + 12 \leq 42 \\ 6x > 12 \end{cases}$  тэнцэтгэл бишийг бодъё:  $x \leq 3$
- $\begin{cases} 10x + 12 \leq 42 \\ 6x > 12 \end{cases}$  тэнцэтгэл бишийг бодъё:  $x > 2$

- Ерөнхий шийдийг тоон шулуун дээр дүрсэлж, тоон завсар хэлбэрт бичье.



Тэнцэтгэл бишийн системийг бичихдээ { хаалт хэрэглэдэг.

Жишээлбэл:

$$\begin{cases} 10x + 12 \leq 42 \\ 6x > 12 \end{cases}$$

гэж бичнэ.

- III. Параллелепипедийн өндөр хамгийн ихдээ 3 см урттай байна.

- 49** Хялбар тэнцэтгэл бишийн системийн шийдийг тоон шулуун дээр тэмдэглэж, тоон завсар хэлбэрт бич.

a.  $\begin{cases} x < 3 \\ x > 1 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} x \leq 5 \\ x > 3 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq 2 \end{cases}$  г.  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x > 2 \end{cases}$  д.  $\begin{cases} x < -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$  е.  $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > 3 \end{cases}$  ж.  $\begin{cases} x > 4 \\ x \geq 10 \end{cases}$

- 50** Тэнцэтгэл бишийн системийг бод.

a.  $\begin{cases} 2x - 6 \geq 0 \\ 4x - 20 < 0 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 5x + 7 > 0 \\ 2x - 3 \geq 0 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 3x - 5 < 1 \\ 7x + 28 < 14 \end{cases}$  г.  $\begin{cases} 6 - 17x > x \\ 15 - 3x \leq 2x \end{cases}$  д.  $\begin{cases} 3(x+1) + 5 > 2(x-2) - 6 \\ 3 - 2(1+x) \leq 3(x-4) + 2 \end{cases}$

- 51** Тэнцэтгэл бишийн системийг бод.

a.  $\begin{cases} 2x - 1 > 6 \\ 5 - 3x > -13 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 3x - 2 > 25 \\ 1 - x < 0 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ 0.2x - 1 < 0 \end{cases}$

- 52** Тэнцэтгэл бишийн системийг бод.

a.  $\begin{cases} 1 - 5x > 11 \\ 6x - 18 > 0 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 2x - 2 \leq 1 - x \\ 31 + 5x > -(4 + 2x) \end{cases}$  в.  $\begin{cases} -2(3x + 1) > 7 - 3x \\ 1 - 2x \geq 4x - 2 \end{cases}$   
 г.  $8 \leq 3x - 7 < 14$  д.  $2 < 5 - x < 10$  е.  $-1 < \frac{5 - 2x}{6} \leq 0$



## Квадрат тэгшитгэл

### Хялбар квадрат тэгшитгэл

- $x^2 = a$  хэлбэртэй тэгшитгэлийг бодох гурван тохиолдлыг авч үзье:
- 1.  $a > 0$  үед  $x_1 = \sqrt{a}$ ,  $x_2 = -\sqrt{a}$  гэсэн хоёр шийдтэй.
- 2.  $a = 0$  үед  $x = 0$  ганц шийдтэй.
- 3.  $a < 0$  үед шийдгүй.

**Жишээ 12.** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $x^2 = 16$       б.  $x^2 = 17$       в.  $3(x-3)^2 = 27$

**Бодолт:**

а.  $x^2 = 16$  тэгшитгэл  $x_1 = \sqrt{16} = 4$ ,  $x_2 = -\sqrt{16} = -4$  гэсэн хоёр шийдтэй. Эдгээр шийдийг  $x_{1,2} = \pm 4$  гэж бичиж болно.

б.  $x^2 = 17$  тэгшитгэл  $x_{1,2} = \pm\sqrt{17}$  гэсэн хоёр шийдтэй.

Шийдийг 0.01 нарийвчлалтай тоймлож олбол:

$x_{1,2} = \pm 4.12$  болно.

в.  $3(x-3)^2 = 27$  тэгшитгэлийг бодъё. Тэгшитгэлийн хоёр талыг 3-д хуваавал  $(x-3)^2 = 9$  болно. Эндээс  $(x-3)^2 - 9 = (x-3)^2 - 3^2 = (x-3-3)(x-3+3) = (x-6)x = 0$  гарна. Эндээс  $x-6=0$  эсвэл  $x=0$  болж  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = 0$  гэсэн хоёр шийд гарна.

$ab=0$  бол  $a, b$ -ийн ядаж нэг нь 0-тэй тэнцүү

**53** Тэгшитгэлийг бодож, шийдийг 0.1 нарийвчлалтай тоймлон ол.

а.  $x^2=40$       б.  $x^2=3$       в.  $x^2=15$       г.  $x^2=31$

**54** Тэгшитгэлийг тэнцэтгэлийн чанар ашиглан хувиргаж  $x^2=a$  хэлбэрт шилжүүлж бод.

а.  $5x^2 = 75$       б.  $2(x-4)^2 = 128$       в.  $5(x+7)^2 = 75$   
г.  $3x^2 - 4 = 71$       д.  $x^2 - 10x + 25 = 49$       е.  $4x^2 - 20 = 5$

### Бүтэн квадрат ялгах арга

- $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$ ,  $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$
- тул  $x^2 + 8x + 16$  ба  $x^2 + 10x + 25$  илэрхийллүүд бүтэн квадратууд болно. Гэтэл зарим квадрат
- гурван гишүүнт бүтэн квадрат болж чадахгүй.

**Хоёр гишүүнтийн квадрат болдог** квадрат гурван гишүүнтийг **бүтэн квадрат** гэнэ.

Бүтэн квадрат мөн эсэхийг хэрхэн мэдэх вэ?

$x^2 \pm bx + c$  илэрхийллийн  $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$  байх тохиолдолд  $(x \pm \frac{b}{2})^2$  буюу бүтэн квадрат

болно. Жишээ нь,  $x^2 - 22x + 140$  илэрхийлэл  $\left(\frac{-22}{2}\right)^2 = (-11)^2 = 121 \neq 140$  учраас бүтэн квадрат биш.

$x^2 + bx + c$  хэлбэртэй квадрат гурван гишүүнт бүтэн квадрат биш байвал тохирох тоог нэмж, хасаж бүтэн квадратыг ялгаж болно.

$x^2 - 22x + 140$  илэрхийллээс бүтэн квадратыг ялгахын тулд 19-ийг хасаж, нэмэх хэрэгтэй.  $x^2 - 22x + 140 - 19 + 19 = x^2 - 22x + 121 + 19 = (x-11)^2 + 19$  болно.

Энэ илэрхийлэлд  $(x-11)^2$  нь бүтэн квадрат юм.

**Жишээ 13.**  $x^2+4x=5$  тэгшитгэлийг бод.

**Бодолт:**

$$x^2+4x+4-4=5 \quad \text{Тэнцүүгийн тэмдгийн зүүн талд 4-ийг нэмж, хасав.}$$

$$(x+2)^2-4-5=0 \quad \text{Тэгтэй тэнцүүлж, бүтэн квадрат ялгав.}$$

$$(x+2)^2-3^2=0 \quad \text{Квадратуудын ялгавар хэлбэртэй бичив.}$$

$$(x+2-3)(x+2+3)=(x-1)(x+5)=0 \quad \text{Үржигдэхүүн болгон задлав.}$$

$$x-1=0 \text{ эсвэл } x+5=0 \quad \text{Үржвэр 0-тэй тэнцэх зарчмыг хэрэглэв.}$$

$$x=1 \text{ эсвэл } x=-5. \quad \text{Шийдийг шалгаарай.}$$

Дээрх бодсон аргыг **бүтэн квадрат ялгах арга** гэнэ.

**55** Квадрат тэгшитгэлүүдийг бүтэн квадрат ялгах аргаар бод.

а.  $x^2+2x=8$       б.  $x^2-6x=16$       в.  $x^2-4x=-1$       г.  $x^2+8x=-15$

**56** Тэгшитгэлийг бүтэн квадрат ялгах аргаар бод.

а.  $x^2-12x+35=0$       б.  $x^2+6x+4=0$       в.  $x^2-8x=33$       г.  $12x+4x^2=-24$

**Жишээ 14.**  $2x^2+3x-1=0$  тэгшитгэлийг бүтэн квадрат ялгах аргаар бод.

**Бодолт: I.** Эмхэтгэсэн квадрат тэгшитгэлд шилжүүлэх

$$\frac{2x^2}{2} + \frac{3x}{2} - \frac{1}{2} = \frac{0}{2} \quad \text{Тэгшитгэлийн тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг 2-г хувааж, хялбарчлав.}$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

**II.** Бүтэн квадрат ялгах  $x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} - \frac{9}{16} - \frac{1}{2} = 0$

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{-ийг нэмж, хасав.}$$

$x^2+px+q=0$   
хэлбэртэй бол  
**эмхэтгэсэн квадрат**  
**тэгшитгэл** гэнэ.

**III.** Квадратуудын ялгавар хэлбэртэй бичих

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{17}{16} = 0 \quad \text{Бүтэн квадрат ялгав.}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{17}}{4}\right)^2 = 0 \quad \text{Квадратуудын ялгавар хэлбэрт бичив.}$$

**IV.** Үржигдэхүүн болгон задлах

$$\left(x + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}\right) = 0 \quad \text{Квадратуудын ялгаврын томъёогоор задлав.}$$

$$\left(x + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4}\right) = 0 \text{ эсвэл } \left(x + \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}\right) = 0 \quad \text{Үржвэр 0-тэй тэнцэх зарчмыг ашиглав.}$$

Эндээс  $x_{1,2} = x = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$  болно.

57 Квадрат тэгшитгэлийг үржигдэхүүн болгон задалж, бод.

а.  $z^2=45+12z$

б.  $x^2-9=0$

в.  $n^2-4n=0$

г.  $t^2=16t$

д.  $150y=6y^2$

е.  $2a^2+7a+3=0$

ж.  $7b-b^2=0$

з.  $49t=t^2$

и.  $4x^2=25$

к.  $3x^2+2x-1=0$

л.  $6n^2+n-2=0$

м.  $0=y^2+5y+6$

н.  $8-6x+x^2=0$

о.  $a^2+3a-40=0$

ө.  $0=x^2+19x-42$

п.  $2a^2+5a+2=0$

р.  $5x^2-3x-2=0$

с.  $8n^2+19n-15=0$

58 Квадрат тэгшитгэлүүдийг бүтэн квадрат ялгах аргаар бод.

а.  $x^2+8x-6=0$

б.  $5x^2-6x+3=0$

в.  $3x^2-18x+27=0$

г.  $y^2-8y+7=0$

д.  $6z^2+11z+3=0$

е.  $p^2-12p=0$

59 Тэгшитгэлийг бод.

а.  $x^2+6x=16$

б.  $y^2-8y+13=0$

в.  $3x^2+8x+7=0$

г.  $n^2+8n+25=0$

д.  $34=6c-c^2$

е.  $\frac{1}{3}r^2+\frac{5}{6}r+\frac{4}{3}=0$

60 Тэгшитгэлийг бод.

а.  $2n^2+13n+20=0$

б.  $2y^2-17n+8=0$

в.  $21y=5y^2+4$

г.  $3a^2+14a=5$

д.  $2n^2-5n-12=0$

е.  $3y^2-16y+5=0$

ж.  $11y=7y^2+4$

з.  $4a^2-16a+15=0$

и.  $3x^2-8x-4=0$

61 Тэгшитгэлийг бод.

а.  $13x^2-19=7x^2+5$

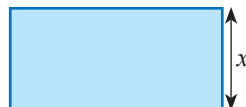
б.  $(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})=\frac{5}{16}$

в.  $\frac{3x^2}{4}=\frac{4}{75}$

г.  $(9-x)(7+x)+(7-x)(9+x)=76$

62 Зөв гурвалжны тал 4 см бол өндрийг ол.

63 Тэгш өнцөгтийн урт нь өргөнөөс 4 метрээр илүү бөгөөд талбай нь 45 м<sup>2</sup> бол  $x$ -ийг ол.



64\* Бөмбөгийг 24 м өндрөөс эгц дээш шиджээ.  $t$  секундйн дараа бөмбөгний хүрэх өндөр  $h=-16t^2+16t+24$  томъёогоор илэрхийлэгдэж байв.

а. Хэдэн секундйн дараа бөмбөг газраас 12 м өндөрт байх вэ?

б. Хэдэн секундйн дараа газарт унах вэ?



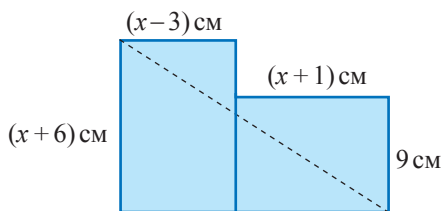
Хэрчмийн урт

Дүрс тэнцүү талбайтай 2 тэгш өнцөгтөөс бүрдсэн бол:

а. Нийлмэл дүрсийн периметрийг ол.

б. Тасархай зураасаар дүрсэлсэн хэрчмийн уртыг ол.

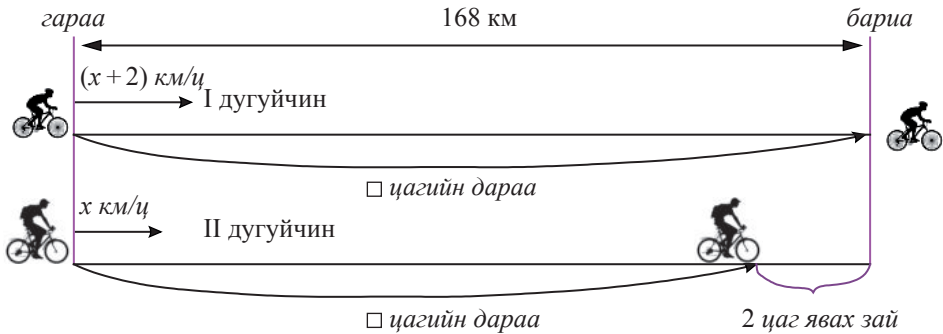
в. Нийлмэл дүрсийн талбайг ол.



### Рационал тэгшитгэл

**Жишээ 15.** Хоёр дугуйчин 168 км-ийн зайд уралджээ. I дугуйчин цаг тутам II дугуйчнаас 2 км илүү зам туулдаг ба 2 цагийн өмнө барианд оров. II дугуйчны хурдыг ол.

**Бодолт:** I. 2 дугаар дугуйчин цаг тутам  $x$  км зам явдаг гэж үзье. Бодлогын нөхцөлийг зургаар харуулъя.



II. Тэгшитгэл бичихийн тулд дараах хүснэгтийг зохиоё.

	Зам ( $S$ ) /км/	Хурд ( $v$ ) /км/цаг/	Хугацаа $\left(t = \frac{S}{v}\right)$
I дугуйчин	168	$x+2$	$\frac{168}{x+2}$
II дугуйчин	168	$x$	$\frac{168}{x}$

III. Өгсөн нөхцөл ба хүснэгт ашиглан  $\frac{168}{x+2} + 2 = \frac{168}{x}$  рационал тэгшитгэл зохиож болно. Энэ тэгшитгэлийг бодъё.

$$\frac{168}{x+2} \cdot x(x+2) + 2x(x+2) = \frac{168}{x} \cdot x(x+2) \quad \text{Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг ерөнхий хуваариар үржүүлъя.}$$

$$68x + 2x(x+2) = 168(x+2) \quad \text{Хаалт задалъя.}$$

$$168x + 2x^2 + 4x = 168x + 336 \quad \text{Эмхэтгэе.}$$

$$2x^2 + 172x = 168x + 336 \quad \text{Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр тал дээр } -168x\text{-ийг нэмье.}$$

$$2x^2 + 172x - 168x = 168x + 336 - 168x$$

$$2x^2 + 4x - 336 = 336 - 336 \quad \text{Эмхэтгээд, тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр тал дээр } -336\text{-г нэмье.}$$

$$2x^2 + 4x - 336 = 0 \quad \text{Квадрат тэгшитгэлийг бодъё.}$$

$$x_1 = 12, x_2 = -14$$

IV. Дугуйчны хурд сөрөг тоо байж болохгүй. Иймд II дугуйчны хурд 12 км/ц байна. Хариуг шалгая. II дугуйчин 12 км/ц хурдаар явбал 168 км замыг туулахад 14 цаг зарцуулна. I дугуйчин 14 км/ц хурдаар явбал 168 км замыг туулахад 12 цаг зарцуулна. Иймд I дугуйчин 2 цагийн өмнө барианд орсон байна.

- 65 20 км/ц хурдтай моторт завь А буудлаас В буудал хүрээд, буцаж ирэхэд 6 цаг 15 минут зарцуулжээ. А ба В буудлуудын хоорондох зай 60 км бол голын урсгалын хурдыг ол.

Тэгшитгэл зохиож бодох алхмууд:

- ✓ Бодлогын нөхцөлийг ойлгох
- ✓ Бодлогыг хэрхэн бодохоо төлөвлөх
- ✓ Тэгшитгэл зохиох, бодох
- ✓ Бодолтоо шинжилж, хариуг шалгах

- 66 Хоёр ажилчин төлөвлөсөн ажлаа хамтран хийвэл 6 цаг зарцуулдаг. Харин энэ ажлыг ажилчид ганцаараа хийвэл I ажилчин II ажилчнаас 5 цагаар бага хугацаа зарцуулна. II ажилчин энэ ажлыг ганцаараа гүйцэтгэвэл ямар хугацаа зарцуулах вэ?
- 67 18 г давсны уусмал дээр 600 г цэвэр ус нэмэхэд давсны эзлэх хэмжээ 4%-аар багасав. Анх уусмал хэдэн хувийн давс агуулсан байсан бэ?

**Жишээ 16.**  $\frac{3x}{x+2} - \frac{17}{x-2} = -\frac{48}{x^2-4}$  Тэгшитгэлийг бод.

**Бодолт:**  $\frac{3x}{x+2} - \frac{17}{x-2} = -\frac{48}{x^2-4}$  Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг ерөнхий хуваариар үржүүлье.

$$\frac{3x}{x+2}(x-2)(x+2) - \frac{17}{x-2}(x-2)(x+2) = -\frac{48}{x^2-4}(x-2)(x+2)$$

$$3x(x-2) - 17(x+2) = -48$$

$$3x^2 - 23x + 14 = 0$$

Энэ тэгшитгэлийг бодвол  $x_1 = \frac{2}{3}$ ,  $x_2 = 7$  болно. Шийдийг шалгаарай.

Хуваарь 0-ээс ялгаатай байх  
 $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$   
 $x \neq \pm 2$

- 68 Тэгшитгэлийг бод.

а.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{x} = \frac{2}{9}$

б.  $\frac{2}{5x} - \frac{1}{x} = \frac{3}{10}$

в.  $\frac{2x-3}{x+5} = \frac{2}{x+5}$

г.  $\frac{5}{x-7} = \frac{6}{x-9}$

д.  $\frac{x}{6} - \frac{6}{x} = 0$

е.  $\frac{9x}{3x-1} - \frac{4}{x} = 0$

ж.  $2 - \frac{9}{x} = \frac{5}{x^2}$

з.  $1 + \frac{3x-5}{x(3x-4)} = -\frac{1}{x}$

Тэгшитгэл зохиож бод (69-71).

- 69 Мотоциклтэй хүн 30 км зам явахаар төлөвлөжээ. Тэр төлөвлөсөн хугацаанаасаа 3 минут хоцорч хөдөлсөн тул хурдаа 1 км/ц-аар нэмж төлөвлөсөн хугацаандаа иржээ. Мотоциклтэй хүн ямар хурдтай явсан бэ?
- 70 Тойрог замаар хоёр цэг нэг чиглэлд тогтмол хурдтайгаар хөдөлж байв. 1 дүгээр цэг 2 дугаар цэгээс 2 секундээр богино хугацаанд тойргийг бүтэн тойрдог ба 2 дугаар цэгийг 12 секунд тутамд гүйцэж өнгөрдөг. 1 дүгээр цэг тойргийг бүтэн тойроход ямар хугацаа зарцуулдаг вэ?
- 71 64 литрийн багтаамжтай саванд дүүртэл хийсэн спиртээс хэсгийг өөр саванд юүлж, оронд нь мөн тийм хэмжээний ус нэмж хийв. Энэ үйлдлийг давтан хийсний дараа саванд 49 литр цэвэр спирт агуулсан уусмал үлдэв. Эхний удаа хэдэн литр спиртийг өөр саванд хийсэн бэ?

### Хялбар илтгэгч тэгшитгэл

Монгол улсын малын тоо толгой (2011-2014 он)

Он	Малын тоо (сая толгой)	Өсөлт (өмнөх оныхтой харьцуулахад, хувиар)
2011	36.3	10.0%
2012	40.9	12.6%
2013	45.0	10.2%
2014	51.9	15.1%

Хүснэгт ашиглан малын тооны өсөлтийн дундаж хувийг сүүлийн 4 жилийн байдлаар тооцвол 12% байна.

Малын тоо жилд дунджаар 12%-аар өсдөг гэж үзээд дараах асуултад хариулаарай.

а. 2015 онд, б. 2016 онд,

в. 2017 онд малын тоо хэдэн толгойд хүрнэ гэж таамаглаж болох вэ?

**Бодолт:**

а. 2014 оны малын тооны 12%-ийг олъё:  $51.9 \times 0.12 = 6.2$  сая. Иймд 1 жилийн дараа буюу 2015 оны эцэст малын тоо  $51.9 + 51.9 \times 0.12 = 51.9 + 6.2 = 58.1$  сая буюу  $58.1 = 51.9(1 + 0.12)$  сая болно.

б. 2015 оны малын тооны 12%-ийг олъё:  $58.1 \times 0.12 = 7$  сая. Иймд 2 жилийн дараа буюу 2016 оны эцэст малын тоо  $58.1 + 58.1 \times 0.12 = 58.1 + 7 = 65.1$  сая буюу  $65.1 = 51.9(1 + 0.12)^2$  сая болно.

в. 2016 оны малын тооны 12%-ийг олъё:  $65.1 \times 0.12 = 7.8$  сая. Иймд 3 жилийн дараа буюу 2017 оны эцэст малын тоо  $65.1 + 65.1 \times 0.12 = 65.1 + 7.8 = 72.9$  сая буюу  $72.9 = 51.9(1 + 0.12)^3$  сая болно.

Эндээс 3 жилийн дараа буюу 2017 оны эцэс гэхэд малын тоо 72.9 сая толгойд хүрнэ гэсэн таамаглал дэвшүүлж болно.

**72** Дээр тавигдсан асуултуудын талаар ярилцаж, 4 жилийн дараа,  $n$  жилийн дараа малын тоо хэд болохыг урьдчилан таамаглаж, томъёог бичээрэй.

**73** Банканд  $m$  хэмжээний мөнгийг жилийн  $q\%$  нийлмэл хүүтэй хадгалуулав.  $n$  жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болохыг  $m \times \left(1 + \frac{q}{100}\right)^n$  томъёогоор олдог бол 5 сая төгрөгийг жилийн 20% хүүтэй 5 жил хадгалуулахад хэдэн төгрөг болох вэ?

**74** 100000 төгрөгийг жилийн 10%-ийн хүүтэй хадгаламжид хадгалуулахад 3 жилийн дараа хэдэн төгрөг болох вэ?

**75** 50000 хүнтэй хотын хүн ам 6 сар тутам дунджаар 8%-аар өсдөг бол 2 жилийн дараа хэдэн хүнтэй болох вэ?

#### Илтгэгч тэгшитгэл

$a^x = b$  ( $a, b > 0$ ) хэлбэрийн тэгшитгэлийг хялбар илтгэгч тэгшитгэл гэнэ.  $x$ -ийг зэргийн илтгэгч,  $a$ -г зэргийн суурь гэнэ.

**Жишээ 17.** Тэжээлийн уусмалтай саванд 500 бактери хийж өсгөжээ. Бактери бүр цаг тутамд 2 болж үрждэг.

а. 3 цагийн дараа саван дахь бактери хэд болж өсөх вэ?

б. Хэдэн цагийн дараа саван дахь бактери 32000 болох вэ?

**Бодолт.** а. Бактери бүр нэг цагийн дараа 2 болж өсөх тул саван дахь 500 бактери нэг цагийн дараа 500-аар нэмэгдэж, 1000 болно. Иймд 3 цагийн дараа саван дахь бактерийн тоо  $500\left(1+\frac{100}{100}\right)^3=4000$  болно.

б.  $x$  цагийн дараа саван дахь бактерийн тоо 32000 болох учраас  $32000=500(1+1)^x$  буюу  $32000=500 \times 2^x$  тэгшитгэл бичиж болно.

$$32000=500 \times 2^x$$

$$\frac{32000}{500}=\frac{500 \times 2^x}{500} \quad \text{Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талыг 500-д хуваая.}$$

$$64=2^x \quad \text{буюу} \quad 2^x=2^6 \quad \text{Суурийг ижил болгов.}$$

Эндээс  $x=6$  байна. Шийдийг шалгаарай.

$a>0$  ба  $a^x=a^y$   
бол  $x=y$  байна.

**76** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $3^x=3^2$

б.  $4^{1-2x}=4^3$

в.  $6^x=216$

г.  $3^{2^x}=9$

д.  $5^{x+2}=125$

е.  $8^{x+1}=0.25$

ж.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-19}=\frac{1}{64}$

з.  $\frac{3^{2x+1} \times 9^{x+2}}{27^x}=243$

и.  $4^{3x+1} \times 625^{\frac{x}{2}}=6400$

**Жишээ 18.**  $2^{2x} \times 3^x \times 5^x - 60^{4x-15} = 0$  тэгшитгэлийг бод.

**Бодолт:**  $4^x \times 3^x \times 5^x - 60^{4x-15} = 0$  Тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр тал дээр  $60^{4x-15}$ -г нэмье.

$$4^x \times 3^x \times 5^x - 60^{4x-15} + 60^{4x-15} = 60^{4x-15}$$

$$4^x \times 3^x \times 5^x = 60^{4x-15}$$

$$(4 \times 3 \times 5)^x = 60^{4x-15}$$

$$60^x = 60^{4x-15} \quad \text{Суурийг ижил болгов.}$$

Зэргийн суурь нь тэнцүү байгаа учраас зэрэг илтгэгч нь мөн тэнцүү байна.

Иймд  $x=4x-15$  буюу  $x=5$  байна.

Шийдийг шалгая.  $2^{2 \times 5} \times 3^5 - 60^{4 \times 5 - 15} = 0$  буюу эндээс  $60^5 - 60^5 = 0$  болно.

$$2^{2x} = (2^2)^x = 4^x$$

$$4^x \times 3^x \times 5^x = (4 \times 3 \times 5)^x = 60^x$$

**77** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $3^{4x-5} = 3^{x+4}$

б.  $8^{9-x} = 64^x$

в.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8} = 2^x$

г.  $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

д.  $2x^3 = -54$

е.  $5x^3 - 625 = 0$

ж.  $0.027 + x^3 = 0$

з.  $1 - 3x^3 = 0.625$

**78** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $3^x = 243$

б.  $0.5^x = \frac{1}{8}$

в.  $2^x - 256 = 0$

г.  $3 \times 7^x - 294 = 0$

д.  $4^{2x} + 1 = 65$

е.  $5^{3x-8} = 25^{2x}$

ж.  $3^{x^2-3x} = 81$

з.  $4^{2x^2+2x} = 8$

## ДАВТАХ

**79** Илэрхийллийг хялбарчил.

- |                  |                 |                 |
|------------------|-----------------|-----------------|
| а. $2a+5a+3a$    | б. $7b-3b+4b$   | в. $10c+2c-11c$ |
| г. $6x+3x+5x-8x$ | д. $5p-6p+2p+p$ | е. $m-m+m-m$    |
| ж. $11y+y-7y-4y$ | з. $4q-q-q-q$   | и. $9t-5t-t-2t$ |

**80** Төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэж, хялбарчил.

- |                   |                     |                      |
|-------------------|---------------------|----------------------|
| а. $2a+4b+3a+2b$  | б. $6c-2d-3c+4d$    | в. $8p-10q+3q-2p+p$  |
| г. $4m-6n-m-n-2n$ | д. $7x+8y-5y-3x+2x$ | е. $4r-s-s-r-r$      |
| ж. $y+z-7y-3z$    | з. $4q-8-q+9$       | и. $-5b-2c+2+6b+c-8$ |

**81** Илэрхийллийг стандарт хэлбэрт бич.

- |  |                                   |  |
|--|-----------------------------------|--|
| а. $c \times b \times a$                   | б. $x \times a \times 3 \times a$ | в. $p \times p \times 8$                                     |
| г. $z \times 7 \times x \times y \times x$ | д. $9 \times m \times 2 \times m$ | е. $n \times 3 \times m \times 2 \times m \times n \times n$ |

**82** Төсөөтэй гишүүдийг эмхэтгэж, хялбарчил.

- |                                      |                         |                           |
|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------|
| а. $2ab+3ab$                         | б. $c^2-2c^2-3c^2+4c^2$ | в. $4p^2q+3p^2q$          |
| г. $4mn-mn-2nm+nm$                   | д. $7by-5yb-3yb+2by+by$ | е. $2r^2-s^2-s^2-r^2-r^2$ |
| ж. $x^2+x-7x-3x^2-2$                 | з. $4q^2-8+q^2+9$       | и. $-5bc+2b+6b-8cb$       |
| к. $2b^2c-8c^2b+2cb-5cb^2-3bc+4bc^2$ |                         |                           |

**83** Илэрхийллийг хялбарчил, аль нь бусдаасаа ялгаатай вэ?

- |                       |                       |                           |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|
| а. $6a+5b-2a-8b,$     | $7a-5b-3a+8b,$        | $-7a-9b+11a+12b$          |
| б. $x^2-2x+3-x+x^2+4$ | $6x^2-2x-3-4x^2+5x-4$ | $-3x^2-13x+5x^2+10x-3+10$ |

**84** Илэрхийллийг хялбарчил.

- |  |  |
|--|--|
| а. $\frac{1}{5}y + \frac{1}{3}x - \frac{3}{8}z - \frac{1}{8}z + \frac{4}{5}y - \frac{4}{3}x$ | б. $\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b - 1\frac{1}{2}a + b$ |
|--|--|

**85**  $m=2, n=3$  үед илэрхийллийн утгыг ол.

- |            |           |          |          |           |             |
|------------|-----------|----------|----------|-----------|-------------|
| а. $3m+2n$ | б. $4m-n$ | в. $n^3$ | г. $3mn$ | д. $m^3n$ | е. $m^2+2n$ |
|------------|-----------|----------|----------|-----------|-------------|

**86**  $x=3, y=-5$  үед илэрхийллийн утгыг ол.

- |            |           |          |          |            |                   |
|------------|-----------|----------|----------|------------|-------------------|
| а. $4x+2y$ | б. $3x-y$ | в. $y^3$ | г. $2xy$ | д. $x+y^2$ | е. $\frac{5x}{y}$ |
|------------|-----------|----------|----------|------------|-------------------|

**87**  $t=-3, z=-2$  үед илэрхийллийн утгыг ол.

- |            |            |            |          |              |                   |
|------------|------------|------------|----------|--------------|-------------------|
| а. $3t+4z$ | б. $2t-3z$ | в. $-t-2z$ | г. $5tz$ | д. $t^2-z^3$ | е. $\frac{6z}{t}$ |
|------------|------------|------------|----------|--------------|-------------------|

**88**  $a=-2, b=-3$  үед

- а.  $3ab-2b$  илэрхийллийн утга 24-тэй тэнцүү болохыг харуулй.  
 б.  $a$  ба  $b$  - ийн өөр ямар утгад дээрх илэрхийллийн утга 24 гарах вэ?

**89**  $2n+5$  илэрхийллийн  $n$ -ийн оронд ямар бүхэл тоо орлуулахад утга нь 10-аас 20-ийн хооронд орших анхны тоо гарах вэ?

**90**  $a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{4}$  үед дараах илэрхийлэл тус бүрийн утгыг олж, жиш.

- |                      |                       |                  |                 |
|----------------------|-----------------------|------------------|-----------------|
| А. $\frac{3a+4b}{2}$ | Б. $\frac{12a-8b}{3}$ | В. $4(0.5a + b)$ | Г. $1.6(2a-3b)$ |
|----------------------|-----------------------|------------------|-----------------|



91 Илэрхийллийг хялбарчлаад,  $x=9$ ,  $y=-2$  үед утгыг ол.

а.  $3(2xy-8y)+4(6y-2xy)$  б.  $(2x-3y)^2-3(x-2y)^2+xy$

в.  $-2(5x+y)+6\left(\frac{4}{3}x+\frac{1}{2}y\right)$  г.  $(x-2a)^2-(y+2a)^2+4a(x+y)$

92 Илэрхийллийг хялбарчил.

а.  $5(2x-4y)-4(3x-5y)$  б.  $y(5y+4)-(6y-7)y$  в.  $(x-2)(3x+5)$

г.  $(6-x)(3+x+x^2)$  д.  $(6x+4)^2-16(3x+1)$  е.  $(2a+3b)(-3a-4b)$

93 Ерөнхий үржигдэхүүнийг хаалтаас гарга.

а.  $36x-81y+108$  б.  $24xy+5y$  в.  $6x^3y^2-3x^4y^5$  г.  $3(x+y)-(x+y)^2$

94 Бүлэглэх аргаар үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $ax+by+ay+bx$  б.  $2a+6b+ab+3b^2$  в.  $6x-4y-3xz+2yz$

г.  $6ab-3bc+2ad-cd+6a-3c$  д.  $5x^3+10x^2+15x+30$

95 Үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $m^2-4m-5$  б.  $y^2+2y-24$  в.  $a^2+14a+48$

г.  $b^2-12b+36$  д.  $6x^2-54y^2$  е.  $2x^2-11x-6$

96 Бутархайг хураа.

а.  $\frac{102}{85}$  б.  $\frac{x}{x^6}$  в.  $\frac{x^4y^8}{x^5y^7}$  г.  $\frac{x^2+6x}{x^2}$  д.  $\frac{a^3-a^2}{2a-2}$

е.  $\frac{2a^2-32}{2a+8}$  ж.  $\frac{m^2-n^2}{m^2-2mn+n^2}$  з.  $\frac{2a-a^2}{a^2-a-2}$  и.  $\frac{-k^2+4k}{2k^2-7k-4x}$

97 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $\frac{xy}{ab} \times \frac{ab^2}{xy}$  б.  $\frac{x+y}{x-y} \times \frac{(x-y)^2}{2x+2y}$  в.  $\frac{16x^6}{15y^5} \div \frac{8x^5}{5y^5}$  г.  $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4x+4} \div \frac{2x+4}{(x-2)^2}$

98 Илэрхийллийг хялбарчил.

а.  $\frac{a^2b}{4ab} \times \frac{a}{6} \times \frac{3b^5}{a^4}$  б.  $(x+4) \times \frac{3}{4y+4+xy+x}$  в.  $\frac{x^2+7x+10}{x^2-6x} \div \frac{x^3-4x}{x^2-8x+12}$

г.  $\frac{35x^3}{xy} \times \frac{x^5}{8y^3} \div \frac{7x^2}{16y^5}$  д.  $\frac{x^2-25}{x-4} \div \left(\frac{x^2-16}{x+5}\right)^{-1}$  е.  $\frac{6x-2}{(2x-3)^2} \div \frac{3x-1}{4x-6} \times \frac{3-2}{4}$

99 Илэрхийллийг үржигдэхүүн болгон задал.

а.  $x^2 - 14x + 24$     б.  $x^2 - 11x + 18$     в.  $5x^2 - 9x - 2$     г.  $4x^2 - 8x + 3$   
 д.  $8a^2 - 50b^2$     е.  $27x^2 - 12y^2$     ё.  $49k^2 - 4$     ж.  $x^3 - 4xy^2$

100 Бутархайг хураа.

а.  $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$     б.  $\frac{a^2 + 10a}{a^2 + 20a + 100}$     в.  $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 7x + 10}$     г.  $\frac{3x^3 + 6x^2 + 3x}{(x+1)^2}$

101 Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $\frac{x}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 - x - 2}{x^3}$     б.  $\frac{3x - 6}{x^2 - x - 6} \div \frac{x - 2}{x + 2}$     в.  $\frac{x^3}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 + x - 2}{x^4} \div \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2}$

102 Хүү 5 дэвтэр худалдан авахад худалдагч 500 төгрөг буцааж өгөв. Тэр 6500 төгрөгтэй байсан бол нэг дэвтрийн үнийг ол.

103 Миний санасан тоог 10-аар үржүүлж, 7-г хасахад 113 гарна. Би ямар тоо санасан бэ?

104 Малчин хонь, ямаагаа тоолов. Ямаа нь хониноос 50 толгойгоор цөөн ба малчин нийт 90 хонь, ямаатай бол хэдэн ямаатай вэ?



105 Дараалсан гурван тэгш тооны нийлбэр 222 бол эдгээр тоог ол.

106 Хоорондоо 240 км зайтай хоёр хотоос ачааны машин, суудлын машин угталцан нэгэн зэрэг гарч 5 цагийн дараа зөржээ. Суудлын машины хурд ачааны машины хурдаас 20 км/ц-аар илүү бол ачааны машины хурдыг ол.

107 Жимсний шүүс бэлтгэхээр 31000 төгрөгөөр 3 кг тоор, 5 кг гүзээлзгэнэ худалдан авчээ. Нэг килограмм гүзээлзгэнэ нэг килограмм тоороос 1000 төгрөгөөр хямд бол 1 кг жимс тус бүр ямар үнэтэй вэ?

108 Багш самбарт нэг тоо бичив. 1 дүгээр сурагч энэ тоон дээр 3-ыг нэмээд гарсан хариуг 10-аар үржүүлэв. 2 дугаар сурагч энэ тооноос 5-ыг хасаад хариуг нь 50-аар үржүүлэв. Хоёр сурагчийн хариу тэнцүү гарсан бол багш ямар тоо бичсэн бэ?

109 15 км/ц хурдтай дугуйчны араас 3 цагийн дараа 60 км/ц-ийн хурдтай машин гарав. Машин дугуйтай хүнийг хэдэн цагийн дараа гүйцэх вэ?

110 Хоёр агуулахад тус бүр 250 тонн, 180 тонн гурил байв. Өдөр бүр агуулахуудаас харгалзан 6 тонн, 4 тонн гурил ачиж байв. Хэдэн өдрийн дараа агуулахуудад тэнцүү хэмжээний гурил үлдэх вэ?

111 а. 90 литр сүүг хоёр саванд хийв. Эхний саван дахь сүүний 10%-ийг нөгөө сав руу нэмэхэд хоёр сав ижил хэмжээний сүүтэй болно. Анх сав тус бүрд хэдэн литр сүү байсан бэ?

б. Галт тэрэг 720 км замыг туулахдаа төлөвлөснөөс 10 км/ц илүү хурдтай явж 1 цагийн өмнө очжээ. Ямар хурдтай явсан бэ?



**120** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $\frac{x^2-2x-80}{x-3}=0$

б.  $\frac{x^2+2x-80}{x-3}=0$

в.  $\frac{x^2+3x-18}{x+4}=0$

г.  $\frac{x^2-3x-18}{x+4}=0$

д.  $\frac{x^2-4x-32}{x+5}=0$

е.  $\frac{x^2+4x-32}{x-5}=0$

**121** Моторт завь нууран дээгүүр 3 цаг, дараа нь энэ нууранд цутгадаг гол өгсөж 4 цаг явав. Нууран дээгүүр 57 км, гол өгсөж 68 км явсан бол голын урсгалын хурдыг ол.

**122** Хоорондоо 50 км зайтай хотуудаас мотоциклтэй хүн ба дугуйтай хүн угталцан нэгэн зэрэг гарав. Мотоциклтой хүн дугуйтай хүнээс цагт 30 км илүү явдаг. Тэд нэг хотоос 10 км-ийн зайд зөрсөн бол дугуйтай хүн ямар хурдаар явсан бэ?

**123** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $4^x = 256$

б.  $6^{2.5x-1.5} = \frac{1}{1296}$

в.  $3^{x-18} = \frac{1}{81}$

г.  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-19} = \frac{1}{625}$

д.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{8-2x} = 27$

е.  $\frac{3^{2x+1} \times 9^{x+2}}{27^x} = 243$

**124** Дараалсан хоёр натурал тооны үржвэр 182-той тэнцүү. Тэдгээр тоог ол.

**125** Дараалсан хоёр натурал тооны квадратуудын ялгавар 23-тай тэнцүү. Эдгээр тоог ол.

**126** Нэгжийн орны цифр нь аравтын орны цифрээс 2-оор их байх хоёр оронтой тоог цифрүүдийн нийлбэрээр үржүүлэхэд 144 гарав. Тоог ол.

**127** 24 г давсны уусмал дээр 600 г цэвэр ус нэмэхэд давсны эзлэх хэмжээ нь 2%-оор багасжээ. Анх уусмал хэдэн процентийн давс агуулж байсан бэ?

**128** Автобус хуваарь ёсоор А хотоос В хот орохдоо 5 цаг зарцуулах ёстой байв. А хотоос гарсан автобус 56 км яваад 10 минут саатав. Хуваарьт хугацаанд В хотод хүрэхийн тулд хурдаа 2 км/ц-аар нэмэх хэрэгтэй болов. А ба В хотуудын хоорондох зай 100 км-ээс их бол автобусны хурдыг ол.

**129** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $2 + \frac{2x}{x-3} = \frac{3(x-1)}{x-3}$

б.  $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{6x-1} = \frac{x}{(x-1)(6x-1)}$

в.  $\frac{1}{x-4} + \frac{x}{x-2} = \frac{2}{x^2-6x+8}$

**130** Тэгшитгэлийг бод.

а.  $\frac{x(x-7)}{3} - 1 = \frac{11x}{10} - \frac{x-4}{3}$

б.  $x - \frac{1}{x} = \frac{35}{x}$

в.  $\frac{x-1}{x-4} = \frac{x+6}{x}$

г.  $\frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - 4$

д.  $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0$

е.  $\frac{1}{4x+8} = \frac{20x+1}{4x^2-16} - \frac{7-5x}{x^2-4x+4}$

**131** Нүүрсний уурхайгаас 60 тонн нүүрсийг аймгийн төв рүү машинаар тээвэрлэжээ. Замын бартаанаас шалтгаалан машин бүрд даацаас нь 0.5 тонноор бага нүүрс ачих болсон тул 4 машин нэмж авах шаардлагатай болжээ. Анх хэдэн машинаар тээвэрлэлт хийхээр төлөвлөсөн бэ?

**132** Тэгшитгэлийн системийг бод.

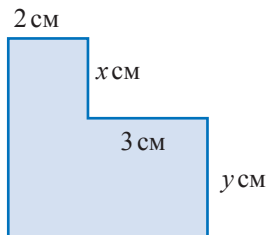
а.  $\begin{cases} x+2y=10 \\ 7x+3y=4 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 4x-y=9 \\ 5x+y=18 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 3x-4y=18 \\ x+3y=-7 \end{cases}$  г.  $\begin{cases} 4x+2y=-6 \\ 3y-6x=-21 \end{cases}$  д.  $\begin{cases} 3x-2y=2 \\ 2x+5y=14 \end{cases}$

**133** А ба В сумын төвүүдээс хоёр машин нэгэн зэрэг угталцан гарав. Зөрснөөс хойш нэг нь 2 цаг, нөгөө нь  $\frac{9}{8}$  цаг явж очих газартаа хүрчээ. Хэрэв А ба В сумын төвүүдийн хоорондох зай 210 км бол машин тус бүрийн хурдыг ол.

**134** Цифрүүдийн нийлбэр нь 12 байдаг хоёр оронтой тоон дээр 36-г нэмэхэд цифрүүдийн нь байрыг солиход үүсэх хоёр оронтой тоо гарав. Энэ тоог ол.

**135** Цифрүүдийн нийлбэр нь 3-тай тэнцүү байдаг хоёр оронтой тоон дээр 6-г нэмээд 2-оор үржүүлэхэд 3 дахин их тоо гарав. Энэ хоёр оронтой тоог ол.

**136** Дүрсийн талбай  $19\text{ см}^2$ , периметр нь 20 см бол  $x, y$ -ийг ол.



**137** Бутархайн хүртвэр, хуваарь тус бүрийг 3-аар нэмэгдүүлбэл  $\frac{1}{2}$ -тэй тэнцүү, харин хүртвэрийг 2-оор нэмэгдүүлж, хуваарийг 1-ээр хорогдуулбал  $\frac{2}{3}$ -той тэнцүү бутархай гарна. Анх ямар бутархай байсан бэ?

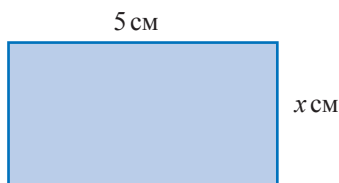
**138** Тэнцэтгэл бишийг бод.

а.  $21.2 > -2.8 - 12x$  б.  $5(x+11) < 60$  в.  $2\left(\frac{1}{2}x-4\right) > 9x$  г.  $6\left(0.5-\frac{1}{6}x\right) < 11-3x$

**139** Тэнцэтгэл бишийн системийг бод.

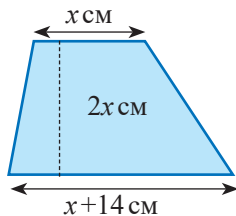
а.  $\begin{cases} 2x-6 > 0 \\ 5x-20 \leq 0 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 3x-5 \leq 1 \\ 4x+28 < 12 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 5-14x \leq x \\ 15-3x \leq 2x \end{cases}$  г.  $\begin{cases} 3(x-1)-2(2-3x) \geq 5x-3 \\ 8x-3(2x+5) < 2(x-7) \end{cases}$

**140** Тэгш өнцөгтийн периметр нь 16 см-ээс ихгүй, харин талбай нь  $12\text{ см}^2$ -аас их байхаар  $x$ -ийн бүхэл утгыг ол.



## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 3

- 1** Үйлдлийг гүйцэтгэ.  
 а.  $(-0.1ab^2c)^2 \times (100bc^2)$       б.  $(2\frac{1}{4}x^3y) \times (\frac{2}{3}xy^2)^2$
- 2** Гишүүнчлэн үржүүлж, хялбарчил.  
 а.  $(3y-4)(3y+4)$       б.  $(2x-3)(2x-1)$
- 3** Томьёогоор задал.  
 а.  $(3x-4)^2$       б.  $(7x+5y)^2$       в.  $81x^4-64y^2$
- 4** Квадрат гурван гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задал.  
 а.  $2x^2+9x+10$       б.  $3n^2-10n+8$
- 5** Олон гишүүнтийг үржигдэхүүн болгон задалж,  $x=-2, z=3$  үед утгыг ол.  
 $4x^2-4xz-3x+3z$
- 6** Шугаман тэгшитгэлийн системийг нэмэх болон орлуулах аргаар бод  
 а.  $\begin{cases} 2x+3y=-4 \\ 5x+6y=-7 \end{cases}$       б.  $\begin{cases} 3(x-1)=4y+1 \\ 5(y-1)=x+1 \end{cases}$
- 7** Тэнцэтгэл биш бод.  
 а.  $5(x-6)>3x-18$       б.  $3(4-3x)\leq-7x+6$
- 8** Тэгшитгэлийг үржигдэхүүн болгон задлаж, бод.  
 а.  $36-k^2=0$       б.  $n^2-3n-10=0$       в.  $x^2-18x+81=0$
- 9** Тэгшитгэл бод.  
 а.  $\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-3}{7}=4+\frac{3x-2}{35}$       б.  $\frac{3x-7}{x+5}=\frac{x-3}{x+5}$
- 10** Үйлдлийг гүйцэтгэж, илэрхийллийг хялбарчил.  
 а.  $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x}{y}$       б.  $\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}$
- 11** Тэгш өнцөгтийн өргөн нь уртаас 6 метрээр бага бөгөөд талбай нь  $55 \text{ м}^2$  бол өргөнийг ол.
- 12** Трапецын талбай нь  $36 \text{ м}^2$  бол  $x$ -ийг ол.

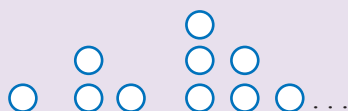


### Дараалал

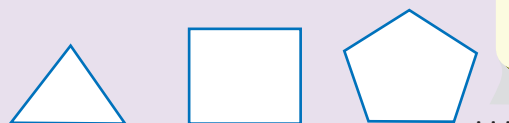
#### Дарааллын ерөнхий гишүүний томьёо, Рекуррент томьёо

- Зурагт жижиг дугуй, дүрс, үсгийн 4 өөр дараалал өгөв.
- Дараагийн дүрс, үсэг ямар зүй тогтлоор олдох вэ?

а.

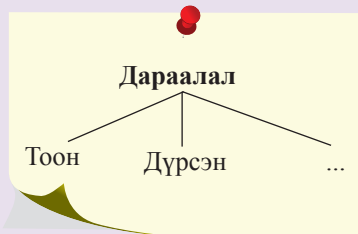


б.



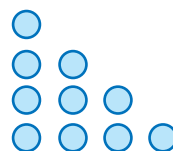
в. Н, Х, Г, Д, Т, З, Д, ...

г. Х, У, Б, Т, Л, ...



#### Заавар

- а. Дүрсэн дараалал 1, 3, 6, ... ширхэг дугуйнаас тогтох адил хажууг тэгш өнцөгт гурвалжин хэлбэртэй бөгөөд тэдгээрийн тоо нь 2, 3, 4, ... гэх мэт дэс дараалсан тоогоор нэмэгдэж байна.
- б. Зөв олон өнцөгтүүдийн талын тоо нэгээр ихсэж байна.
- в. Тооны нэрийн эхний үсгүүд байна.
- г. Монгол цаг тооллоо санаарай.



Гишүүн бүр дараалалд өөрийн байртай. Түүнийг гишүүний дугаар гэх бөгөөд хамгийн эхэнд байгаа гишүүнийг 1 дүгээр гишүүн, дараагийн гишүүнийг 2 дугаар гишүүн гэх мэт нэрлээд  $a_1, a_2, \dots, a_n$  гэж тэмдэглэнэ. Дурын  $n$  натурал тоон дугаартай гишүүнийг  $n$  дүгээр гишүүн буюу **ерөнхий гишүүн** гэдэг.

Тоон дарааллын гишүүд нь өмнөх нэг буюу хэд хэдэн гишүүн дээрээ тодорхой нэг математикийн үйлдэл хийж гарч болдог. Үүнийг дарааллын зүй тогтол гэнэ.

#### Ерөнхий гишүүний томьёо ба рекуррент томьёо

$a_n$  гишүүнийг дугаар  $n$ -ээр илэрхийлсэн томьёог ерөнхий гишүүний томьёо гэнэ.  
 $a_n$  гишүүнийг өмнөх гишүүдээр илэрхийлсэн томьёог рекуррент томьёо гэнэ.



Арифметик прогрессын ерөнхий гишүүний томьёог бич, Ямар зүй тогтолтой вэ?

**Жишээ 1.** Тоон дарааллын зүй тогтлыг олж, ерөнхий гишүүний томьёог бичээд дараагийн хоёр гишүүнийг ол.

- а. 1, 5, 9, 13 ...
- б. 1, 1, 2, 3, 5, 8 ...
- в. 3, 12, 48, 192 ...
- г. 1, 4, 9, 16, 25 ...
- д. 2, 3, 6, 18, 108 ...

**Бодолт:**

- а. Дарааллын өмнөх гишүүн дээр 4-ийг нэмэхэд дараагийн гишүүн олдож байна. (Арифметик прогресс) Ерөнхий гишүүний томьёог бичвэл  $a_n = a_{n-1} + 4$  болно. Иймд  $a_5 = 13 + 4 = 17$  ба  $a_6 = 17 + 4 = 21$  байна.
- б. 3 дугаар гишүүнээсээ эхлээд гишүүн бүр нь өмнөх хоёр гишүүний нийлбэртэй тэнцүү байна. (Фибоначчийн дараалал) Реккурент томьёогоор  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  болно. Иймд  $a_7 = 5 + 8 = 13$ ,  $a_8 = 8 + 13 = 21$  байна.
- в. Өмнөх гишүүнийг 4-өөр үржүүлэхэд дараагийн гишүүн гарч байна. (Геометр прогресс) Ерөнхий гишүүний томьёог бичвэл  $a_n = 4a_{n-1}$  болно. Иймд  $a_5 = 192 \times 4 = 768$ ;  $a_6 = 768 \times 4 = 3072$  байна.
- г. Дарааллын гишүүд натурал тооны квадратууд байна. Ерөнхий гишүүний томьёог бичвэл  $a_n = n^2$  болно.

Энэ дараалалд өөр нэг зүй тогтол бий:

**Гишүүд:** 1      4      9      16      25 ... ?

**Ялгавар:**      3      5      7      9      11 ... ?

Натурал тоо  $n$  бүрийн хувьд  $a_{n+1} > a_n$  бол өсөх дараалал гэнэ.

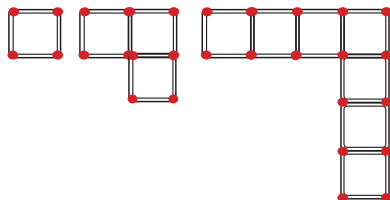
Дарааллын дараалсан гишүүдийн ялгаврын дараалал нь дэс дараалсан сондгой тоонууд гарч байна. Иймд  $a_6 = 25 + 11 = 36$ ,  $a_7 = 36 + 13 = 49$  болно.

- д. 3 дугаар гишүүнээсээ эхлээд гишүүн бүр нь өмнөх хоёр гишүүнийхээ үржвэртэй тэнцүү байна. Иймд  $18 \times 108 = 1944$  ба  $108 \times 1944 = 209952$  болно.

**1** Тоон дарааллуудын ижил ба ялгаатай тал нь юу вэ?  
2, 5, 8, 11, ... ба 11, 8, 5, 2, ...

**2** Тоон дарааллуудын зүй тогтлыг олж дараагийн хоёр гишүүнийг бич.  
а. 3, 8, 13, 18 ...      б. 83, 76, 69, 62 ...      в. 12, 15, 19, 24, ...  
г. 10, 11, 13, 16, ...      д. 5, 6, 8, 11, 15 ...      е. 1, 2, 4, 8, 16 ...  
ё. 6, 18, 54, 162 ...      ж. 7, 77, 777, 7777 ...      з. 2, 4, 6, 10, 16 ...

**3** Дүрсүүдийг чүдэнзний модоор өрж хийжээ. I дүрсийг 4 чүдэнзний модоор 1 квадрат хийжээ. II дүрсийг 10 чүдэнзээр 3 квадрат хийсэн байна. Харин III дүрсийг дээр 22 чүдэнзээр 7 квадрат хийжээ. Дараагийн дүрсэд хэдэн чүдэнз, хэдэн квадрат байх вэ? Чүдэнзний тоон дараалал ба үүсэх квадратын тоон дарааллын зүй тогтлыг ол.



**4** Дараагийн хоёр гишүүнийг бич. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

**5** Дараагийн гурван гишүүнийг бич. 18, 10, 6, 4, ... ?

**6** 2013 тоо 14, 23, 32, 41, ... дарааллын гишүүн болох уу? Тайлбарла.

**7** Дарааллуудын зүй тогтлыг олж, дараагийн хоёр гишүүнийг бич.  
а. 1, 1, 2, 3, 5 ...      б. 1, -2, 4, -8...      в. 4, 16, 64, 256 ...  
г. 1, 0.5, 0.25, 0.125...      д. 5, 12, 19, 26, 33 ...      е. 0, 3, 8, 15, 24 ....



- Жишээ 2.** а. 2, 5, 10, 17, 26, ... дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бич. б. 10 дугаар гишүүнийг ол.

**Бодолт:** а. Дарааллын гишүүдийг хүснэгтэд бичиж, ажиглая.

Гишүүний дугаар	1	2	3	4	5	6
Гишүүн	$a_1=2$	$a_2=5$	$a_3=10$	$a_4=17$	$a_5=26$	$a_6=37$
Зүй тогтол	$a_1=1^2+1$	$a_2=2^2+1$	$a_3=3^2+1$	$a_4=4^2+1$	$a_5=5^2+1$	$a_6=6^2+1$

Эндээс харвал гишүүн бүр дугаарынхаа квадрат дээр 1-ийг нэмэхэд гарч байна. Иймд ерөнхий гишүүний томьёог бичвэл  $a_n = n^2 + 1$  болно.

- б. 10 дугаар гишүүн нь:  
 $a_{10} = 10^2 + 1 = 101$  болно.

- 8** Дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог өгчээ. Эхний 5 гишүүн ба 50 дугаар гишүүнийг ол.

- а.  $a_n = n^2 + 2$                       б.  $a_n = n^2 - 3n$                       в.  $a_n = n^2 + n + 1$   
 г.  $a_n = (n+4)^2$                       д.  $a_n = n^3 + 1$                       е.  $a_n = 6n - 4$   
 ж.  $a_n = 6n - 4$                       з.  $a_n = \frac{2n}{2n+1}$                       и.  $a_n = \frac{n}{n^2+2}$

- 9** Дарааллын  $n$  дүгээр гишүүний томьёог бичиж, 100 дугаар гишүүнийг ол.

- а. 3, 5, 7, 9 ...                      б. 17, 12, 7, 2 ...                      в. 4, 9, 16, 25 ...  
 г. 4, 7, 12, 19...                      д. 2, 6, 12, 20, 30 ...                      е. 3, 12, 27, 48 ...  
 ж. 3, 7, 13, 21 ...                      з. 2, 9, 28, 65 ...                      и. 4, 12, 36, 108 ...  
 к.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11} \dots$                       л.  $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{10}{11}, \frac{17}{18} \dots$                       м.  $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{5}{15}, \frac{7}{20} \dots$

- 10** Дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог ол.

- а. 4, 20, 100, 500, ...                      б.  $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, \dots$                       в.  $1, 1 \times 2, 1 \times 2 \times 3, \dots$

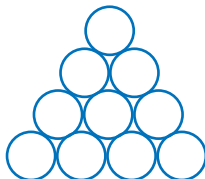
- 11** Хоёр хүн цуурхал тараажээ. Хүснэгтэд  $t$  цагийн дараа цуурхлыг сонссон хүмүүсийн тоог ( $n$ ) харуулав.

$t$	0	1	2	3	4	5
$n$	2	6	18	54	162	486

- а.  $n$ -ийг  $t$ -ээр илэрхийлэх томьёог бич.  
 б. Цуурхал 10 цагийн дараа хэдэн хүнд тарах вэ?

- 12** Биллиардын бөмбөгнүүдийг зөв гурвалжин хэлбэртэй өржээ.

- 1 дүгээр мөр  
 2 дугаар мөр  
 3 дугаар мөр  
 4 дүгээр мөр



- а.  $n$  мөр болгон өрсөн бөмбөгний тоог  $T = \frac{1}{2}n(n+1)$  томьёогоор олж болох эсхийг шалга.  
 б. 190 бөмбөг хэдэн мөр болж өрөгдөх вэ?

13 Дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог бич.

а.  $1, 1\frac{1}{2}, 1\frac{4}{5}, 2, \dots$

б.  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$

в.  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n - 1$

г.  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n + 1$

14 Дарааллын рекуррент томъёог бич.

а.  $1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots$

б.  $0, 2, 6, 14, 30, 62, 126, \dots$

в.  $0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$

г.  $0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots$

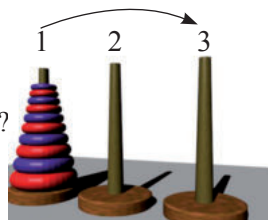
д.  $0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, \dots$

е.  $0, 1, 5, 14, 30, 55, 91, \dots$

15\* Нэг аяга сүүний хагасыг уугаад усаар дүүргэв. Түүний хагасыг уугаад мөн усаар дүүргэв. 5 хагас аяга уугаад усаар дүүргэсний дараа аяган дахь шингэнд сүү хэдэн хувийг нь эзлэх вэ?

16\* Ашиглаж байгаа гар утасны үнэ жил бүр өмнөх жилийн үнээсээ 15% -аар багасдаг гэж үзье. 5 жил барьсан гар утасны үнэ хэдэн хувь буурах вэ?

17\* (Ханойн цамхаг) Гурван шонгийн нэгэнд жижиг нь томынхоо дээр байхаар цагаригууд углажээ. Цагаригуудыг дараах дүрмээр зөөж, 3 дугаар шон дээр хамгийн цөөндөө хэдэн үйлдлээр байрлуулах вэ?

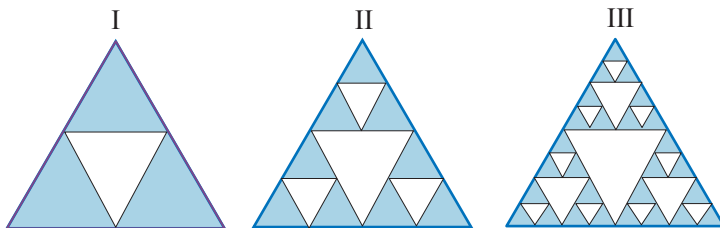


1. Цагаригуудыг нэг нэгээр нь зөөнө.
2. Жижиг цагариг дээр томыг тавьж болохгүй.
  - а. 3 цагариг
  - б. 4 цагариг
  - в. 5 цагариг
  - г.  $n$  цагариг байх үед бодоорой.



### Серпинскийн хээ

Зөв гурвалжин хэлбэртэй цаасны голд орших зөв гурвалжныг зүсэж авав. Үлдэх зөв гурвалжин цаас бүр дээр энэ үйлдлийг давтана. Энэ үйлдлүүдийг төгсгөлгүй үргэлжлүүлбэл өвөрмөц хээ үүсэх ба түүнийг **Серпинскийн хээ** гэдэг. Зурагт эхний гурван үйлдлийн үр дүнг харуулав.

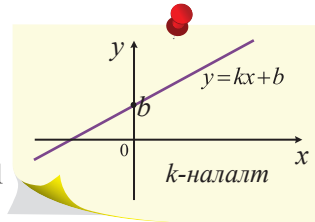


- а. IV зурагт цагаан гурвалжин хэд байх вэ?
- б. IV зурагт цэнхэр гурвалжин хэд байх вэ?
- в. V зурагт нийт хэдэн цагаан, хэдэн цэнхэр гурвалжин үүсэх вэ?
- г.  $n$  дүгээр зурагт цагаан гурвалжны тоо хэд байх вэ?

## Шугаман тэгшитгэлийн систем бодох графикийн арга

18 Шулууны налалт болон *Оу* тэнхлэгийг огтлох цэгийг ол.

- а.  $y-5x=2$  б.  $3x-y=10$  в.  $5x+3y=3$   
 г.  $2x-7y=14$  д.  $\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}y=\frac{2}{3}$  е.  $2.3x-1.5y=0.1$

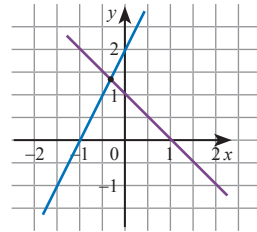


19  $y=3x-1$  тэгшитгэлээр өгсөн шулуун дээр орших гурван цэгийн координатыг олж, шулууныг байгуул.

20 Функцийн графикийг байгуул.

- а.  $y=4x$  б.  $y=4x+5$  в.  $y=-3x$  г.  $y=-3x-2$   
 д.  $y=\frac{1}{4}x$  е.  $y=\frac{1}{4}x-2$  ж.  $y=-\frac{2}{3}x$  з.  $y=-\frac{2}{3}x+3$

21  $\begin{cases} x+7=y \\ 3x+4y=0 \end{cases}$  тэгшитгэлийн системийн шийд өгсөн цэгүүдийн аль нь болох вэ?  
 $A(0, 0), B(2, -2), C(0, 7), D(-4, 3)$



22 Шулуунуудын огтлолцлын цэгийн координатыг 0.1 нарийвчлалтай тоймлож ол.

**Жишээ 3.** Нийлбэр нь  $\frac{4}{3}$  байх хоёр тоо санав. Их тоог нь 2 дахин, харин бага тоог нь 3 дахин ихэсгээд нэмэхэд 3 гарав. Санасан тоонуудыг ол.

**Бодолт: I.** Олох хоёр тоог  $x, y$  ( $x > y$ ) гэж тэмдэглэе. Өгсөн нөхцөлийг ашиглан  $x+y=\frac{4}{3}, 2x+3y=3$  тэгшитгэлүүд бичиж болно. Эндээс санасан тоонуудыг олохын

тулд  $\begin{cases} x+y=\frac{4}{3} \\ 2x+3y=3 \end{cases}$  тэгшитгэлийн системийн шийдийг олох хэрэгтэй боллоо.

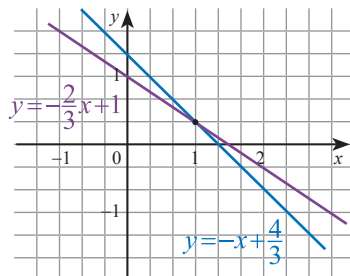
**II.** Тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бодъё.

а. Эхлээд тэгшитгэл бүрийг  $y=kx+b$  хэлбэрт шилжүүлнэ.

$$\begin{cases} y=-x+\frac{4}{3} \\ y=-\frac{2}{3}x+1 \end{cases}$$

б.  $y=-x+\frac{4}{3}, y=-\frac{2}{3}x+1$  функцүүдийн графикийг нэг координатын хавтгайд байгуулна.

в. Шулуунуудын огтлолцлын цэгийн координат хоёр тэгшитгэлд хоёуланд нь тохирох ерөнхий шийд болох тул графикаас харахад системийн шийд  $x=1, y=\frac{1}{3}$  байна.

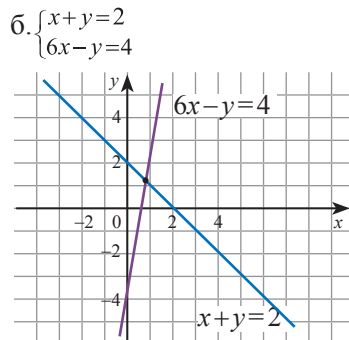
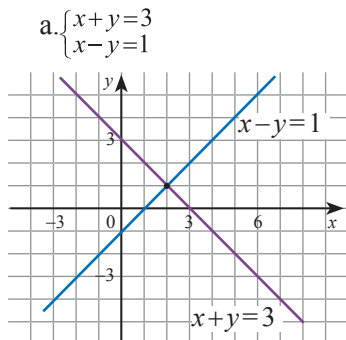


г. Бодлогын хариуг бичье.

Санасан хоёр тоо  $x=1, y=\frac{1}{3}$  байна.

**?** Шугаман тэгшитгэлийн системийг бодох графикийн аргын алхмуудын талаар ярилцаж, дүгнэлт хийгээрэй.

**23** График ашиглан тэгшитгэлийн системийн шийдийг ол.



**24** Тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бод.

а.  $\begin{cases} x+y=1 \\ y-x=1 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 3y-x=8 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} 3x+2y=\frac{13}{6} \\ 6x-y=\frac{8}{3} \end{cases}$  г.  $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{4}y=-2 \\ x-3y=-14 \end{cases}$

**25** Тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бодож, шийдтэй шийдгүй аль нь болохыг тогтоо.

а.  $\begin{cases} 5x+y=10 \\ 2y-4x=6 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 9x-3y=9 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x-2y=4 \end{cases}$

$\begin{cases} y=k_1x+b_1 \\ y=k_2x+b_2 \end{cases}$  тэгшитгэлийн систем

- ✓  $k_1 \neq k_2$  үед нэг шийдтэй
- ✓  $k_1 = k_2$  ба  $b_1 \neq b_2$  үед шийдгүй
- ✓  $k_1 = k_2$  ба  $b_1 = b_2$  үед төгсгөлгүй олон шийдтэй.

**26** Тэгшитгэлийн системийг бодож, нэг шийдтэй, шийдгүй, төгсгөлгүй олон шийдтэй эсэхийг тогтоо.

а.  $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ x-y=-1 \end{cases}$  б.  $\begin{cases} 4x+8y=7 \\ \frac{1}{2}x+y=2 \end{cases}$  в.  $\begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=\frac{1}{6} \\ 4x-3y=1 \end{cases}$  г.  $\begin{cases} 0.2x+0.5y=1.5 \\ x-y=2 \end{cases}$



### Зам хугацааны график

$A$  хотоос  $B$  хот руу  $70$  км/ц хурдтай ачааны машин гарчээ. Ачааны машиныг  $100$  км явсны дараа араас нь  $90$  км/ц хурдтай суудлын машин гарч ачааны машинтай зэрэг  $B$  хотод хүрчээ.  $x$  цагийн дараа суудлын машины  $A$  хотоос холдох зайг  $y$  гэж тэмдэглээд дараах асуултад хариул.

- а.  $y$ -ийг  $x$ -ээр илэрхийлсэн томьёо бич.
- б. Машин тус бүрийн зам-хугацааны графикийг нэг координатын хавтгайд байгуул.  $4$  цагийн дараа машин тус бүрийн явсан зайг график ашиглан ол.
- в. График ашиглан машинууд хэдэн цагийн дараа  $A$  хотоос  $400$  км зайд байх вэ? гэдгийг тооцоолж ол.
- г. Суудлын машин хэдэн цагийн дараа,  $A$  хотоос ямар зайд ачааны машиныг гүйцэж ирэхийг график ашиглан ол.

## Квадрат функцийн график

### Тэгшитгэлийн шийдийг график хэрэглэн олох

- $y = 2x + 2$ ,  $y = -x + 5$ ,  $y = 0.5x - 3$  функцүүдийн график ба
- $2x + 2 = 0$ ,  $-x + 5 = 0$ ,  $0.5x - 3 = 0$  тэгшитгэлүүдийн шийдийг
- харьцуулж, дүгнэлт гаргаарай.

**?**  $y = kx + b$  функцийн график ба  $kx + b = 0$  хэлбэрийн тэгшитгэлийн шийд хоорондоо ямар хамааралтай вэ?

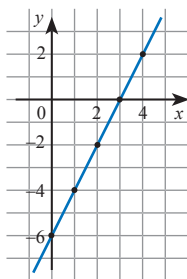
**Жишээ 4.**  $2x - 6 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг график ашиглан ол.

**Бодолт:** а.  $y = 2x - 6$  функцийн график байгуулъя.

$y = 2x - 6$  утгын хүснэгт

x	0	1	2	3	4
y	-6	-4	-2	0	2

Функцийн утгын хүснэгт болон графикаас харахад  $2x - 6 = 0$  тэгшитгэлийн шийд  $x = 3$  байна.



$kx + b = 0$   
тэгшитгэлийн шийд нь  $y = kx + b$  функцийн графикийн  $Ox$  тэнхлэгийг огтлох цэгийн абсцисс болно.

**Жишээ 5** а.  $y = x^2 + 2x - 2$  функцийн графикийг  $-4 \leq x \leq 2$  завсарт байгуул.

б. Байгуулсан графикаа ашиглан  $x = -1$ ,  $-2$  үед функцийн утгыг ол.

в. Графикаа ашиглан  $x^2 + 2x - 2 = 0$  тэгшитгэлийг бод.

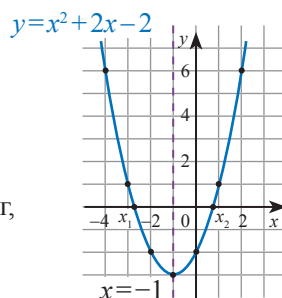
**Бодолт:** а. Функцийн утгын хүснэгтийг зохиож, нөхье. Энэ хүснэгтийн дагуу графикийг байгуулбал зурагт үзүүлсэн парабол гарна.

							2
							4
$2x$	-8	-6	-4	-2	0	2	4
$-2$	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
$y = x^2 + 2x - 2$	6	1	-2	-3	-2	1	6

б. Байгуулсан график дээрээ  $(-1, 0)$  цэгээс  $Oy$  тэнхлэгтэй параллел цацрагийг графиктай огтлолцуулж татна. Огтлолцлын цэгийн ординат нь  $x = -1$  байх үеийн функцийн утга болно. ( $y = -3$ )

Үүнтэй ижил аргаар  $x = -2$  үед функцийн утга  $y = -2$  болохыг олно.  $x = -1$  нь параболын тэгш хэмийн тэнхлэг,  $(-1, -3)$  нь параболын оройн цэг болно. Графикаас харахад функцийн хамгийн бага утга нь  $y = -3$  байна.

в. Функцийн графикийн  $Ox$  тэнхлэгтэй огтлолцсон цэгийн абсцисс нь  $x^2 + 2x - 2 = 0$  тэгшитгэлийн шийд болно. Графикаас харвал тэгшитгэлийн шийд нь ойролцоогоор  $x_1 \approx -2.7$ ,  $x_2 \approx 0.7$  байна.



## Квадрат функцийн график

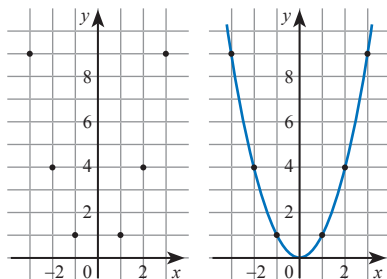
**Жишээ 6.**  $y = x^2$  функцийн графикийг  $-3 \leq x \leq 3$  завсарт байгуул.

**Бодолт:** Эхлээд функцийн утгын хүснэгтийг зохиож, нөхнө.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

Координатын хавтгайн  $-3 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 9$  мужид графикийг байгуулъя.

Хүснэгт дэх  $(x, y)$  хос тоо бүрд харгалзах цэгүүдийг координатын хавтгайд тэмдэглэнэ. Тэмдэглэсэн цэгүүдийг хооронд нь муруйгаар холбоно. Энэ муруй нь  $y = x^2$  функцийн график юм. Ийм хэлбэрийн муруйг парабол гэнэ.



$x^2 + 2x - 2 = 0$  тэгшитгэлийн шийд  $x_1$  ба  $x_2$  нь  $x_0 = -1$  (параболын оройн цэгийн абсцисс) - ийг дайрсан шулууны хувьд тэгш хэмтэй байна.

- 27** а.  $-3 \leq x \leq 3$  завсарт  $y = x^2 - 3$  функцийн утгын хүснэгт зохиож, график байгуул.  
 б. Графикаа ашиглан  $x^2 - 3 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

- 28** а.  $-1 \leq x \leq 5$  завсарт  $y = x^2 - 4x$  функцийн утгын хүснэгт зохиож, график байгуул.  
 б. Графикаа ашиглан  $x^2 - 4x = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

- 29** а.  $-3 \leq x \leq 3$  завсарт  $y = x^2 + 1$  функцийн утгын хүснэгт зохиож, график байгуул.  
 б. Графикаа ашиглан  $x^2 + 1 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

- 30** а.  $-1 \leq x \leq 6$  завсарт  $y = x^2 - 5x + 4$  функцийн утгын хүснэгт зохиож, график байгуул.  
 б. Графикаа ашиглан  $x^2 - 5x + 4 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

$x$	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x^2$				4				
$-5x$				-10				
$+4$				4				
$y = x^2 - 5x + 4$				-2				

- в. Байгуулсан графикаа ашиглан  $x = 3.5$  байх үед функцийн утгыг ол.  
 г. Параболын оройн цэгийн координатыг ол.  
 д. Параболын тэгш хэмийн тэнхлэгийн тэгшитгэлийг бич.  
 е. Графикаа ашиглан функцийн хамгийн бага утгыг ол.

**?** Квадрат функцийн график ашиглан квадрат тэгшитгэлийн шийдийг хэрхэн олох вэ? Дүгнэлт гаргаарай.

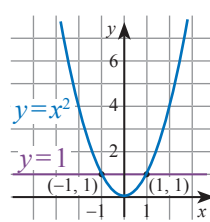
## Шугаман функцийн урвуу функц

- Хэрэв  $X$  олонлогийн элемент бүрд  $Y$  олонлогийн нэг л элемент харгалзаж байвал энэ харгалзаа нь функц болдог.  $f$  ба  $g$  хоёр функц авч үзье:
- $f$

$g$
- $f$  ба  $g$  харгалзаа нь  $x$ -ийн утга бүрд  $y$ -ийн нэг утга харгалзсан байна. Иймд  $f, g$  харгалзаанууд функц болно.  $f$  функцийн хувьд бас  $y$ -ийн утга бүрд  $x$ -ийн нэг утга харгалзаж байна. Ийм функцийг **харилцан нэг утгатай функц** гэнэ. Эндээс харахад  $g$  функцийн  $y=5$  утгад  $x=2$  ба  $x=0$  гэсэн хоёр утга харгалзаж байна. Иймд  $g$  нь харилцан нэг утгатай функц болж чадахгүй.

**Жишээ 7.**  $y=x^2$  функц харилцан нэг утгатай функц мөн үү?

**Бодолт:** Ох тэнхлэгтэй параллел шулуунууд



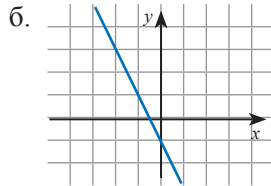
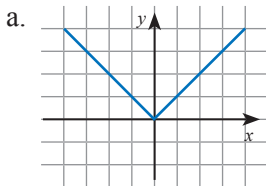
татахад  $y=x^2$  функцийн графиктай хоёр цэгээр огтлолцох шулуун олдож байна. Тухайлбал  $(0, 1)$  цэгийг дайрсан шулуун функцийн графиктай  $(-1, 1)$  ба  $(1, 1)$

координаттай хоёр цэгээр огтлолцож байна.

Иймд  $y=x^2$  функц харилцан нэг утгатай болж чадахгүй.

Ох тэнхлэгтэй параллел бүх шулуун функцийн графиктай нэг цэгээр огтлолцож байвал тэр нь харилцан нэг утгатай функц болно.

**31** Графикаар өгсөн функц харилцан нэг утгатай функц мөн үү?



$x$ -ээс хамаарсан томьёо нь мэдэгдэхгүй үед функцийг  $y=f(x)$  гэж тэмдэглэнэ.

**32** Томьёогоор өгсөн функц харилцан нэг утгатай функц мөн үү?

а.  $y = 2x - 1$

б.  $y = x^3$

в.  $y = 2x^2 - 4x$

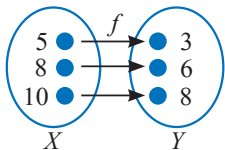
**33** Харилцан нэг утгатай функцийн жишээ гарга. Функцийн томьёог бичиж, графикийг байгуул.

- $y=f(x)$  функцийг  $x$  тоон дээр математик үйлдэл хийж  $y$  тоо гаргадаг оператор мэтээр төсөөлж болдог. Харин  $f$ -ийн урвуу  $y=f^{-1}(x)$  функц  $y$  тоон дээр математик үйлдэл хийж  $x$  тоог буцааж гаргана. Жишээ нь,  $f(x)=3x-4$  функцийн хувьд  $f(3)=5$  бол  $f^{-1}(5)=3$  байна.

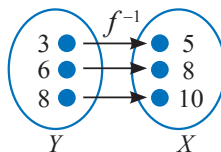


“Харилцан нэг утгатай функц урвуу функцтэй байна.” гэсэн дүгнэлтийг хэлэлцэж, ярилцаарай.

**Жишээ 8.**



функцийн урвуу  $f^{-1}$  функцийг харгалзаагаар дүрсэл.



**Бодолт:**  $f^{-1}$  функц нь  $y$ -ийг  $x$ -д харгалзуулах тул

болно.

**Урвуу функц**

$f$  нь харилцан нэг утгатай функц байг.  $f$ -ийн **урвуу функцийг**  $f^{-1}$  гэж тэмдэглэх ба  $f$ -ийн бүх  $(x, y)$  хосуудад харгалзах бүх  $(y, x)$  эрэмбэлэгдсэн хосуудыг агуулна.

- $f^{-1}$ -ийг  $f$ -ийн урвуу функц гэж уншина.  $f$ -ийн  $-1$  зэрэг биш юм. Иймд  $f^{-1} \neq \frac{1}{f}$
- Хэрэв функц харилцан нэг утгатай биш бол урвуу функцгүй байна.

- а.  $y=f(x)$  функцийн урвуу функцийг хэрхэн олох вэ? Алхамчилж бич.
- б.  $y=f(x)$  ба  $y=f^{-1}(x)$  функцийн графикууд ямар чанартай вэ? Дүгнэлт гарга.

**Жишээ 9**

- а.  $f(x)=2x-5$  функцийн урвуу функцийг ол.
- б.  $f(x)=2x-5$  ба түүний урвуу функцийн графикийг координатын нэг хавтгайд байгуул.

**Бодолт:** а. Урвуу функцийн томъёог олъё.

I.  $f(x) = 2x - 5 \rightarrow y = 2x - 5$

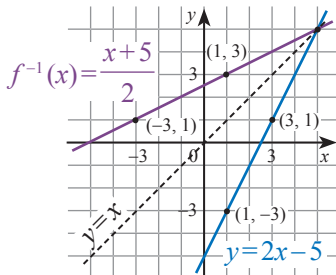
II.  $x = 2y - 5$   $y$ -ийг  $x$ -ээр сольсон

III.  $y = \frac{x + 5}{2}$

IV.  $f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{2}$

б. Функцийн утгын хүснэгт зохиоё.

	$y = 2x - 5$		
$x$	1	3	$y$
$y$	-3	1	$x$
	$y = \frac{x + 5}{2}$		



$y=f(x)$  ба  $y=f^{-1}(x)$  функцийн графикууд  $y=x$  шулууны хувьд тэгш хэмтэй байна.

**34** Функцийн урвуу функцийг олж, графикийг байгуул.

- а.  $f(x) = -4x + 8$       б.  $f(x) = 2x + 5$
- в.  $g(x) = \frac{x}{2} - 4$       г.  $f(x) = 0.5x + 2$

- Урвуу функцийг олох дүрэм:
- $f(x)$ -ийг  $y$ -ээр солино
  - $x$  ба  $y$ -ийг сольж бичнэ.
  - $y$ -ийг  $x$ -ээр илэрхийлнэ.
  - $y$ -ийг  $f^{-1}(x)$ -ээр сольж бичнэ.

**35\*** Функцийн урвуу функцийг ололгүйгээр  $f^{-1}(6)$  утгыг ол.

- а.  $f(x) = 3x + 4$       б.  $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$       в.  $f(x) = 0.5x + 0.8$



### Шулууны налалт

- $y = kx + b$  ( $k$  ба  $b$ - тогтмол тоо) хэлбэртэй шугаман функцийн график нь шулуун байдаг. Энд  $k$ -г шулууны налалт,  $b$ -г сул гишүүн гэнэ.
- Аливаа шулууны тэгшитгэлийг  $y = kx + b$  хэлбэрт бичиж болно.

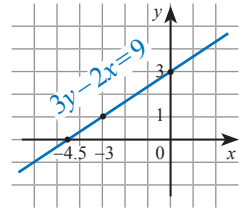
**Жишээ 10**  $3y - 2x = 9$  шулууныг байгуулж, налалтыг ол.

**Бодолт:**  $x = 0$  үед  $3y = 9$  буюу  $y = 3$

Иймд  $(0, 3)$  цэг шулуун дээр оршино. ( $Oy$ -огтлол)

$y = 0$  үед  $-2x = 9$  буюу  $x = -4.5$  ( $-4.5, 0$ ) цэг шулуун дээр оршино. ( $Ox$ -огтлол)

Эдгээр цэгүүдийг координатын хавтгайд тэмдэглэж, шулуун татна. Налалтыг олохын тулд шулуун дээр орших хоёр цэг олъё.  $(0, 3)$  ба  $(-3, 1)$  цэгүүд шулуун дээр оршино.

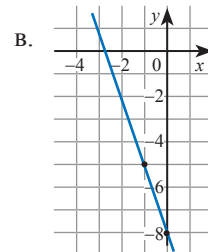
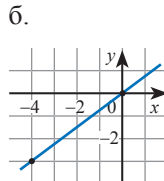
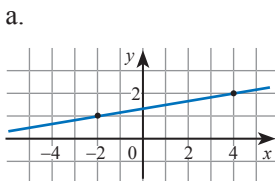


Налалтыг олбол:  $k = \frac{y\text{-ийн өөрчлөлт}}{x\text{-ийн өөрчлөлт}} = \frac{1 - 3}{-3 - 0} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$  болно.

Эндээс  $y = \frac{2}{3}x + 3$  гэсэн шулууны ( $k = \frac{2}{3}$  налалт) тэгшитгэлд шилжинэ.

**?**  $Ax + By = C$  тэгшитгэлээр өгсөн шулууныг  $y = kx + b$  хэлбэрт хэрхэн шилжүүлэх вэ? Алхамчилж бич.

- 36**  $5x - 4y + 8 = 0$  шулууны налалтыг олж, координатын хавтгайд шулууныг байгуул.
- 37** Шулуун  $A(-2, -1)$  ба  $B(3, 1)$  цэгүүдийг дайрна.
  - а. Шулууны налалтыг ол.
  - б. Шулууны тэгшитгэлийг  $y = kx + b$  хэлбэрт бич.
- 38** Шулуун  $A(-2, -1)$  ба  $B(3, 1)$  цэгүүдийг дайрна.
  - а. Шулууны налалтыг ол.
  - б. Шулууны тэгшитгэлийг  $y = kx + b$  хэлбэрт бич.
- 39**  $k = \frac{1}{3}$  налалттай,  $(2, 0)$  цэгийг дайрсан шулууныг байгуулж, тэгшитгэлийг бич.
- 40** Шулууны тэгшитгэл бич.



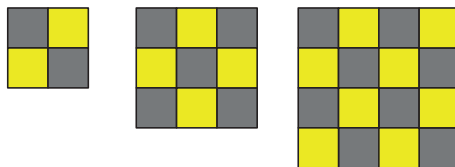
**?**  $y = kx + b$  хэлбэрийн тэгшитгэлээр өгсөн шулууны байршил  $b$ -ээс хэрхэн хамаарах талаар ярилцаж, дүгнэлт гаргаарай.

## ДАВТАХ

**41** Шатрын хөлгийн нүднүүдийг хоёр өнгөөр алаглуулан будсан байдаг. Зурагт  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  хэмжээтэй шатрын хөлгийг харуулжээ.

а.  $5 \times 5$  шатрын хөлгийг зураарай.

б. Хүснэгтийг нөхөөрэй.



Хөлгийн хэмжээ	$2 \times 2$	$3 \times 3$	$4 \times 4$	$5 \times 5$	$n \times n$
Шар нүдний тоо $a_n$					
Саарал нүдний тоо $b_n$					
Нийт нүдний тоо $c_n$					

**42** Дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог өгчээ:  $a_n = 3n^2 + 2n$

а. Эхний 5 гишүүнийг бич.

б. Хэддүгээр гишүүн 385-тай тэнцүү вэ?

в. 1008 энэ дарааллын гишүүн болох уу?

г. Дарааллын хэдэн гишүүн анхны тоо байх вэ?

**43** Тэгшитгэлийн графикийг байгуулж,  $Ox$  огтлолыг ол.

а.  $y = x + 1$

б.  $x - y = 2$

в.  $y = 2x - 1$

г.  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

д.  $y = -x + 3$

е.  $3x + y = 2$

**44** Шугаман тэгшитгэлийн системийг графикийн аргаар бод.

а.  $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

б.  $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

в.  $\begin{cases} x + y = 4 \\ y = 3x \end{cases}$

**45** Тэгшитгэлийн шийдийг графикийн аргаар ол.

а.  $3x + 4 = 1$

б.  $2x + 3 = x - 5$

в.  $-5x + 2 = -4$

г.  $x^2 + 5x + 6 = 0$

**46** Тэгшитгэлийн шийдийг график ашиглан 0.1 нарийвчлалтай тоймлон ол.

а.  $x^2 = 4$

б.  $x^2 + 2x = 0$

в.  $6 + x - x^2 = 0$

г.  $x^2 - x - 2 = 0$

**47** Функцийн утгын хүснэгтийг гүйцээж нөхөөд  $y = \frac{18}{x} = 13$  тэгшитгэл бод.

$x$	-3	-2	-2.5	-1	1	2	2.5	3
$y$								

**48** а.  $y = x^2 + 4x + 5$  функцийн утгын хүснэгтийг нөхөөд, график байгуул.

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$y$				1			

б. График ашиглан  $x = -1.5$  байх үед функцийн утгыг ол.

в. График ашиглан  $x^2 + 4x + 5 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

- 49 а.  $y = x^2 + 4x - 5$  функцийн утгын хүснэгтийг нөхөөд, график байгуул.

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$y$		-5					0

- б. Параболын оройн цэгийн координатыг ол.  
 в. Параболын тэгш хэмийн тэнхлэгийн тэгшитгэлийг бич.  
 г. График ашиглан  $y = 7$  байх үед  $x$ -ийн утгыг ол.  
 д. График ашиглан  $x^2 + 4x - 5 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

- 50 а.  $y = x^2 + 2x - 3$  функцийн утгын хүснэгтийг нөхөөд, график байгуул.

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y$								5

- б. График ашиглан  $x = 0.5$  байх үед функцийн утгыг ол.  
 в. График ашиглан  $x^2 + 2x - 3 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

- 51 а.  $y = x^2 - 5x + 6$  функцийн утгын хүснэгтийг нөхөөд, график байгуул.

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y$								5

- б. График ашиглан  $x = -2$  үед функцийн утгыг ол.  
 в. График ашиглан  $x^2 - 5x + 6 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.  
 г. Параболын оройн цэгийн координатыг ол.

- 52 а.  $-4 \leq x \leq 4$  завсарт  $y = -x^2 + 11$  функцийн утгын хүснэгтийг нөхөж, график байгуул.

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$			7					2	

- б. График ашиглан  $y = 5$  үед  $x$ -ийн утгыг ол.  
 в. График ашиглан  $-x^2 + 11 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.  
 г. Функцийн хамгийн их утгыг ол.

- 53 а.  $y = -\frac{8}{x}$  функцийн утгын хүснэгтийг гүйцээж нөх.

$x$	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
$y$			-4		8			

- б.  $y = -\frac{8}{x}$  функцийн графикийг  $-8 \leq x \leq 8$  ба  $-8 \leq y \leq 8$  мужид байгуул.  
 в. График ашиглан  $-\frac{8}{x} = 5$ ,  $-\frac{8}{x} = -2$  тэгшитгэлийн шийдийг 0.1 нарийвчлалтай тоймлож ол.

- 54  $y = 2x^2 - 6x$  параболын оройн цэгийн координатыг график ашиглан ол.

55  $y=0.5x^2+3x-7$  функцийн графикийг утгын хүснэгт ашиглан байгуулж, параболын оройн цэгийн координат ба  $Ox$  тэнхлэгийг огтлох цэгийг график ашиглан тоймлож ол.

56 а.  $-1 \leq x \leq 5$  завсарт  $y = x^2 - 4x + 2$  функцийн утгын хүснэгтийг нөхөж, график байгуул.

$x$	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	7	2	-1	-2	-1	2	7

б. График ашиглан  $x=4.5$  үед функцийн утгыг ол.

в. График ашиглан  $x^2 - 4x + 2 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол.

г. Функцийн хамгийн бага утгыг ол.

57 Функцийн урвуу функцийг ол.

а.  $f(x) = 4x - 7$    б.  $f(x) = \frac{3}{5}x - 6$    в.  $y = \frac{2x+2}{3}$    г.  $g(x) = \frac{5}{4}x + \frac{3}{2}$

58 а.  $f(4) = 7$  бол  $f^{-1}(7) = ?$    б.  $g^{-1}(3) = 8$  бол  $g(8) = ?$

в.  $f(x) = 3x - 9$  бол  $f^{-1}(0) = ?$    г.  $g^{-1}(x) = \frac{2}{3}x$  бол  $g(4) = ?$

59 Функци ба түүний урвуу функцийн графикийг нэг хавтгайд байгуул.

а.  $y = -2.5x + 5$    б.  $f(x) = 0.8x$    в.  $y = 2x - 1$

60  $f(x) = 3(x + 2)$  бол

а.  $f^{-1}(10) = ?$    б.  $f^{-1}(-2) = ?$    в.  $f^{-1}(6) = ?$

61  $f(x) = 5 - 2x$  ба  $q(x) = 2x^2 + 3x - 5$  функцүүд өгчээ

а.  $q(-3)$  утгыг ол.   б.  $f^{-1}(x) = 12$  тэгшитгэлийг бод.

62  $f$  ба  $g$  нь  $f: x \rightarrow x - 4$  ба  $g: x \rightarrow 4 - x$ -т харгалзуулдаг функцүүд байна. Дараах бичиглэлүүдийн аль нь үнэн бэ?

а.  $g^{-1}(x) = f(x)$    б.  $f^{-1}(x) = x + 5$    в.  $f^{-1}(x) = g(x)$

63 Шулууныг байгуулж, налалтыг ол.

а.  $3y + 2x = 15$    б.  $4x + 5y + 10 = 0$    в.  $5x - 3y = -5$

64  $2x - 4y = 4$  ба  $8y - 4x + 7 = 0$  шулуунуудыг байгуулж, параллел эсэхийг тогтоо.

65 Оу тэнхлэгийг  $-2$ -оор огтлох, налалт нь  $\frac{3}{5}$ -тай тэнцүү байх шулууны тэгшитгэл бич.

66 Шулуунуудын налалтыг олж, параллел эсэхийг тогтоо.

а.  $y = 5x - 4$    б.  $y = 6x - 7$    в.  $y = 3x - 4$    г.  $y = 6x + 100$    д.  $y = 5x - 7$

67 Хүснэгтээр өгсөн шулууны налалтыг ол.

$x$	-6	-4	-2
$y$	-3	-1	1

68  $(2, -5), (-3, -5)$  цэгүүдийг дайрсан шулууны налалтыг ол.

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 4

**1** Дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бич. Энэ ямар дараалал вэ?

а. 2, 5, 8, 11...

б. -1, 3, 7, 11, ...

**2** Рекуррент томьёогоор өгсөн дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бич.

а.  $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n$

б.  $a_1 = \frac{9}{25}, a_{n+1} = \frac{5}{3}a_n$

**3** Функцийн графикийг координатын нэг хавтгайд байгуул. Налалтыг ол.

а.  $y = 2x + 1$

$x$	-4	-2	0	2	4
$y$					

б.  $y = 0.5x$

$x$	-6	-3	0	3	6
$y$					

в.  $y = 2x - 3$

$x$	-4	-2	0	4	8
$y$					

**4**  $y = 1 - x$  функцийн график дээр өгсөн цэгүүдийн аль нь орших вэ?

$A(-1, -1)$   $B(-1, 2)$   $C(2, -1)$   $D(2, 3)$   $E(1, 0)$   $F(0, -1)$

**5**  $y = x^2 + 3x - 4$  функцийн график байгуулж,  $x^2 + 3x - 4 = 0$  тэгшитгэлийн шийдийг ол. Параболын оройн цэгийн координат, функцийн ХБУ-ыг ол.

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$y$						

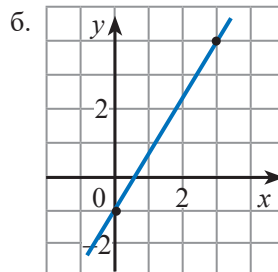
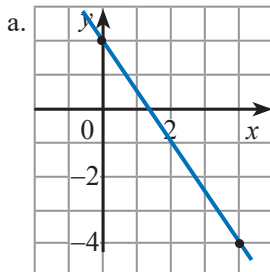
**6** Өгсөн функцийн графикийг утгын хүснэгт зохиож, байгуул.

а.  $y = \frac{10}{x}$

б.  $y = x^2 + 5x + 6$

**7** (3, 11) цэгийг дайрсан  $\frac{7}{3}$  налалттай шулууны тэгшитгэл бич.

**8** Өгсөн функцийн тэнхлэг огтлол, налалтыг олж, шулууны тэгшитгэл бич.



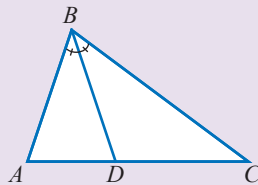
**9** Өгсөн координаттай цэгүүдийг дайрсан шулууны тэгшитгэл бич.

$A(-3, 8)$  ба  $B(-1, -2)$

## VI БҮЛЭГ. ДҮРС, ӨНЦӨГ, БАЙГУУЛАЛТ

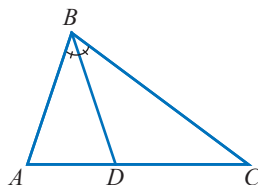
### Гурвалжны медиан, биссектрисийн чанар

- Дадлага ажил 1. Гурвалжны биссектрисийн чанарыг тодорхойлох
- а. Гурвалжин зурж, оройн цэгүүдийг тэмдэглэнэ.
- б. Нэг оройн биссектрис байгуулна. ( $B$  орой)
- в. Хэмжилт хийж  $\frac{AB}{AD}$ ,  $\frac{BC}{DC}$  харьцаануудыг тооцоолж олно.
- г. Харьцаануудын хооронд ямар хамаарал байгааг ажиглаж, тогтооно.



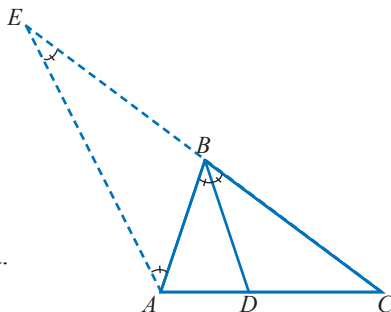
#### Гурвалжны биссектрисийн чанар

Гурвалжны дотоод өнцгийн биссектрис нь эсрэг талаа хажуу талуудад пропорционал хэрчмүүдэд хуваана.  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$

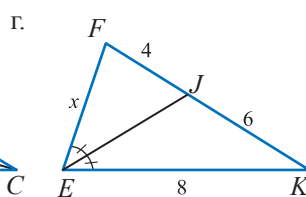
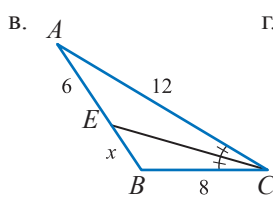
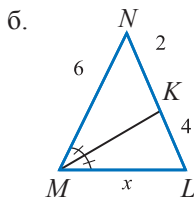
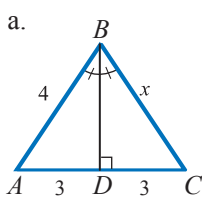


**Баталгаа.** Дараах алхмын дагуу гүйцэтгэ.

- $A$  оройгоос  $BD$  биссектрис тэй параллел шулуун татаж  $BC$  талын үргэлжлэлтэй огтлолцуулна. ( $E$ )
- Ямар шинжээр  $\triangle CDB$ ,  $\triangle CAE$  төсөөтэй болохыг тогтооно.
- Солбисон өнцгүүд тэнцүү учир  $\angle EAB = \angle AEB \Rightarrow AB = BE$  байна.
- Төсөөгийн харьцаа бичвэл:  
 $\frac{CE}{BC} = \frac{AC}{DC}$  тул  $\frac{(BC+AB)}{BC} = \frac{(AD+DC)}{DC}$  болно.
- Гишүүнчлэн хуваахад:  
 $1 + \frac{AB}{BC} = 1 + \frac{AD}{DC}$  буюу  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$  болж батлагдана.



**1** Мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг ол.



**2** Тэгш өнцөгт гурвалжны хурц өнцгийн биссектрисүүдийн огтлолцолд үүсэх мохоо өнцгийн хэмжээг ол.

**3** 32 см периметртэй гурвалжны  $A$  оройгоос татсан биссектрис эсрэг талаа 5 см ба 3 см урттай хэсгүүдэд хуваадаг бол гурвалжны талуудын уртыг ол.

- 4  $ABC$  гурвалжны  $B$  өнцгийн биссектрис  $BD$  болно.  
 а. Хэрэв  $AB=10$  см,  $BC=15$  см,  $AC=20$  см бол  $AD, DC$  хэрчмүүдийн уртыг ол.  
 б. Хэрэв  $AD:DC=8:5$  ба  $AB=16$  см бол  $BC$  талын уртыг ол.  
 в. Хэрэв  $AB:BC=2:7$  ба  $DC-AD=1$  см бол  $AC$  талын уртыг ол.
- 5 Гурвалжны 9 см ба 6 см урттай талуудын хоорондох өнцгийн биссектрис татжээ. Гурав дахь тал дээр үүссэн хэрчмүүдийн нэг нь өгсөн талуудын нэгтэй тэнцүү урттай байв. Гурав дахь талын уртыг ол.
- 6  $ABC$  гурвалжны  $AB=15$  см,  $AC=10$  см бөгөөд  $AD$  нь  $A$  өнцгийн биссектрис болно.  $D$  цэгээс  $AB$ -тэй параллел шулууныг  $AC$ -тэй  $E$  цэгт огтлолцуулж татжээ.  $AE, EC, DE$  хэрчмийн уртыг ол.
- 7\* Адил хажуут  $ABC$  гурвалжны  $AC=b$ ,  $BA=BC=a$  бөгөөд  $A, C$  өнцгийн биссектрисүүд  $AN, CM$  бол  $MN$  хэрчмийн уртыг ол.

Дадлага ажил 2. Гурвалжинд багтсан тойрог байгуулах

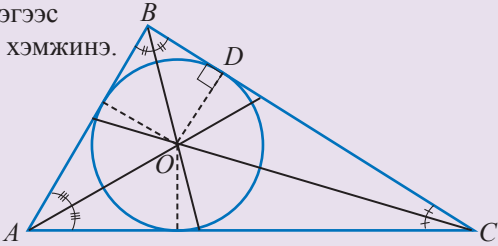
а. Гурвалжин зурж, оройн цэгүүдийг тэмдэглэнэ.

б. Гурвалжны  $A, B$  оройн дотоод өнцгийн биссектрисийг байгуулна.

в. Биссектрисүүдийн огтлолцлын цэгээс  $BC$  талд перпендикуляр буулгаж, хэмжинэ.

г. Хэмжсэн урт бүхий радиустай, огтлолцлын цэгт төвтэй тойрог байгуулна.

д.  $C$  оройн дотоод өнцгийн биссектрисийг байгуулна.



?  $C$  орой дахь дотоод өнцгийн биссектрис нь  $O$  цэгийг дайрах уу? Тайлбарла.

**Гурвалжинд багтсан ба гурвалжныг багтаасан тойрог**  
 Гурвалжны бүх талыг шүргэх тойргийг уг **гурвалжинд багтсан тойрог гэнэ**.  
 Гурвалжны 3 оройг дайрсан тойргийг уг **гурвалжныг багтаасан тойрог гэнэ**.

Дадлага ажил 3. Гурвалжныг багтаасан тойргийн төвийг тодорхойлох

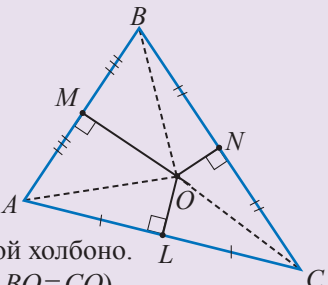
а.  $ABC$  гурвалжин зурна.

б. Гурвалжны 3 талын дундаж цэгийг олж, харгалзан  $M, N, L$  үсгээр тэмдэглэнэ.

в. Дундаж цэгүүдийг дайруулан гурвалжны 3 талд перпендикуляр татна.

г. Перпендикуляруудын огтлолцлын цэг нь багтаасан тойргийн төв болно.

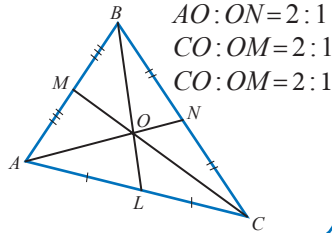
д. Багтаасан тойргийн төвийг гурвалжны 3 оройтой холбоно. Энэ нь багтаасан тойргийн радиус болно. ( $AO=BO=CO$ )



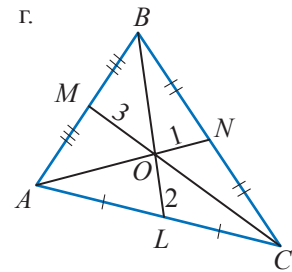
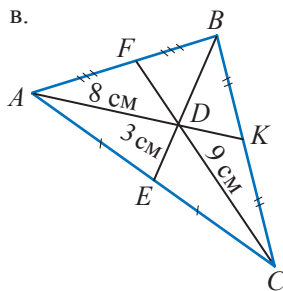
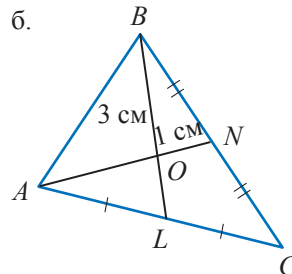
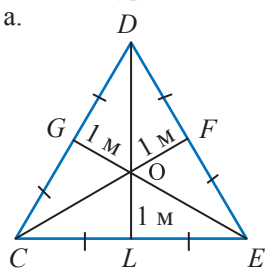
? Гурвалжинд багтсан ба багтаасан тойргийг хэрхэн байгуулах вэ? Ярилцаарай.

**Медианы чанар**

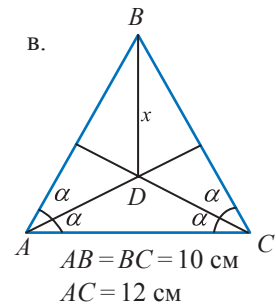
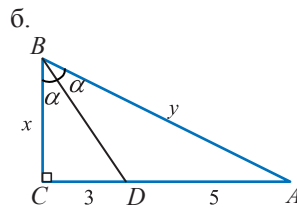
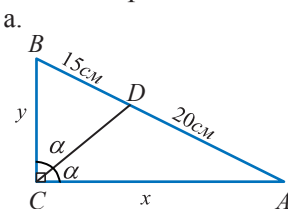
Гурвалжны медиан нь огтлолцлынхоо цэгээр гурвалжны оройгоос 2 : 1 харьцаатай хуваагдана. Медиануудын огтлолцлын цэг нь гурвалжны **хүндийн төв** байна.



- 8 Адил хажуут гурвалжны хажуу талд татсан медиан түүний периметрийг 20 см ба 13 см хэсэгт хуваажээ. Гурвалжны талуудын уртыг ол.
- 9 Медианы уртыг ол.

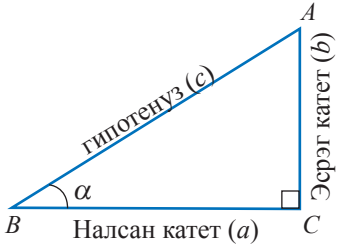


- 10 24 см периметртэй гурвалжны нэг өндөр түүнийг 12 см ба 20 см периметртэй хоёр гурвалжинд хуваажээ. Уг өндрийн уртыг ол.
- 11 Адил хажуут гурвалжны хажуу талд буулгасан өндрүүд  $50^\circ$ -ын хэмжээтэй өнцөг үүсгэж байв. Гурвалжны өнцгүүдийг ол.
- 12 Зөв гурвалжны талын урт 4 см бол өндрийн хэмжээг ол.
- 13 Мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг ол.





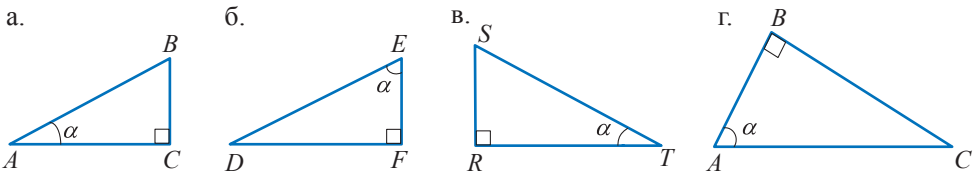
### Тригонометр харьцаа



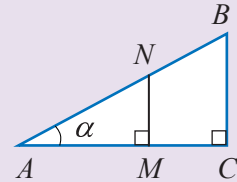
Тэгш өнцөгт гурвалжны хурц өнцөг  $\alpha$ -ийн хувьд:  
 $AC$  нь **эсрэг орших катет**  
 $BC$  нь **налсан катет**  
 $AB$  нь **гипотенуз** болно.

Тэгш өнцөгт гурвалжны аль хурц өнцгийг тэмдэглэснээс хамаарч түүний эсрэг орших катет, налсан катет тодорхойлогдоно.

**14** Тэгш өнцөгт гурвалжны  $\alpha$  өнцөгт налсан катет болон эсрэг орших катетыг нэрлэн бич.



- Дадлага ажил 4. Хурц өнцөг нь ижил байх тэгш өнцөгт гурвалжны талуудын хамаарлыг тодорхойлох
- Гурвалжны талуудын уртыг хэмжиж, дараах харьцаануудыг ол.
- Үүнд:
- а.  $\frac{BC}{AB}, \frac{MN}{AN}$  б.  $\frac{AC}{AB}, \frac{AM}{AN}$  в.  $\frac{BC}{AC}, \frac{NM}{AM}$  г.  $\frac{AC}{BC}, \frac{AM}{NM}$
- Харьцаанууд ямар хамааралтай байна вэ?
- $\alpha$  өнцгийн хэмжээг өөрчлөн туршиж үзээрэй.



Дээрх дадлага ажил дээр  $\frac{BC}{AB} = \frac{MN}{AN}, \frac{AC}{AB} = \frac{AM}{AN}, \frac{BC}{AC} = \frac{NM}{AM}, \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{NM}$  байгаа нь  $B, C, M, N$  цэгүүдийн сонголтоос үл хамааран зөвхөн  $\alpha$  өнцгийн хэмжээнээс хамаарч байгаа тул дараах харьцаануудыг тодорхойлъё.

Тодорхойлолт	Томьёо	Зураг
$\alpha$ өнцгийн эсрэг орших катетыг гипотенузад харьцуулсан харьцааг өгсөн өнцгийн <b>синус</b> гэнэ.	$\sin \alpha = \frac{\text{эсрэг катет}}{\text{гипотенуз}} = \frac{a}{c}$	
$\alpha$ өнцөгт налсан катетыг гипотенузад харьцуулсан харьцааг өгсөн өнцгийн <b>косинус</b> гэнэ.	$\cos \alpha = \frac{\text{налсан катет}}{\text{гипотенуз}} = \frac{b}{c}$	
$\alpha$ өнцгийн эсрэг орших катетыг налсан катетад харьцуулсан харьцааг өгсөн өнцгийн <b>тангенс</b> гэнэ.	$\text{tg } \alpha = \frac{\text{эсрэг катет}}{\text{налсан катет}} = \frac{a}{b}$	
$\alpha$ өнцгийн налсан катетыг эсрэг орших катетад харьцуулсан харьцааг өгсөн өнцгийн <b>котангенс</b> гэнэ.	$\text{ctg } \alpha = \frac{\text{налсан катет}}{\text{эсрэг катет}} = \frac{b}{a}$	

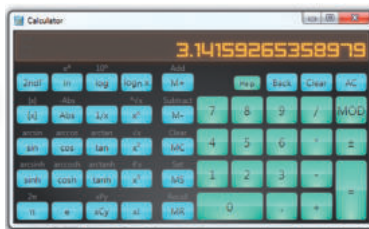
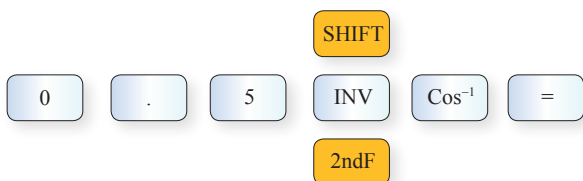
**Жишээ 1.** Функцин командтай тооны машин хэрэглэж, тригонометр харьцааны утгыг ол.

**Бодолт:**  $\cos 60^\circ$  утгыг тооны машин хэрэглэн олж. Тооны машин дээрээ дараах товчнуудыг сонгоно. cos 6 0 =

Тооны машины дэлгэц дээр  $\cos 60^\circ$ -ын утга болох 0.5 гарна.

**Жишээ 2.** Косинусын ямар өнцгийн утга 0.5 болохыг тооны машин хэрэглэн ол.

**Бодолт:** Тооны машинаас хамааран SHIFT INV 2ndF товчнуудын аль нэгийг сонгож дарааллын дагуу товчнуудыг дарна.



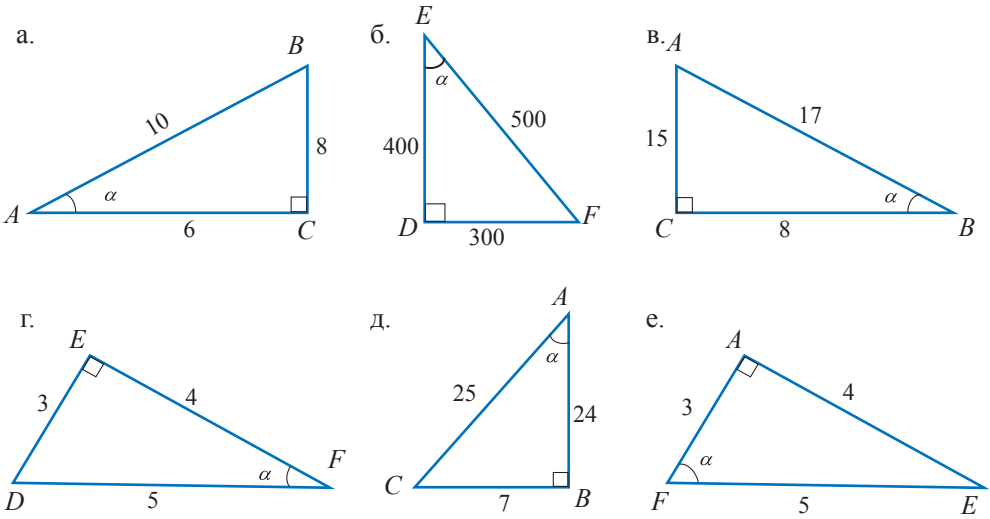
Тооны машины дэлгэц дээр  $60^\circ$  гэсэн утга гарна.

Тооны машин хэрэглэн №15-29 бодлогыг бод.

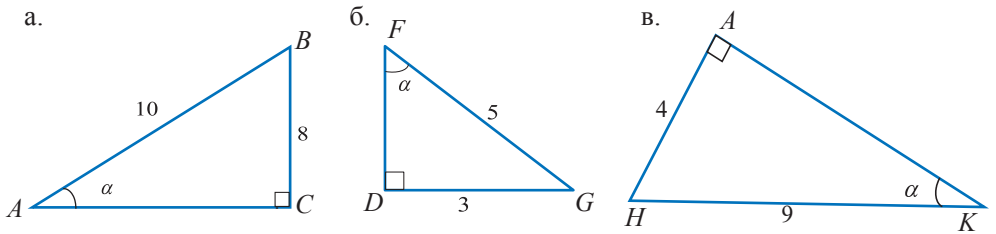
- 15** Утгыг 0.01 нарийвчлалтай ол.  
 а.  $\sin 46^\circ$  б.  $\sin 79^\circ$  в.  $\sin 50^\circ$  г.  $3 \sin 15^\circ$  д.  $4 \sin 75.5^\circ$
- 16** Утгыг 0.01 нарийвчлалтай ол.  
 а.  $\cos 46^\circ$  б.  $\cos 79^\circ$  в.  $\cos 50^\circ$  г.  $2 \cos 15^\circ$  д.  $5 \cos 75.5^\circ$
- 17** Утгыг 0.01 нарийвчлалтай ол.  
 а.  $\operatorname{tg} 46^\circ$  б.  $\operatorname{tg} 79^\circ$  в.  $\operatorname{tg} 50^\circ$  г.  $0.5 \operatorname{tg} 15^\circ$  д.  $9 \operatorname{tg} 75.5^\circ$
- 18** Утгыг 0.01 нарийвчлалтай ол.  
 а.  $\operatorname{ctg} 45^\circ$  б.  $\operatorname{ctg} 60^\circ$  в.  $\operatorname{tg} 55^\circ$  г.  $2 \operatorname{ctg} 30^\circ$  д.  $2 \operatorname{ctg} 25^\circ$
- 19**  $\sin$ -ын утгуудад харгалзах өнцгийн хэмжээг ол.  
 а. 1 б. 0.5 в. 0.31 г. 0.57 д. 0.753 е. 0.999
- 20**  $\cos$ -ын утгуудад харгалзах өнцгийн хэмжээг ол.  
 а. 0.2 б. 0.31 в. 0.5 г. 0.74 д. 0.999
- 21**  $\operatorname{tg}$ -ын утгуудад харгалзах өнцгийн хэмжээг ол.  
 а. 3 б. 8.31 в. 0.85 г. 1.73 д. 0.38
- 22** Тооны машин хэрэглэн хүснэгтийг нөх.

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
sin					
cos					
tg					
ctg					

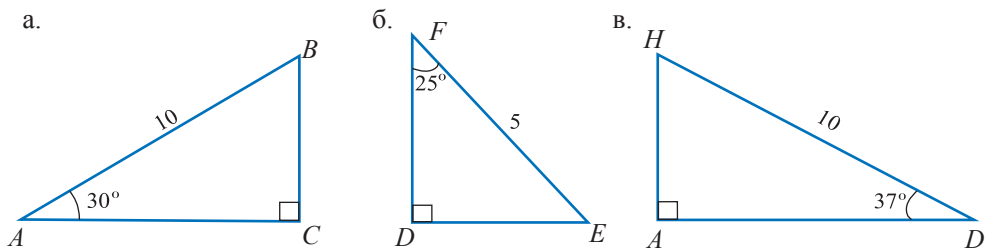
23 Тэгш өнцөгт гурвалжны өгсөн талуудаар  $\cos \alpha$ -ийн утгыг ол.



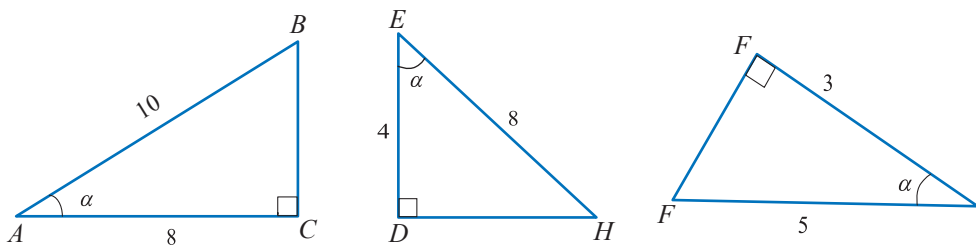
24  $\alpha$  өнцгийн хэмжээг ол.



25 Гурвалжны мэдэгдэхгүй байгаа талуудын уртыг ол.

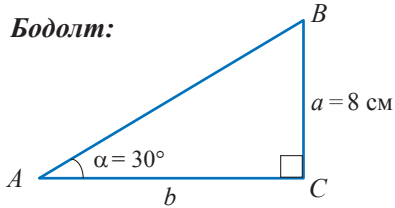


26  $\alpha$  өнцгийн хэмжээг ол.



**Жишээ 3.** Тэгш өнцөгт гурвалжны хурц өнцөг  $30^\circ$  ба түүний эсрэг орших катет 8 см бол налсан катет болон гипотенузын уртыг ол.

**Бодолт:**



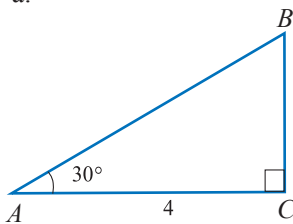
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{8 \text{ см}}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 16 \text{ см}$$

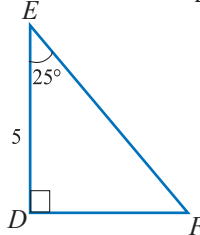
Эндээс харахад тэгш өнцөгт гурвалжны  $30^\circ$  өнцгийн эсрэг орших катет нь гипотенузын хагастай тэнцүү байна.

**27** Гурвалжны мэдэгдэхгүй байгаа талуудын уртыг ол.

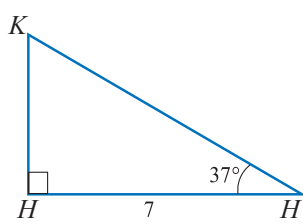
а.



б.

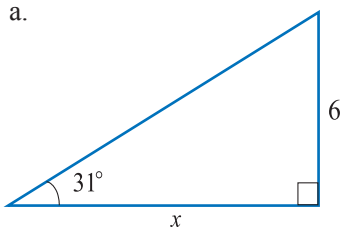


в.

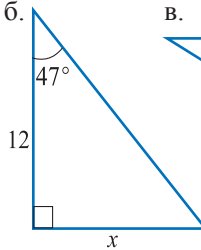


**28** Гурвалжны мэдэгдэхгүй байгаа талуудын уртыг ол.

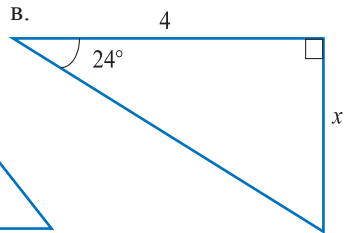
а.



б.



в.

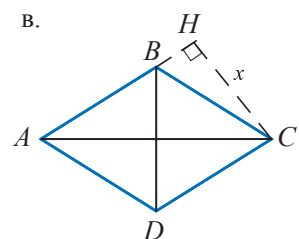
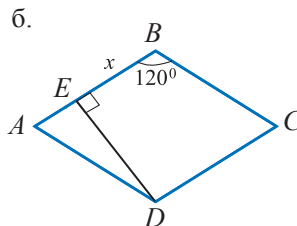
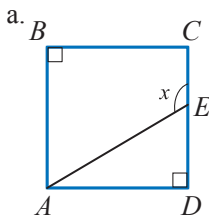


**29**  $x$ -ийн хэмжээг ол.

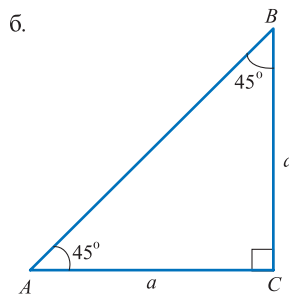
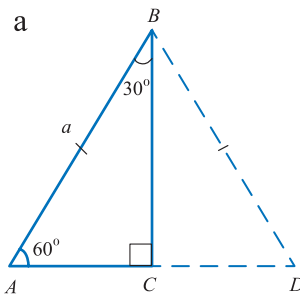
а.  $AB=BC=CD=DA$ ,  $AE=2ED$

б.  $AB=BC=CD=DA=10$  см

в.  $AB=BC=CD=DA$ ,  $AC=24$ ,  $BD=18$



**30** Зураг ашиглан тэгш өнцөгт гурвалжны  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  өнцгийн  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\text{tg}$ ,  $\text{ctg}$  -ын утгуудыг тооны машин хэрэглэхгүйгээр ол.



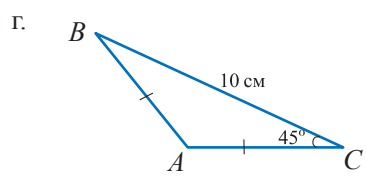
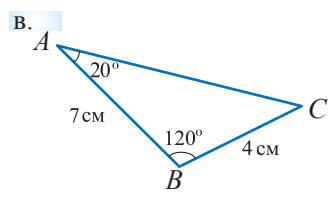
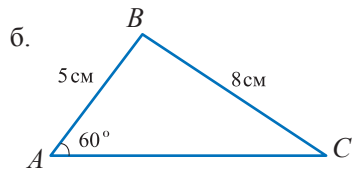
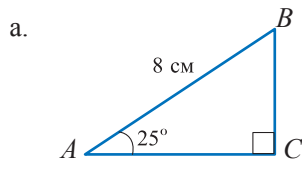
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

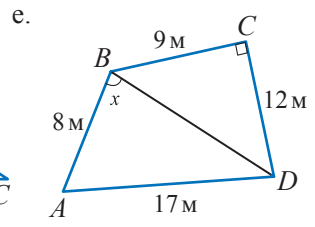
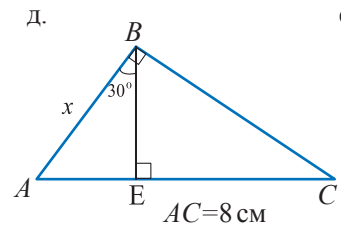
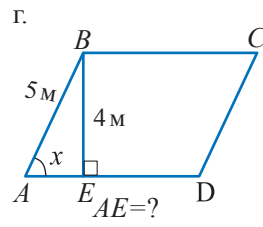
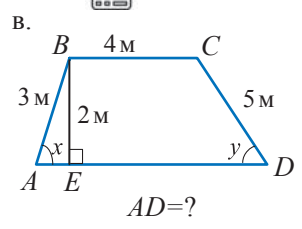
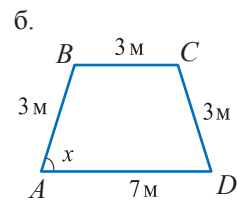
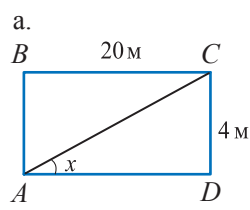
**31** Адил хажуут гурвалжны суурийг өндөрт харьцуулсан харьцаа 3 : 4 бол өнцгүүдийн хэмжээг ол.

**32** AC талын уртыг ол.



**33** Трапецын бага суурь 7 см, их суурь 13 см, суурийн өнцгүүдийн хэмжээ  $45^\circ$  ба  $60^\circ$  бол хажуу талуудын уртыг ол.

**34** Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийн хэмжээ ба талын уртыг ол.

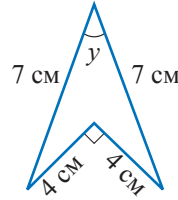


35 5 см, 6 см, 7 см талтай гурвалжин байгуулж:

- Медиануудын огтлолцлын цэг
- Биссектрисүүдийн огтлолцлын цэг
- Өндрүүдийн огтлолцлын цэгийг тус тус байгуулж, уртыг ол.

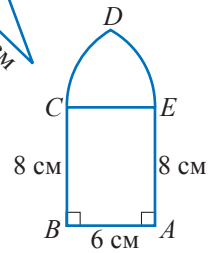
36 Дүрсийг өгсөн хэмжээгээр байгуул.

- Байгуулсан алхмаа бич.
- Байгуулсан зураг дээрх  $y$  өнцгийг хэмжиж ол.

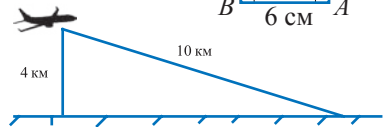


37 Байшингийн цонх өгсөн хэлбэртэй бөгөөд  $CE \parallel BA$ ,  $CD$  нь  $E$  цэгт төвтэй тойргийн нум,  $DE$  нь  $C$  цэгт төвтэй тойргийн нум бол:

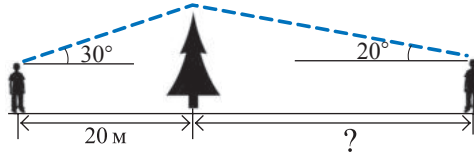
- Зургийг өгсөн хэмжээгээр байгуул.
- Байгуулсан алхмаа бич.



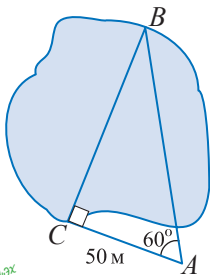
38 4 км өндөрт нисэж байсан онгоц жигд доошилсоор 10 км яваад газардсан бол ямар өнцөг үүсгэж буусныг ол.



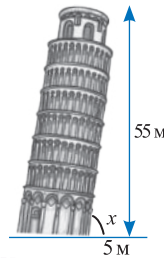
39 Ижил өндөртэй хоёр хүүхэд модны хоёр талаас модны оройг ажиглаж байв. Хүүхдүүдийн нэг нь  $30^\circ$  өнцгөөр, нөгөө нь  $20^\circ$  өнцгөөр модны оройг харж байсан ба эхний хүүхдээс мод хүртэлх зай 20 м байсан бол хоёр дахь хүүхэд модноос ямар зайтай байсан вэ?



40 а. Нуурын өргөнийг ол.

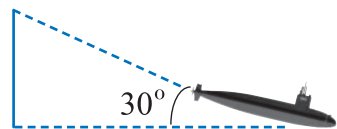


б. Цамхгийн хазайсан өнцгийн хэмжээг ол.



### Марианы хонхор

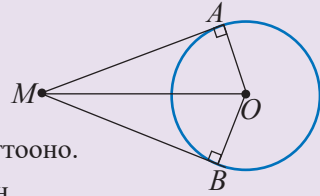
Номхон далайн Марианы хонхор нь далайн түвшнээс доош 11022 метр дэлхийн хамгийн гүн цэг юм. Далайн мандалд хөвж байсан шумбагч онгоц далайн ёроолтой  $30^\circ$  өнцөг үүсгэн доошилж ёроолд нь хүрэхийн тулд налуу чиглэлд хэдэн метр явах вэ?



## Тойргийн чанарууд

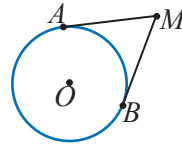
### Тойргийн шүргэгчийн чанар

- Дадлага ажил 5. Тойргийн шүргэгчийн чанарыг тодорхойлох  
 Тойргийн гадна орших  $M$  цэгээс татсан  $MA$  ба  $MB$  шүргэгчүүд тэнцүү урттай болохыг батлаарай.  
 а.  $O$  цэгт төвтэй тойрогт  $M$  цэгээс  $MA$  ба  $MB$  шүргэгчүүд татна.  
 б.  $OA$  ба  $OB$  радиус татахад үүсэх хоёр тэгш өнцөгт гурвалжныг нэрлэж, тэнцүү эсэхийг тогтооно.  
 в. Эдгээр гурвалжны ерөнхий тал болон тойргийн  $MA$ ,  $MB$  шүргэгчийн уртыг хэмжиж олно.

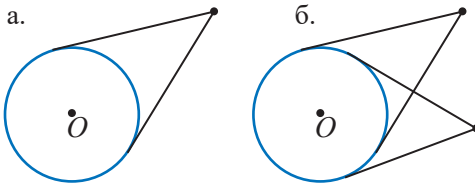


#### Шүргэгчийн чанар

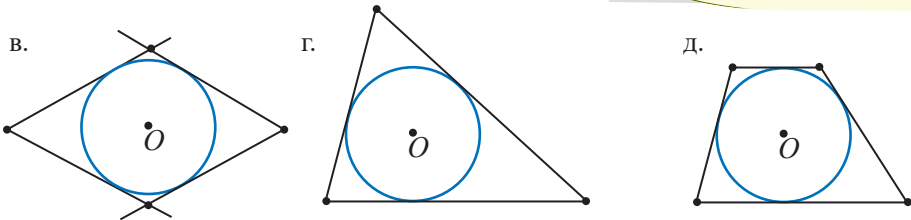
Тойргийн гадна орших нэг цэгээс тойрогт татсан шүргэгчийн уртууд тэнцүү байна.  $MA=MB$



- 41 Тэнцүү урттай шүргэгчүүдийг тэмдэглэж, нэрлэ.



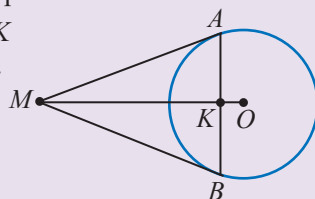
Тойргийн гадна орших цэгээс тойрогт хоёр шүргэгч татаж болно.



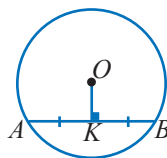
- 42  $O$  цэгт төвтэй,  $R=3$  см радиустай тойрог өгөгдөв. Хэрэв  $OM=5$  см бол  $M$  цэгээс тойрогт татсан шүргэгчийн уртыг ол.
- 43  $O$  цэгт төвтэй,  $R$  радиустай тойрогт  $MA$  шүргэгч татав. Хэрэв  $MA=12$  см ба  $MO=13$  см бол  $R$ -ийг ол.
- 44  $O$  цэгт төвтэй 8 см радиустай тойрогт  $MA=15$  см шүргэгч татав.  $MO$  хэрчмийн уртыг ол.
- 45  $O$  цэгт төвтэй,  $R$  радиустай тойрогт  $MA$  ба  $MB$  шүргэгч татав.  $MO$  нь  $AMB$  ба  $AOB$  өнцгийн биссектрис болохыг гурвалжны тэнцүүгийн шинж ашиглан батал.
- 46\* Гурвалжинд багтсан тойргийн төв нь гурвалжны биссектрисүүдийн огтлолцлын цэг болохыг батал.

**Тойргийн хөвчийн чанар**

- Дадлага ажил 6. Хөвчийн дундаж перпендикулярын чанарыг тодорхойлох
- $O$  цэгт төвтэй,  $R$  радиустай тойрогт  $MA$  ба  $MB$  шүргэгч татав.
- $MO$  нь  $AB$  хөвчид перпендикуляр болохыг батлаарай.
- а.  $MO$  нь  $AB$  хөвчтэй  $K$  цэгт огтлолцдог гээд  $AMK$  ба  $BMK$  гурвалжнууд тэнцүү эсэхийг тогтооно.
- б. Гурвалжнууд тэнцүү гэдгээс харгалзах тэнцүү тал болон өнцгийг нэрлэнэ.
- в. Тэгш өнцгүүдийг нэрлэнэ.

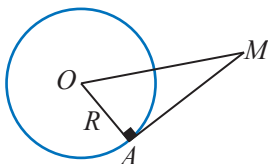


Тойргийн төвөөс хөвчид буусан перпендикуляр нь уг хөвчөө хагаслан хуваана.  $OK \perp AB \Leftrightarrow AK=KB$



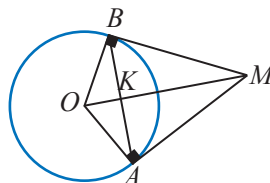
47 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

а.



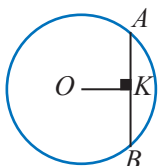
$$\begin{aligned} MA &= 24 \\ MO &= 25 \\ R &= ? \end{aligned}$$

б.



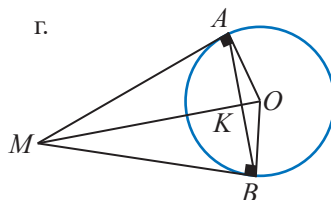
$$\begin{aligned} MA &= 41 \\ MK &= 40 \\ AB &= ? \end{aligned}$$

в.



$$\begin{aligned} AB &= 24 \\ OB &= 13 \\ OK &= ? \end{aligned}$$

г.



$$\begin{aligned} MA &= 60 \\ MO &= 61 \\ OK &= \sqrt{2} \\ AB &= ? \end{aligned}$$

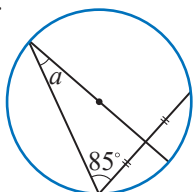
48  $R=29$  см радиустай тойргийн төвөөс 42 см урттай хөвч хүртэлх зайг ол.

49  $R=25$  см радиустай тойргийн төвөөс 7 см зайд орших хөвчийн уртыг ол.

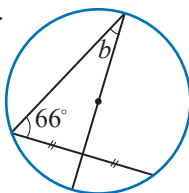
50 90 см урттай хөвч тойргийн төвөөс 28 см зайд орших бол энэ тойргийн диаметрийг ол.

51 Үсгээр тэмдэглэсэн өнцгийн хэмжээг олж, хэрхэн олсноо тайлбарла.

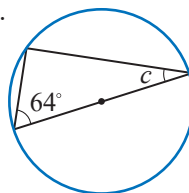
а.



б.



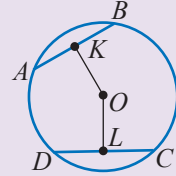
в.



52\* Гурвалжныг багтаасан тойргийн төв нь гурван талын дундаж перпендикуляруудын огтлолцол дээр оршихыг батал.

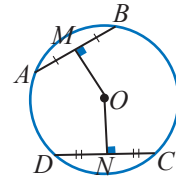


- Дадлага ажил 7. Тэнцүү урттай хөвчүүдийн чанарыг тодорхойлох  
 Тойргийн тэнцүү урттай хөвчүүд тойргийн төвөөс ижил зайд оршихыг батлаарай.  
 а. Тойргийн төв  $O$  цэгээс тэнцүү урттай  $AB$  ба  $DC$  хөвч хүртэлх зай харгалзан  $OK$  ба  $OL$  бол  $OKA$  ба  $OLD$  өнцгүүдийн хэмжээг олно.  
 б.  $OAB$  ба  $ODC$  гурвалжнууд ямар шинжээр тэнцүү болохыг тогтооно.  
 в.  $OKA$  ба  $OLD$  гурвалжнууд ямар шинжээр тэнцүү болохыг тогтооно.



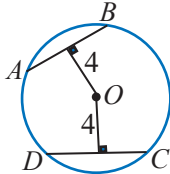
**Тэнцүү урттай хөвчийн чанар**

Тойргийн тэнцүү урттай хөвчүүд тойргийн төвөөс ижил зайд оршино.  $OM = ON \Leftrightarrow AB = CD$



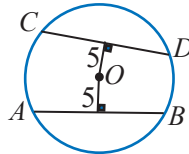
53 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

а.



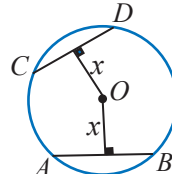
$AB = CD = 6$   
 $R = ?$

б.



$OA = OC = 13$   
 $AB = ?$   
 $CD = ?$

в.



$AB = CD = 80$   
 $R = 41$   
 $x = ?$

54 21 см радиустай тойргийн төвөөс 40 см урттай хөвчүүд хүртэлх зайг ол.

55 Тойргийн төвөөс 16 см зайтай хөвчийн урт 126 см бол тойргийн радиусыг ол.

56 53 см радиустай тойргийн төвөөс 28 см зайд орших хөвчийн уртыг ол.

57 Тойрогт харилцан перпендикуляр хоёр хөвч татав. Тэдгээр нь тус бүрдээ нөгөө хөвчөө 3 ба 7 урттай хэрчмүүдэд хуваав. Тойргийн төвөөс хөвч хүртэлх зайг ол.

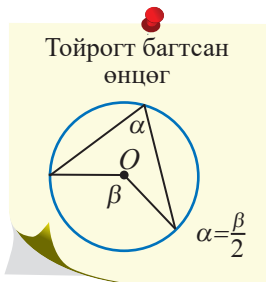
58 Тойргийн хөвч диаметрээ  $30^\circ$ -ын өнцгөөр огтлох ба түүнийг 2 ба 6 урттай хэрчимд хуваав. Тойргийн төвөөс хөвч хүртэлх зайг ол.



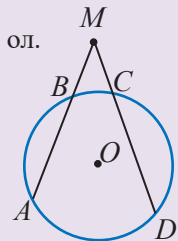
**Тойргийн төвөөс ижил зайд орших хөвчүүд**

Тойргийн төвөөс ижил зайд орших хөвчүүд тэнцүү урттай болохыг батлаарай.

**Тойргийн гадна оройтой өнцгийн чанар**



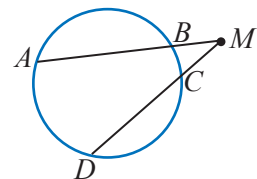
- Дадлага ажил 8. Тойргийн гадна оройтой өнцгийн
- чанарыг тодорхойлох
- Өгсөн зургаас  $AMD$  өнцгийг тооцоолж ол.
- а.  $ACM$  гурвалжны  $C$  орой дахь гадаад
- өнцгийн чанараас олох өнцгийг
- илэрхийлнэ.
- б. Тойрогт багтсан өнцөг тулсан
- нумынхаа хагасаар хэмжигдэх
- чанарыг ашиглан  $AMD$  өнцгийг олно.



**Тойргийн гадна оройтой өнцөг**

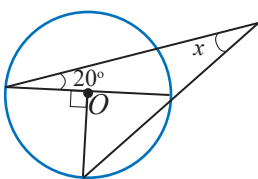
Тойргийн гадна оройтой өнцөг нь талуудынхаа хооронд үүссэн нумуудын ялгаврын хагасаар хэмжигдэнэ.

$$\sphericalangle AMD = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{2}$$

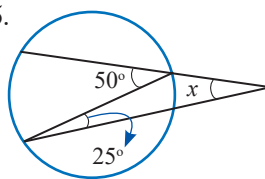


59 Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийг ол.

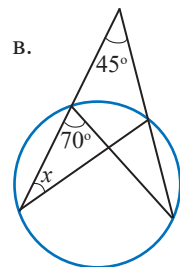
а.



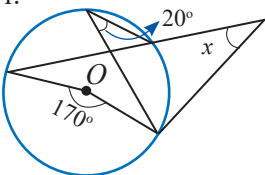
б.



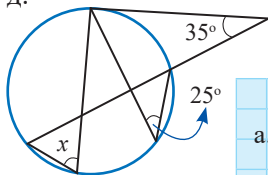
в.



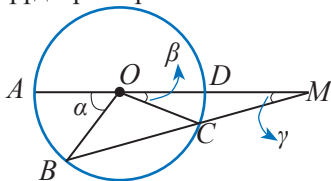
г.



д.



60\* Өгсөн зургийг ашиглан  $\gamma$  өнцгийг  $\alpha$  ба  $\beta$  өнцгүүдээр илэрхийл.



**Төлөвлөгөө**

- а.  $OCM$  гурвалжны  $C$  орой дахь гадаад өнцгийг олно.
- б.  $OBC$  гурвалжны  $OBC$  ба  $BOC$  өнцгийг олно.
- в.  $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COM = 180^\circ$  илэрхийлэлд өмнөх үр дүнгүүдээ орлуулаад  $\gamma$  өнцгийг олно.
- г. Үр дүнг дүгнэн ярилцана.



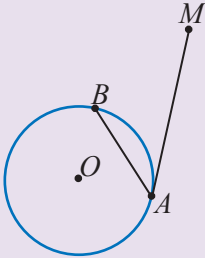
**Хөл бөмбөг**



Хөл бөмбөгийн хаалганы хэмжээ зурагт өгөгджээ. Бөмбөг цохих зайг хаалганд ойртуулах тусам гоол орох боломж ихэсдэг, холдуулах тусам багасдаг. Үүний учрыг тайлбарлаарай.

**Тойргийн хөвч ба шүргэгчийн хоорондох өнцгийн чанар**

- Дадлага ажил 9. Тойргийн хөвч ба шүргэгчийн хоорондох өнцгийг олох
- Өгсөн зургаас  $BAM$  өнцгийг тооцоолж ол.

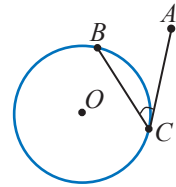


- а.  $MB$  цацраг татаж тойргийн  $CB$  хөвч тэмдэглэнэ.
- б.  $BAM$  гурвалжны  $M$  орой дахь өнцөг нь тойргийн гадна оройтой өнцөг байх тул түүнийг нумуудын ялгаврын хагасаар илэрхийлнэ.
- в.  $BAM$  гурвалжны  $B$  орой дахь гадаад өнцөг  $CA$  нумын хагасаар хэмжигдэхийг тооцоолж олно.
- г. Дээрх хоёр өнцгөөр олох өнцгийг илэрхийлнэ.

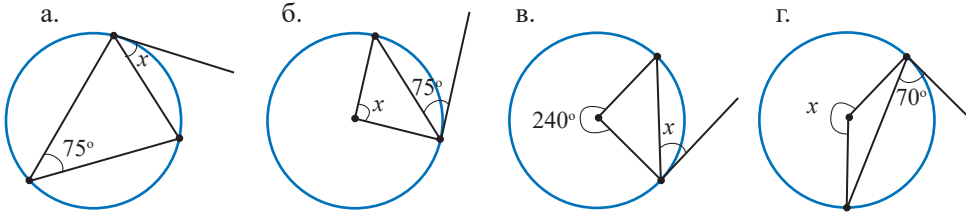
**Хөвч ба шүргэгчийн хоорондох өнцөг**

Тойргийн шүргэгч ба хөвчийн хоорондох өнцөг нь тэдгээрээр хашигдсан нумын хагасаар хэмжигдэнэ.

$$\angle BCA = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$

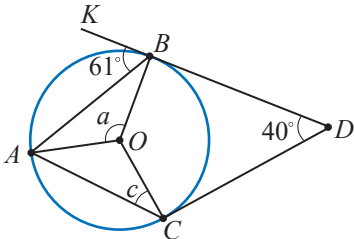


- 61** Тойрогт шүргэгч татжээ. Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийн хэмжээг тооцоолж ол.



- 62\*** Тойрогт  $MA$  шүргэгч ба  $AB$  хөвч татжээ. Тойргийн төв  $O$  цэгийг хөвчийн төгсгөлийн цэгүүдтэй холбох замаар хөвч, шүргэгчийн хоорондох  $BAM$  өнцөг тэдгээрээр хашигдсан  $AB$  нумын хагасаар хэмжигдэхийг батал. (Дадлага ажил 9-ийн зураг)

- 63**  $DB$  нь тойргийн шүргэгч,  $\angle KBA = 61^\circ$ ,  $\angle BDC = 40^\circ$  бол үсгээр тэмдэглэсэн өнцгийн хэмжээг ол.



**Төлөвлөгөө**

- а. Адил хажуут  $AOB$  гурвалжны суурийн өнцгийг олоод,  $a$  өнцгийг тооцоолж, олно.
- б.  $\angle OBD = 90^\circ$  гэдгийг ашиглан  $BOC$  өнцгийн хэмжээг олно.
- в.  $AOC$  гурвалжны  $AOC$  өнцөг, мөн  $c$  өнцгийг олно.



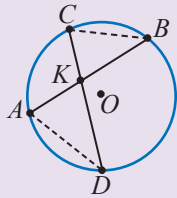
**Тойргийг багтаасан дөрвөн өнцөгт**

$ABCD$  дөрвөн өнцөгтөд тойрог багтааж болдог (дөрвөн өнцөгтийн бүх талуудыг тойрог шүргэнэ) бол  $AB + CD = BC + AD$  болохыг батлаарай.

**Тойргийн огтлолцсон хөвчүүдийн чанар**

- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 

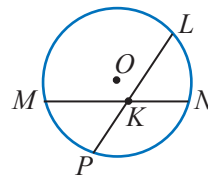
**Дадлага ажил 10.** Огтлолцсон хөвчүүдийн чанарыг тодрхойлох  
Тойргийн  $AB, CD$  хөвчүүд  $K$  цэгт огтлолцжээ.  
 $AK \times KB$  ба  $CK \times KD$  үржвэрүүдийг жишээрэй.



- а.  $AD$  ба  $BC$  хөвчийг татна.
- б.  $AKD$  ба  $CKB$  гурвалжнууд ямар шинжээр төсөөтэйг тогтооно.
- в. Төсөөгийн харьцаа бичиж, сонирхож буй үржвэрүүдийг олно.

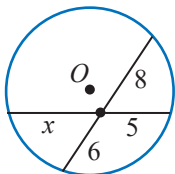
**Огтлолцсон хөвчүүдийн чанар**

Тойргийн  $MN, PL$  хөвчүүд  $K$  цэгт огтлолцсон бол  
 $MK \times KN = PK \times KL$  байна.

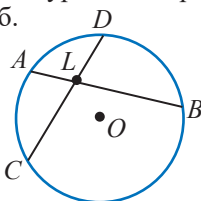


**64** Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг олоорой.

а.

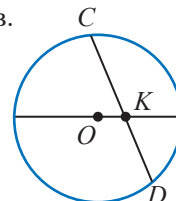


б.



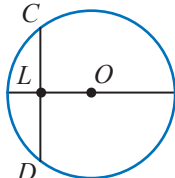
$AB=18, AL=4$   
 $LD=6, LC=?$

в.



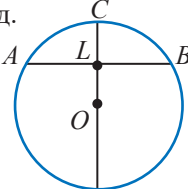
$CK=8, DK=4$   
 $R=9, OK=?$

г.



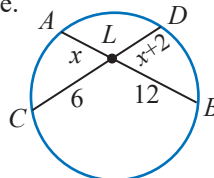
$CL=DL=4$   
 $OL=3, R=?$

д.



$CL=LO, AL=8$   
 $R=10, AB=?$

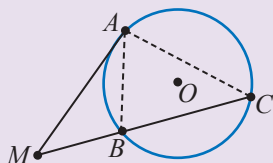
е.



**Тойргийн шүргэгч ба огтлогчийн чанар**

- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 

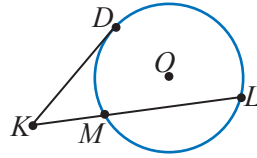
**Дадлага ажил 11.** Шүргэгч ба огтлогчийн чанарыг тодорхойлох  
Тойрогт  $M$  цэгээс  $MA$  шүргэгч болон тойргийг  $B, C$  цэгүүдээр огтлох  $MC$  огтлогч татав.  $MB \times MC$  үржвэрийг шүргэгчийн урттай жишээрэй.



- а.  $AB$  ба  $AC$  хөвч татна.
- б.  $MAB$  ба  $ACB$  өнцгүүд ямар нумын хагасаар хэмжигдэхийг тогтооно.
- в.  $MAB$  ба  $MAC$  гурвалжны ямар өнцгүүд тэнцүү байгааг тогтооно.
- г. Гурвалжны төсөөгийн харьцаа бичиж  $MB \times MC$  үржвэрийг олно.

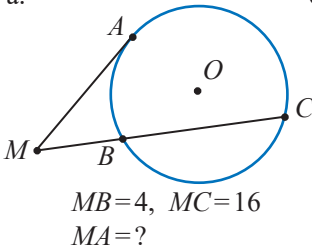
**Шүргэгч ба огтлогчийн чанар**

$K$  цэгээс тойрогт  $KD$  шүргэгч болон тойргийг  $M$  ба  $L$  цэгүүдэд огтлох  $KL$  огтлогч татсан бол  $KD^2 = KM \times KL$  байна.

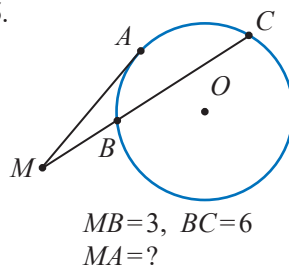


65 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

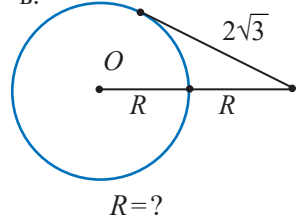
а.



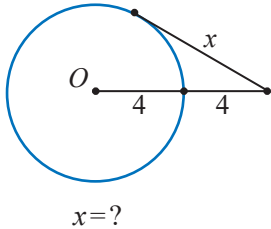
б.



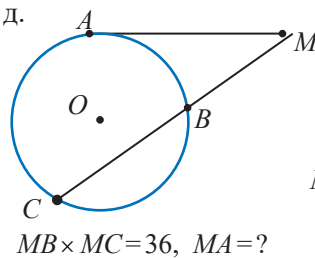
в.



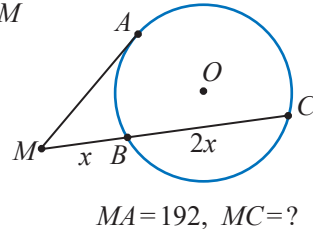
г.



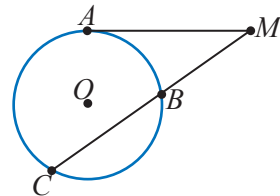
д.



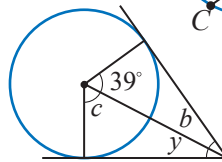
е.



66 Зураг дахь  $MC$  огтлогчийг хөдөлгөсөөр,  $A$  цэгээс ялгаатай цэгт  $B$  ба  $C$  цэгүүдийг давхцуулах үед шүргэгч ба огтлогчийн чанараас ямар дүгнэлт гаргаж болох вэ?

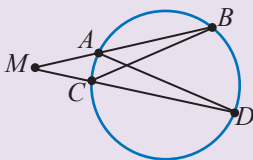


67 Тойргийн гадна орших цэгээс 2 шүргэгч татжээ. Үсгээр тэмдэглэсэн өнцгийн хэмжээг ол.



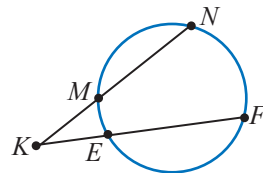
**Тойргийн огтлогчуудын чанар**

- Дадлага ажил 12. Огтлогчуудын чанарыг тодорхойлох
- Тойргийн гадна орших  $M$  цэгээс тойрогт 2 огтлогч татав.
- Огтлогчууд тойргийг харгалзан  $A, B$  ба  $C, D$  цэгүүдээр огтолсон бол:
- $MA \times MB$  ба  $MC \times MD$  үржвэрүүдийг жишээрэй.
- а.  $BC$  ба  $AD$  хөвч татна.
- б.  $MBC$  ба  $MDA$  өнцгүүд тэнцүү болохыг тогтооно.
- в.  $M$  орой дахь өнцөг ерөнхий тул  $\theta\theta$  шинжээр төсөөтэй хос гурвалжныг олно.
- г. Төсөөгийн харьцаанаас олох гэж буй үржвэрүүдийг олж, дүгнэлт гаргана.



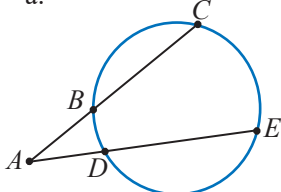
**Огтлогчуудын чанар**

Тойргийн гадна орших  $K$  цэгээс тойрогт татсан хоёр огтлогч харгалзан  $M, N$  ба  $E, F$  цэгүүдээр тойрогтой огтлолцсон бол  $KM \times KN = KE \times KF$  байна.



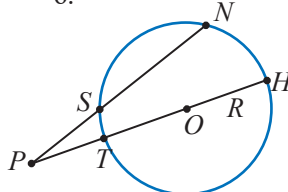
**68** Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

а.



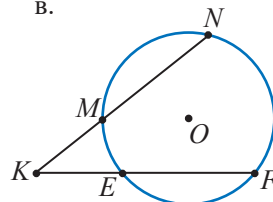
$AB=2, AC=12$   
 $AD=3, AE=?$

б.



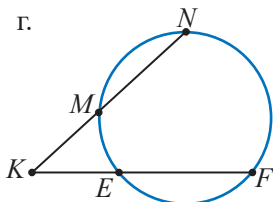
$PS=4, SN=8$   
 $PT=R, R=?$

в.



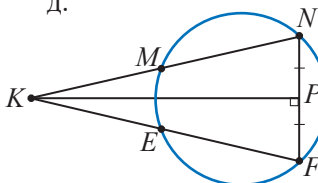
$KM \times KN=14$   
 $KE \times KF=?$

г.



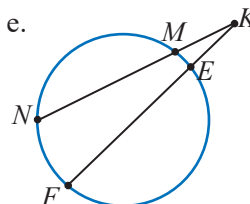
$MN=EF=8$   
 $KE=5, KM=?$

д.



$KN=2KM, KP=10$   
 $NP=2, KE \times KF=?$

е.



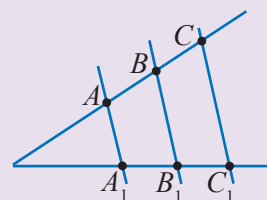
$KM=7, MN=18$   
 $KE=6, EF=?$

**69** Тойргийн гадна орших цэгээс 2 огтлогч татжээ. Нэг огтлогчийг нь хөдөлгөсөөр шүргэгч болговол ямар үр дүн гарах вэ? Ярилцаарай.

**70** Тойргийн гадна орших цэгээс 2 огтлогч татжээ. Хоёр огтлогчийг хоёуланг нь хөдөлгөсөөр ялгаатай шүргэгчүүд болговол ямар үр дүн гарах вэ?

**Гурвалжны төсөөгийн чанар, хэрэглээ**

- Дадлага ажил 13. Фалесын теоремыг батлах
- Өнцгийн нэг тал дээрх  $A, B, C$  цэгүүдийг дайруулан
- хоорондоо параллел гурван шулуун татав.
- Шулуунууд өнцгийн нөгөө талыг харгалзан  $A_1, B_1,$
- $C_1$  цэгүүдээр огтолсон ба  $AB=BC$  бол  $A_1B_1=B_1C_1$
- байна гэж батална.
- а. Өгсөн нөхцөлийг зурж, тэмдэглэнэ.
- б. Төсөөтэй гурвалжнуудыг олж, төсөөгийн харьцаа бичнэ.
- в. Бичсэн харьцаанд  $AB=BC$  гэж өгсөн нөхцөлийг ашиглана.

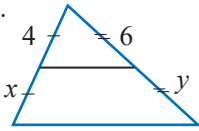


**Фалесын теорем**

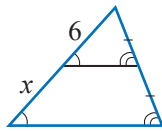
$CC_1 // BB_1 // AA_1$  ба  $AB=BC$  бол  $A_1B_1=B_1C_1$  байна.

71 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

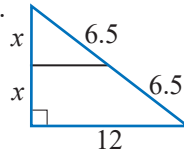
а.



б.



в.



72 Гурвалжны хоёр талын дундаж цэгүүдийг холбоход үүсэх хэрчим нь гурав дахь талтай параллел бөгөөд түүний хагастай тэнцүү урттай болохыг батал.

73 Өгсөн хэрчмийг а. 3 б. 5 тэнцүү хэсэгт хуваа.

74 Гурвалжны нэг талын дундаж цэгийг дайруулан өөр нэг талтай параллел шулуун татав. Үлдсэн талыг уг шулуун ямар харьцаатай цэгээр огтлох вэ?

75 Трапецын нэг хажуу талын дундаж цэгийг дайруулан суурьтай параллел татсан шулуун нь трапецын диагоналиуд болон нөгөө хажуу талыг нь ямар харьцаатай цэгээр огтлох вэ?

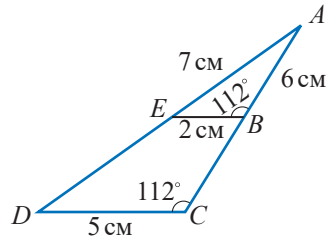
76 Зургаас төсөөтэй гурвалжнуудыг ол.

а. Төсөөгийн харьцаа бич.

б.  $AD, DE, BC$  хэрчмийн уртыг ол.

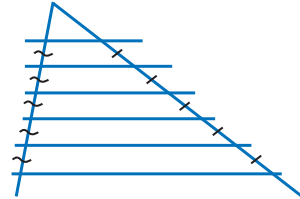
в.  $ABE$  гурвалжны талбайг  $ACD$  гурвалжны талбайд харьцуулсан харьцааг ол.

г.  $ABE$  гурвалжны талбайг  $BCDE$  дөрвөн өнцөгтийн талбайд харьцуулсан харьцааг ол.

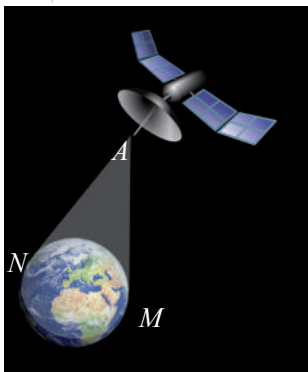


77 Трапецын хоёр хажуу талын дундаж цэгүүдийг холбосон хэрчим татав. Энэхүү хэрчим сууриудтай параллел бөгөөд сууриудын нийлбэрийн хагастай тэнцүү болохыг батал.

78 Зураг дээрх өнцгийн талуудыг огтлогч шулуунууд параллел болохыг батал. (Фалесын урвуу теорем)



### Хиймэл дагуулын тоо



$A$  цэг дээрх хиймэл дагуул  $AM$  ба  $AN$  шүргэгчүүдийн хоорондох дэлхийн гадаргуу дээр мэдээлэл дамжуулах чадвартай. Дэлхийн бөмбөрцгийн диаметр 12800 км ба хиймэл дагуул дэлхийн бөмбөрцгийн гадаргуугаас 232 км зайд байна гэж үзье.

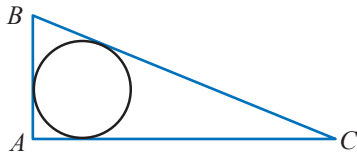
а.  $AM$  шүргэгчийн уртыг тооцоолж ол.

б. Дэлхийн цэг бүрд мэдээлэл очиж байхын тулд хэдэн хиймэл дагуулыг яг ийм өндөрт хөөргөх вэ?

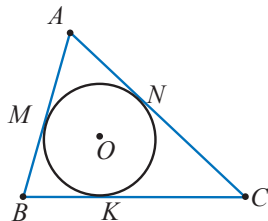
в. Хиймэл дагуулын байгаа өндрийг өөрчлөхөд ямар үр дүн гарах вэ?

### ДАВТАХ

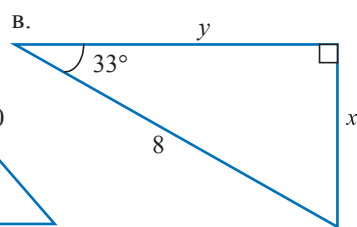
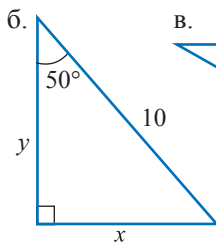
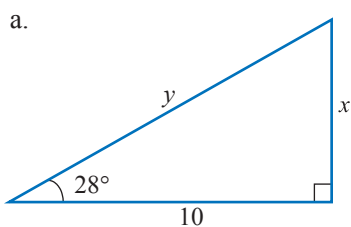
- 79  $ABC$  тэгш өнцөгт гурвалжны  $AB=5$ ,  $AC=12$  бол энэ гурвалжинд багтсан тойргийн радиусыг ол.



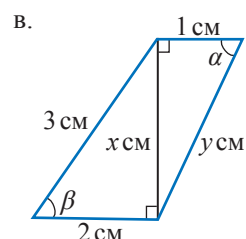
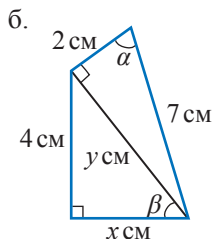
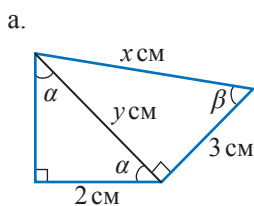
- 80  $O$  цэгт төвтэй тойрог нь  $ABC$  гурвалжны  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  талуудыг харгалзан  $M$ ,  $N$ ,  $K$  цэгүүдээр шүргэнэ.  
 а.  $AM=5$  см,  $BK=3$  см,  $CN=6$  см бол  $ABC$  гурвалжны периметрийг ол.  
 б.  $ABC$  гурвалжны периметр 20 см,  $AM=2$  см,  $CN=5$  см бол  $AB$  талын уртыг ол.



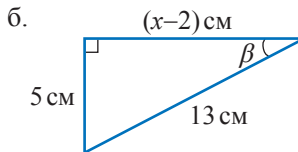
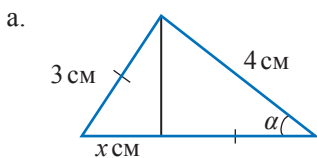
- 81 Гурвалжны мэдэгдэхгүй байгаа талуудыг ол.



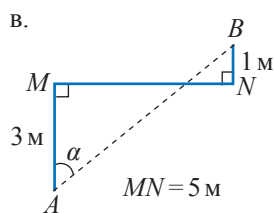
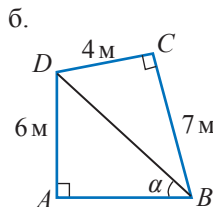
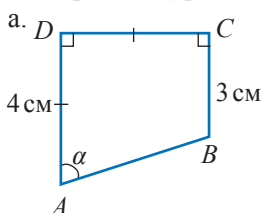
- 82 Мэдэгдэхгүй байгаа тал ба өнцгийг ол.



- 83 Мэдэгдэхгүй байгаа тал ба өнцгийг ол.



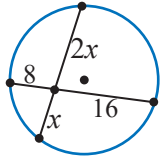
- 84  $AB$  хэрчмийн урт ба  $\alpha$  өнцгийг ол.



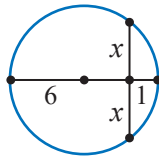


85 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

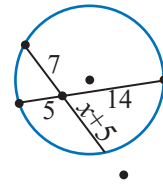
а.



б.

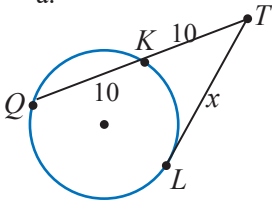


в.

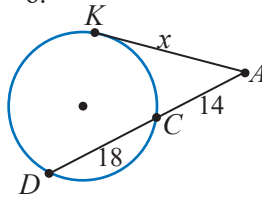


86 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

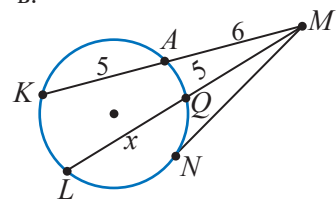
а.



б.

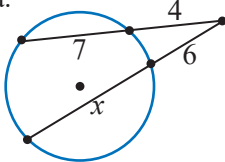


в.

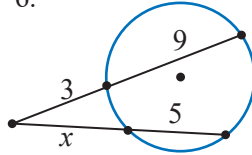


87 Мэдэгдэхгүй байгаа хэрчмийн уртыг ол.

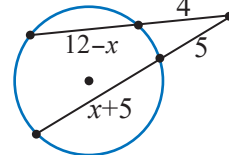
а.



б.

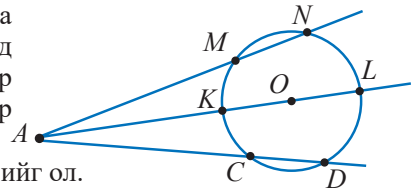


в.



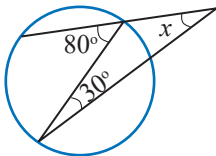
88  $R=3$  радиустай,  $O$  төвтэй тойргийн гадна орших  $A$  цэгээс уг тойрогт 2 огтлогч татахад тойргийг харгалзан  $M, N$  ба  $C, D$  цэгүүдээр огтлов.  $AO$  шулуун тойргийг  $K, L$  цэгүүдээр огтолно.

- а.  $AM=5, MN=CD=3$  бол  $AC \times AD$  үржвэрийг ол.
- б.  $AM=AC=5, AN=8$  бол  $AC \times AD$  үржвэрийг ол.
- в.  $AK=4$  бол  $AK \times AL$  үржвэрийг ол.

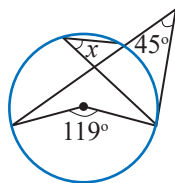


89 Мэдэгдэхгүй байгаа өнцгийг тооцоолж ол.

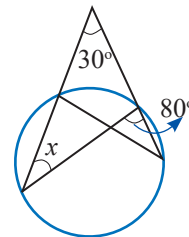
а.



б.

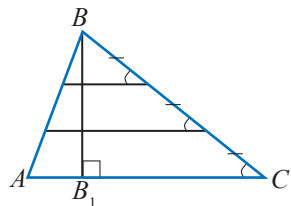


в.



90  $PQR$  гурвалжны  $P$  оройгоос биссектрис татахад  $QR$  талыг  $M$  цэгээр огтолжээ.

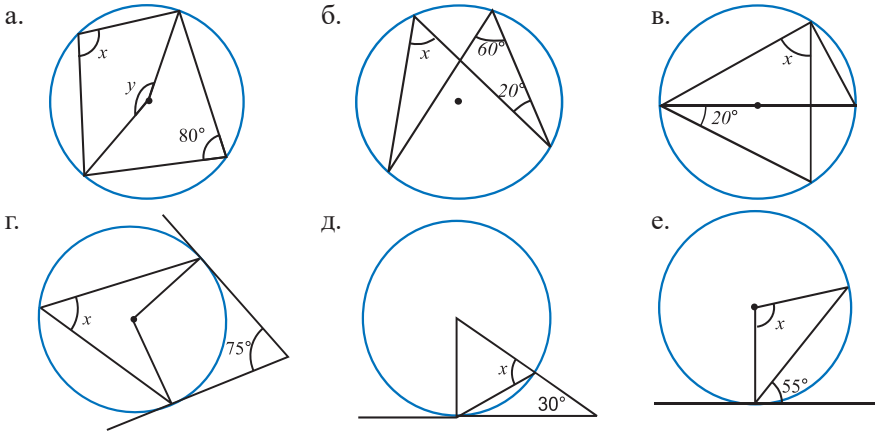
- а. Зургаар харуулж, биссектрисийн чанарыг бич.
- б. Хэрэв  $PQ=4$  см,  $PR=5$  см,  $QM=2$  см бол  $RM$  хэрчмийн уртыг ол.



91  $AB$  тал,  $BB_1$  өндөр ямар харьцаатай хэрчмүүдэд хуваагдах вэ?

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 5

- 1 Зураг ашиглан  $x$  өнцгийн хэмжээг ол.  
Ямар чанар ашиглаж олсноо тайлбарла.

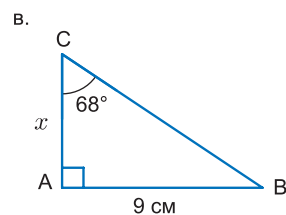
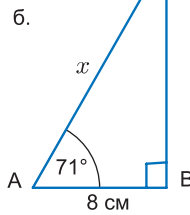
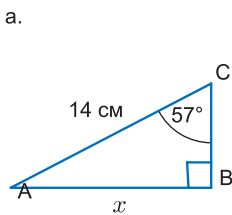
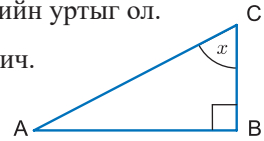


- 2 Гурвалжны нэг медиан 7.2 см урттай бол медиануудын огтлолцлын цэгээр уг медиан нь ямар урттай хэрчмүүдэд хуваагдах вэ?

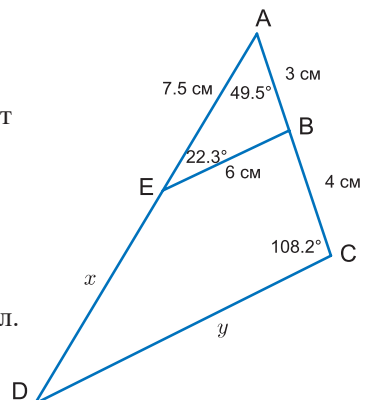
- 3  $ABC$  гурвалжны  $A$  оройгоос биссектрис татахад  $BC$  талыг  $M$  цэгээр огтолжээ.  
а. Зургаар харуулж, биссектрисийн чанарыг тэмдэглэгээ ашиглан бич.  
б. Хэрэв  $AB=5$  см,  $BM=3$  см,  $CM=4$  см бол  $AC$  хэрчмийн уртыг ол.

- 4  $x$  өнцгийн хувьд синус, косинус, тангенсын харьцаа бич.

- 5  $x$  талын уртыг ол.



- 6 Зургаас төсөөтэй гурвалжнуудыг ол.  
а. Төсөөгийн харьцаа бич.  
б.  $BE$  болон  $CD$  талуудын талаар ямар дүгнэлт гаргаж болох вэ?  
в.  $x, y$  - ийн уртыг ол.  
г.  $ABE$  гурвалжны талбайг  $ACD$  гурвалжны талбайд харьцуулсан харьцааг ол.  
д.  $ABE$  гурвалжны талбайг  $BCDE$  дөрвөн өнцөгтийн талбайд харьцуулсан харьцааг ол.



## Хувиргалт

### Хувиргалтыг координатаар илэрхийлэх

а.

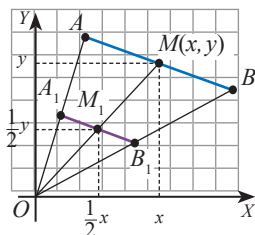
б.

в.

г.

○ Ямар хувиргалтаар цэнхэр дүрсийг хувиргасан байна вэ?  
 ○ Хувииргалт тус бүрийг тодорхойлж бич.

**Жишээ 1.** Зурагт координатын эх дээр төвтэй гомотетоор  $AB$  хэрчим  $A_1B_1$  хэрчимд хувирсан бол гомотетын коэффициентийг олж, хувиргалтын томъёог бич.



**Бодолт:**  $A(2, 6)$  цэг  $(1, 3)$  цэгт,  $B(8, 4)$  цэг  $(4, 2)$  цэгт тус тус шилжсэн байна. Эндээс  $AB$  хэрчмийн төгсгөлийн цэгүүдийн абсцисс ба ординатыг  $\frac{1}{2}$ -ээр үржүүлэхэд  $A_1B_1$  хэрчмийн төгсгөлийн цэгүүдийн абсцисс ба ординат гарч байгааг ажиглаж болно. Одоо  $AB$  хэрчим дээр дурын

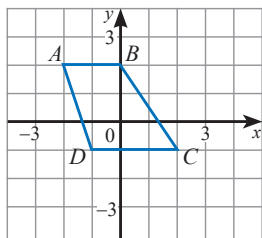
$M(x, y)$  цэгийг сонгон авч  $OM$  хэрчим татвал  $A_1B_1$  хэрчимтэй  $M_1$  цэгээр огтлолцох бөгөөд энэ нь  $M$  цэгийн дүр болно.  $OAB$  гурвалжин  $OA_1B_1$  гурвалжинтай

төсөөтэй учраас  $M$  цэгийн абсцисс ба ординатыг  $\frac{1}{2}$ -ээр үржүүлэхэд харгалзан

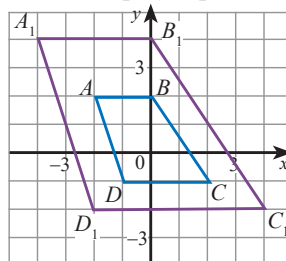
$M_1$  цэгийн абсцисс ба ординат гарна. Эндээс гомотетын коэффициент

$k = \frac{1}{2}$  болох ба хувиргалтын томъёо нь  $(x, y) \rightarrow (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$  болно.

**1**  $ABCD$  дөрвөн өнцөгтийн оройн  $(x, y)$  координаттай цэгүүдийг  $(2x, 2y)$  координаттай цэгүүдэд хувиргасан бол хүснэгтийг нөх. Ямар хувиргалт вэ?



Хувиргалтын томъёо	
Дүрс	Дүр
$A(\underline{\quad}, \underline{\quad})$	$A_1(\underline{\quad}, \underline{\quad})$
$B(\underline{\quad}, \underline{\quad})$	$B_1(\underline{\quad}, \underline{\quad})$
$C(\underline{\quad}, \underline{\quad})$	$C_1(\underline{\quad}, \underline{\quad})$
$D(\underline{\quad}, \underline{\quad})$	$D_1(\underline{\quad}, \underline{\quad})$
$(x, y) \longrightarrow$	$(2x, 2y)$



2  $A(-1, -1)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-1, -2)$  цэгүүдэд оройтой гурвалжныг координатын эхийн хувьд тэгш хэмээр хувиргахад үүсэх дүрийг координатын хавтгайд байгуул. Координатын хувиргалтын томъёог бич.

3  $A(1, 1)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(2, 1)$  цэгүүдэд оройтой квадратыг  $Ox$  тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргахад үүсэх дүрийг координатын хавтгайд байгуул. Координатын хувиргалтын томъёог бич.

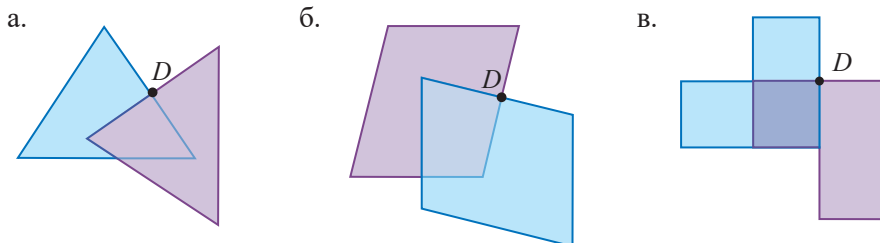
4  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(-1, -1)$  цэгүүдэд оройтой гурвалжныг  $(-3, 2)$  чиглэлд параллел зөөлтөөр шилжүүлж, хувиргалтын томъёог бич.

5  $x_1 = x + 5$ ,  $y_1 = y - 3$  томъёогоор өгсөн параллел зөөлтөөр  $A(-1, -1)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-1, -2)$  цэгүүдэд оройтой гурвалжныг хувиргахад үүсэх дүрийн координатыг олж, координатын хавтгайд байгуул.

Параллел зөөлтийн томъёо  $(x, y) \rightarrow (x_1, y_1)$  бол  $x_1 = x + a$ ,  $y_1 = y + b$  байна. Энд  $(a, b)$  чиглэл

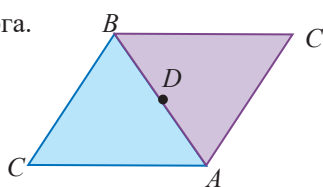
Бид өмнөх ангиудад тэгш хэм, эргүүлэлт, параллел зөөлт, гомотетээр дүрсийг хувиргаж чаддаг болсон. Одоо дүрсийн аль нэг талын дундаж цэг дээр төвтэй эргүүлэлтийг авч үзье.

**Жишээ 2.** Өгсөн дүрсийг талын дундаж  $D$  цэгт төвтэй цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -ын өнцгөөр эргүүлсэн бол дүрс ба дүрийг ялгаж тэмдэглээрэй.

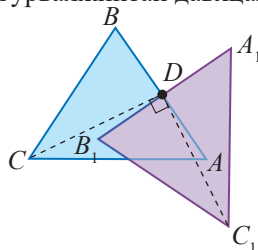


**Бодолт:** а. Дүрс ба дүрийг ялгахын тулд эхлээд ягаан өнгөтэй гурвалжныг цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -ын өнцгөөр эргүүлэхэд цэнхэр өнгөтэй гурвалжинтай давхцахгүй байна. Дараа нь цэнхэр өнгөтэй гурвалжныг цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -ын өнцгөөр эргүүлэхэд ягаан өнгөтэй гурвалжинтай давхцаж байна.

I арга.



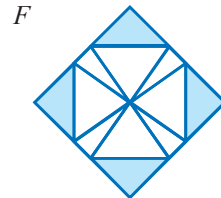
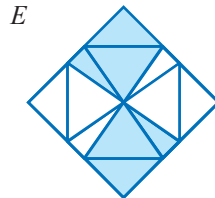
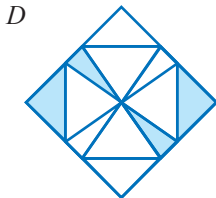
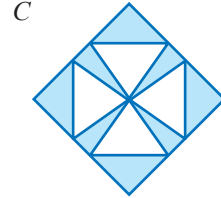
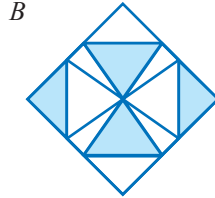
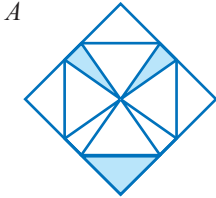
II арга.



Эндээс харахад  $ABC$  гурвалжны дүр нь  $A_1B_1C_1$  гурвалжин байна. Энэ аргаар б, в тохиолдолд дүрс ба дүрийг ялгаж тэмдэглээд, байгуулалт хийж шалгаарай.

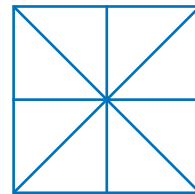
6 Өгсөн дүрсүүдийн аль нь:

- а. Эргэлтийн тэгш хэмийн эрэмбэ нь 1 б. Тэгш хэмийн тэнхлэг байхгүй  
 в. Тэгш хэмийн 2-оос олон тэнхлэгтэй г. Эргэлтийн тэгш хэмийн эрэмбэ нь 2  
 д. Эргэлтийн тэгш хэмийн эрэмбэ нь 4 байх вэ?



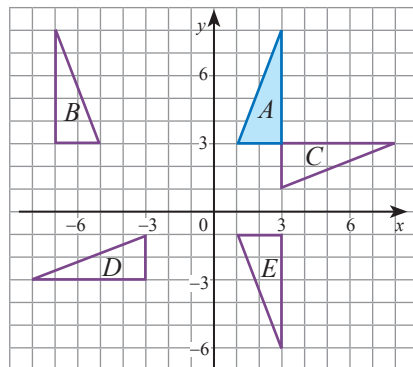
7 Өгсөн дүрсийг дэвтэртээ 4 хувь зураад:

- а. Тэгш хэмийн 2 тэнхлэгтэй  
 б. Тэгш хэмийн 1 тэнхлэгтэй  
 в. Эргэлтийн тэгш хэмийн эрэмбэ нь 2  
 г. Эргэлтийн тэгш хэмийн эрэмбэ нь 4 байхаар зарим гурвалжныг будаж, тэгш хэмтэй дүрс үүсгэ.



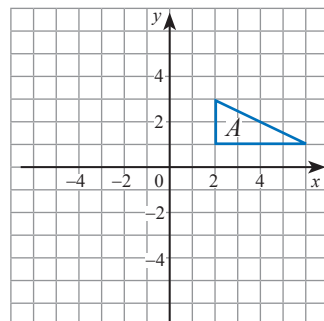
8 A дүрс бусад дүрсэд тэгш хэмээр шилжсэн бол хувиргалт тус бүрийг тодорхойлж бич.

- а. A дүрс B дүрсэд  
 б. A дүрс E дүрсэд  
 в. A дүрс C дүрсэд  
 г. A дүрс D дүрсэд шилжсэн хувиргалт тус бүрийн тэгш хэмийн шулууныг зурж, шулууны тэгшитгэлийг бич.



9 Координатын хавтгайд өгсөн гурвалжныг дэвтэртээ зур. Өгсөн A гурвалжныг:

- а. Координатын эх дээр төвтэй, цагийн зүүний дагуу  $90^\circ$ -аар эргүүлж, дүрийг B  
 б. Координатын эх дээр төвтэй, цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -аар эргүүлж, дүрийг C  
 в. Координатын эх дээр төвтэй  $180^\circ$ -аар эргүүлж, дүрийг D гэж тэмдэглэ.  
 Хувиргалтын томъёог бич.

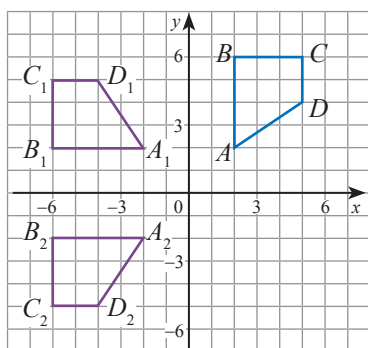


## Дараалсан хувиргалт

Бид өмнөх ангиудад тэгш хэм, эргүүлэлт, параллел зөөлт, гомотетын нэг төрлийн хувиргалтаар дүрсийг дараалуулан хувиргаж чаддаг болсон. Одоо дүрсийг хоёр өөр төрлийн хувиргалтаар дараалуулан хувиргах талаар авч үзье.

**Жишээ 3.** Координатын хавтгайд өгсөн  $A(2, 2)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(5, 6)$ ,  $D(5, 4)$  цэгүүдийг холбон дүрс зур.

- Дүрсийг координатын эх дээр төвтэй цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -ын өнцгөөр эргүүл.
- Гарсан дүрийг  $Ox$  тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргаж, оройн цэгийн координатуудыг ол.
- Анхны дүрсийг хоёр дахь дүрд хувиргах нэг хувиргалтыг тодорхойл



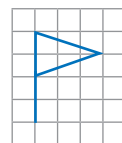
**Бодолт:** Өгсөн координаттай цэгүүдийг координатын хавтгайд тэмдэглэж, холбоно.

- Дүрсийг координатын эх дээр төвтэй цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -ын өнцгөөр эргүүлэхэд үүсэх  $A_1B_1C_1D_1$  дүрийг байгуулна.
- Гарсан дүрийг ( $A_1B_1C_1D_1$ )  $Ox$  тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргахад үүсэх  $A_2B_2C_2D_2$  дүрийг байгуулна. Оройн цэгүүдийн координатыг олбол:  $A_2(-2, -2)$ ,  $B_2(-6, -2)$ ,  $C_2(-6, -5)$  ба  $D_2(-4, -5)$  байна.

в.  $ABCD$  дүрсийг  $y = -x$  шулууны хувьд тэгш хэмтэй хувиргахад үүсэх дүр нь  $A_2B_2C_2D_2$  байна. Хувиргалтын томъёо нь  $(x, y) \rightarrow (-y, -x)$  болно.

**10** Дүрсийг дэвтэртээ зур.

- Өгсөн дүрсийг  $(4, 2)$  чиглэлд параллел зөөлтөөр шилжүүл.
- Гарсан дүрийг  $(1, -4)$  чиглэлд параллел зөөлтөөр шилжүүл.
- Гарсан дүрийг анхны дүрсэд параллел зөөлтөөр шилжүүлэх чиглэлийг бич.



**11** Координатын хавтгайд  $A(1, 4)$ ,  $B(4, 1)$  цэгүүд тэмдэглэж, хэрчмээр холбо.

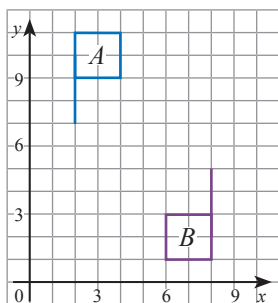
- $AB$  хэрчмийн уртыг ол.
- $AB$  хэрчмээ  $(4, 1)$  цэгт төвтэй цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -аар эргүүл.
- $AB$  хэрчмээ координатын эхийн хувьд тэгш хэмтэй хувирга.

**12** Координатын хавтгайд  $(2, 1)$ ,  $(4, 1)$ ,  $(2, 4)$  цэгүүдийг тэмдэглэж, холбо.

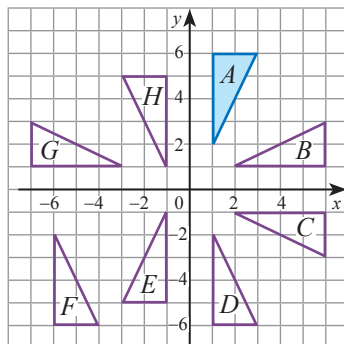
- Үүссэн гурвалжны талуудын уртыг ол.
- Гурвалжныг  $x=4$  шулууны хувьд, гарсан дүрийг  $x=7$  шулууны хувьд тус тус тэгш хэмтэй хувиргаж, оройн цэгүүдийн координатыг ол.
- Дээрх хоёр хувиргалтын үр дүнд үүссэн сүүлийн дүрд нэг хувиргалтаар шилжих хувиргалтыг тодорхойл.
- Анхны гурвалжныг эхлээд  $y=6-x$  шулууны хувьд гарсан дүрийг  $y=11-x$  шулууны хувьд тэгш хэмтэй хувирга. Дээрх хоёр хувиргалтын үр дүнд үүссэн сүүлийн дүрд нэг хувиргалтаар шилжих хувиргалтыг тодорхойл.

- 13 Координатын хавтгайд  $(1, 5), (3, 5), (3, 8), (1, 7)$  цэгүүдийг тэмдэглэ. Цэгүүдээ холбон дүрс үүсгэ. Үүссэн дүрсээ:
- $(3, 5)$  цэгт төвтэй цагийн зүүний дагуу  $90^\circ$ -аар эргүүл.
  - Гарсан дүрийг  $(2, 0)$  чиглэлд параллел зөөлтөөр шилжүүл.
  - Гарсан дүрийг  $y=4$  шулууны хувьд тэгш хэмээр хувираг.
  - Дээрх хувиргалтуудын үр дүнд үүссэн сүүлийн дүрд анхны дүрс нэг хувиргалтаар шилжих хувиргалтыг тодорхойл.

- 14  $A$  дүрсийг  $B$  дүрд хувирагх хоёр ялгаатай хувиргалтыг тодорхойлж бич. (Зураг 1)



Зураг 1



Зураг 2

- 15 а.  $A$  дүрсийг  $B, C, D$  дүрд хувирагх нэг, нэг хувиргалтыг тодорхойлж бич.  
 б.  $A$  дүрсийг  $E, F, G, H$  дүрд хувирагх дараалсан хоёр хувиргалтыг тодорхойлж бич. (Зураг 2)

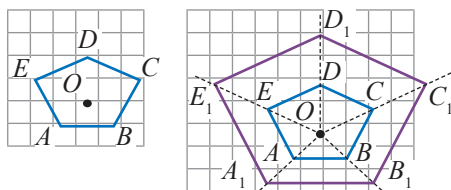
### Гомотет

- Жишээ 4 Өгсөн дүрсийг  $O$  цэгт төвтэй,  $k=2$  коэффициенттэй гомотетоор хувираг.

$O$  цэгт төвтэй,  
 $k$  коэффициенттэй  
 гомотетыг  $(O, k)$  гэж  
 тэмдэглэнэ.

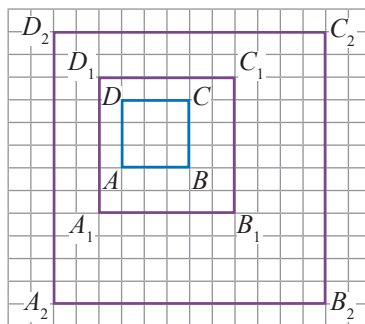
**Бодолт:**

Дүрсийг гомотетоор хувирагхын тулд эхлээд гомотетын төв  $O$  цэгийг оройнуудтай холбосон цацраг татна. Дараа нь  $OA_1 = 2 \times OA$  байх дүрийн оройн цэгүүдийг олж, хэрчмээр холбоно. (Зураг 3)



Зураг 3

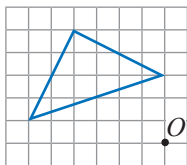
- 16  $ABCD \rightarrow A_1B_1C_1D_1, ABCD \rightarrow A_2B_2C_2D_2$  гомотетын төвийг ол. Хэрхэн олсон аргаа тайлбарла. Хувиргалт тус бүрийн коэффициентийг ол. (Зураг 4)



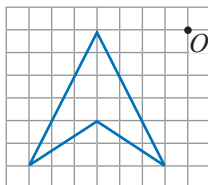
Зураг 4

17 Дүрсийг  $O$  цэгт төвтэй, өгсөн коэффициенттэй гомотетоор хувирга.

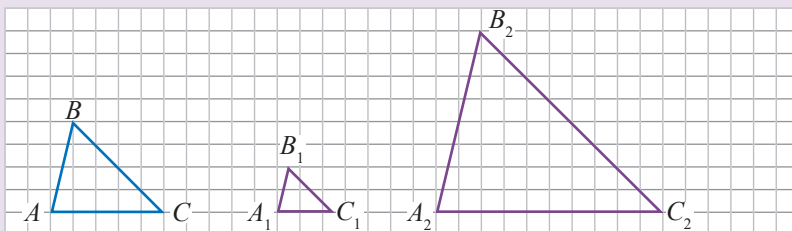
а.  $k = \frac{1}{2}$



б.  $k = \frac{2}{3}$



- Дадлага ажил 1. Гомотетоор дараалуулан хувиргах
- $(O, \frac{1}{2})$  гомотетоор хувирсан  $ABC$  гурвалжны дүр  $A_1B_1C_1$  гурвалжин,
- $(O, 4)$  гомотетоор хувирсан  $A_1B_1C_1$  гурвалжны дүр  $A_2B_2C_2$  гурвалжин гэе.
- Тэгвэл  $ABC$  гурвалжныг  $A_2B_2C_2$  гурвалжинд буулгах гомотет олдох уу?



$(O, k)$  гомотетоор өнцөг хадгалагдах ба харгалзах талын харьцаа нь  $k$  байна.

- а.  $ABC$  ба  $A_2B_2C_2$  гурвалжнууд  $\Theta\Theta$  шинжээр төсөөтэй болохыг тогтооно.
- б.  $ABC$  ба  $A_2B_2C_2$  гурвалжнуудын хувьд  $\frac{A_2B_2}{AB} = \frac{A_2C_2}{AC} = \frac{B_2C_2}{BC} = k$  байх төсөөгийн коэффициент олно.
- в.  $ABC$  гурвалжныг  $A_2B_2C_2$  гурвалжинд хувиргах гомотетыг тодорхойлно.

**Гомотетуудын үржвэр**

$OA_1 = k_1 \times OA$  ба  $OA_2 = k_2 \times OA_1$  гомотетуудын хувьд үржвэр гомотет нь  $OA_2 = k \times OA$  байна. Энд  $k = k_1 \times k_2$  байна.

Хоёр хувиргалтаар дараалуулан хувиргахыг эдгээр хувиргалтуудын үржвэр гэнэ.

? Хоёр гомотетын үржвэр гомотет нь аль гомотетоор эхэлж хувиргаснаас хамаарах уу? Харилцан ярилцаж, дүгнэлт гаргаарай.

18  $k_1$  ба  $k_2$  коэффициент бүхий гомотетуудын үржвэр гомотетын коэффициент нь  $k$  бол мэдэгдэхгүй байгаа коэффициентийг ол.

а.  $k_1 = 0.5, k_2 = 1.7$

б.  $k_1 = 3, k = 1.5$

в.  $k_2 = 0.6, k = 1.8$

г.  $k_1 = 3, k_2 = \frac{1}{3}$

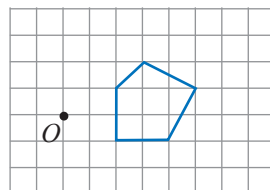
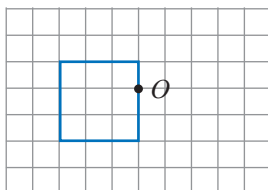
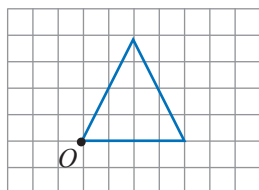


19 Дүрсийг  $O$  цэгт төвтэй  $k_1$  ба  $k_2$  коэффициенттэй гомотетуудаар дараалан хувирга.

а.  $k_1 = 0.5, k_2 = 2$

б.  $k_1 = 3, k_2 = \frac{1}{3}$

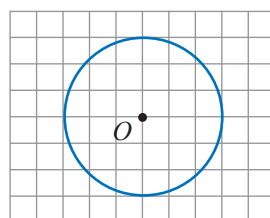
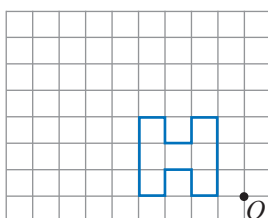
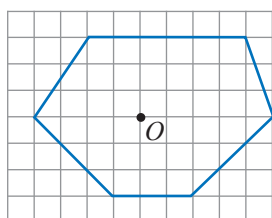
в.  $k_1 = 2, k_2 = \frac{1}{4}$



г.  $k_1 = 0.3, k_2 = 0.5$

д.  $k_1 = 4, k_2 = 0.5$

е.  $k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = 2$



20  $k_1$  ба  $k_2$  коэффициент бүхий гомотетуудын үржвэр гомотетын коэффициент нь  $k$  бол мэдэгдэхгүй байгаа коэффициентийг ол.

а.  $k_1 = 2.5, k_2 = 0.36$

б.  $k = 16, k_2 = 6.5$

в.  $k_1 = 1.8, k_2 = 0.45$

21 Координатын хавтгайд гурвалжин байгуул.

а. Зурсан гурвалжнаа координатын эх дээр төвтэй,  $k = 2$  коэффициенттэй гомотетоор хувирга.

б. Хоёр гурвалжны оройн цэгүүдийн координатыг бич. Эдгээр нь ямар хамааралтай байна вэ?

в. Хэрэв анхны гурвалжнаа координатын эх дээр төвтэй,  $k = 0.25$  коэффициенттэй гомотетоор хувиргавал дүрийн координат нь ямар болох вэ? Хариултаа байгуулалт хийж шалга. Хувиргалтын томъёог бич.

г. Анхны гурвалжнаа өөр цэгт төвтэй,  $k = 2, k = 0.5$  гомотетоор дараалуулан хувирга. Дүрийн координат нь ямар байх вэ?



Хувиргалтуудыг харьцуулах

Хүснэгтийг нөх.

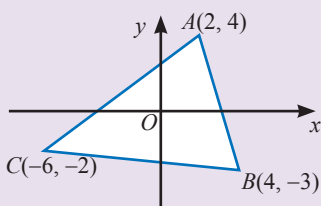
	Тэгш хэм	Эргүүлэлт	Параллел зөөлт	Гомотет
Хувиргалтаар ямар дүрс үүсэх вэ?				
Хувиргалтыг тодорхойлоход юу өгсөн байх шаардлагатай вэ?				

Дээрх 4 төрлийн хувиргалтуудыг харьцуулж, дүгнэлт гаргаарай.

## Вектор

### Координатын арга

- Дадлага ажил 2. Гурвалжны дундаж шугам
- Зурагт өгсөн гурвалжны талуудын дундаж цэгийн координат ба дундаж шугамын уртыг олоорой.
- а.  $AC$  талын дундаж цэгийн координатыг олно. ( $M$ )
- б.  $AB$  талын дундаж цэгийн координатыг олно. ( $N$ )
- б.  $BC$  талын дундаж цэгийн координатыг олно. ( $L$ )
- в.  $M, N$  цэгүүдийг холбон  $MN$  гурвалжны дундаж шугамын уртыг олно.
- г. Бусад дундаж шугамуудын уртыг олно. ( $ML, NL$ )



Хэрчмийн дундаж цэгийн координат

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Хоёр цэгийн хоорондох зай:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

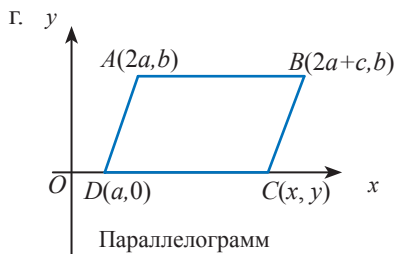
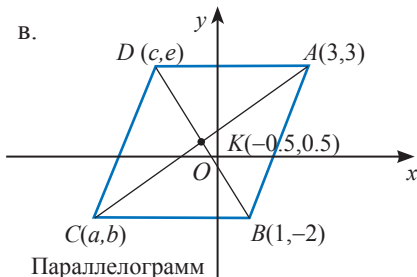
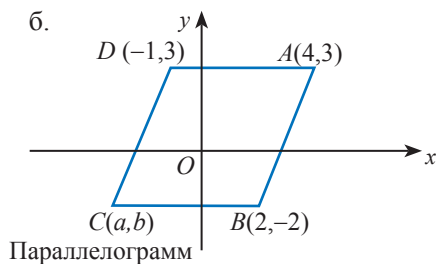
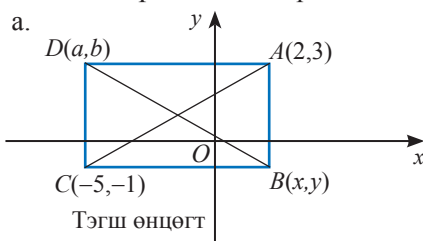
Дадлага ажил 3. Гурвалжны медиан

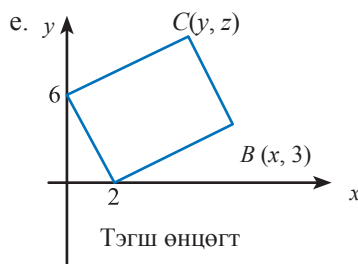
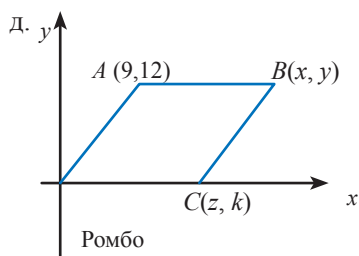
Дадлага ажил 1-ийн зургийг ашиглан медианы чанарыг батлаарай.

- а. Гурвалжны медиан тус бүрийн уртыг олно.
- б. Медиануудын огтлолцлын цэгийн координатыг олно.
- в.  $A, B, C$  оройгоос татсан медиан бүр огтлолцлын цэгээрээ ямар харьцаагаар хуваагдсаныг тооцоолж олно.

Гурвалжны дундаж шугамын урт нь түүнтэй параллел орших талын хагастай тэнцүү.

22 Мэдэгдэхгүй байгаа координатыг ол.





23  $ABC$  гурвалжны оройн цэгийн координат  $A(2, 3)$ ,  $B(5, -1)$ ,  $C(1, 0)$  ба  $DEF$  гурвалжны оройн цэгийн координат  $D(-4, -1)$ ,  $E(0, 2)$ ,  $F(-1, -2)$  байв. Эдгээр гурвалжныг координатын хавтгайд байгуулахгүйгээр:

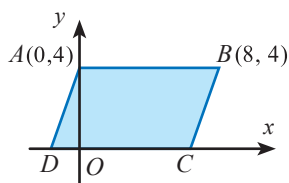
- Гурвалжны талуудын уртыг ол.
- Эдгээр гурвалжин тэнцүү болохыг батал.

24  $ABC$  гурвалжны оройн цэгийн координат  $A(1, 2)$ ,  $B(-2, -2)$ ,  $C(1, -2)$  ба  $DEB$  гурвалжны оройн цэгийн координат  $D(4, 8)$ ,  $E(4, -2)$ ,  $B(-2, -2)$  байв. Эдгээр гурвалжныг координатын хавтгайд байгуулахгүйгээр:

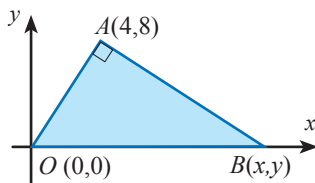
- Гурвалжны талуудын уртыг ол.
- Харгалзах талуудын уртын харьцааг ол.
- Хоёр гурвалжныг төсөөтэй эсэхийг тогтоо.
- Хоёр гурвалжны талбайн харьцааг ол.

25 Дүрсийн талбайг ол.

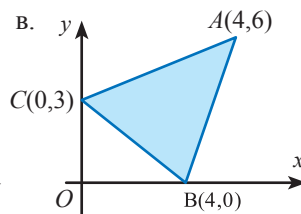
а.



б.



в.



26 Өгсөн цэгүүдэд оройтой дүрс параллелограмм болохыг батал.

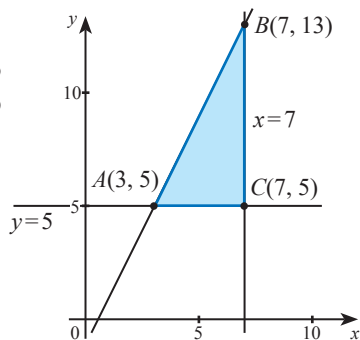
- $A(-4, -3)$ ,  $B(-3, 2)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(1, -3)$
- $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 6)$ ,  $C(5, 2)$ ,  $D(0, -3)$



### Шулууны тэгшитгэл

Координатын хавтгайд хос, хосоороо огтлолцсон гурван шулуун өгчээ. Эдгээр шулууны тэгшитгэл нь  $y=5$ ,  $x=7$  бол:

- $AB$  хэрчмийн уртыг ол.
- Үүссэн гурвалжны талбайг ол.
- Гурав дахь шулууны тэгшитгэлийг бичиж, налалтыг ол.



## Вектор

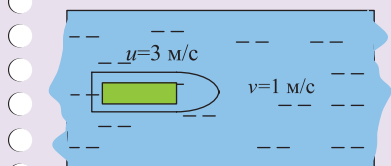
- Завь голоор хөвж байгааг зурагт дүрсэлжээ. Завины хурд  $u=3$  м/с ба урсгалын хурд  $v=1$  м/с байв. Завь 20 км замыг ямар хугацаанд туулах вэ?

○ **Бодолт:** Завь голын урсгал дагуу болон сөрж явах хоёр боломж байна.

- а. Урсгалын дагуу явах тохиолдолд: б. Урсгалын сөрж явах тохиолдолд:

○ 
$$t = \frac{S}{v+u} = \frac{20000 \text{ м}}{3 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 5000 \text{ с} \approx 1.29 \text{ цаг}$$

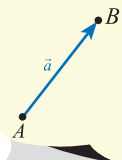
○ 
$$t = \frac{S}{v-u} = \frac{20000 \text{ м}}{3 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 10000 \text{ с} \approx 2.78 \text{ цаг}$$



Хоёр хариу гарсны учир юу вэ?

Завь ба усны урсгалын хурдны чиглэл тодорхойгүй байсан учраас бодлого хоёр хариутай гарсан байна. Иймд чиглэлийг тодорхойлж өгөх асуудал бидэнд тулгарч байна.

Чиглэлт хэрчмийг **вектор** гэж нэрлэнэ. Хурд, хурдатгал, хүч гэх мэт хэмжигдэхүүнийг вектороор илэрхийлдэг.

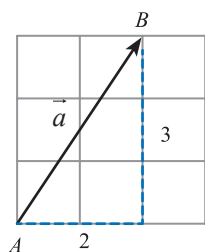


Векторыг 2 аргаар тэмдэглэнэ:

$\overline{AB}$  - эхлэл  $A$ , төгсгөл  $B$ .

$\vec{a}, \vec{b}, \dots$  - латин цагаан толгойн жижиг үсгээр.

$A$  цэг  $B$  цэгт хэрхэн шилжиж байна вэ?



$A$  цэгийг  $B$  цэгт  $Ox$  ба  $Oy$  тэнхлэг тус бүрийн дагуу шилжүүлж байгаа  $x, y$  хос тоог  $\overline{AB}$  векторын **координат** гэнэ. Векторын координатыг  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  гэж тэмдэглэнэ.

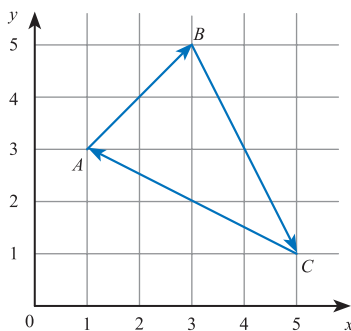
**Жишээлбэл:**  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

**Жишээ 5.** Зургаар өгсөн векторуудын координатыг олоорой.

**Бодолт:**  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .  $A$  цэгээс  $B$  цэг рүү баруун гар тийш 2 нэгж, дээш 2 нэгжээр шилжсэн байна.

$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ .  $B$  цэгээс  $C$  цэг рүү баруун гар тийш 2 нэгж, 4 нэгжээр доош шилжсэн байна.

$\overline{CA} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ .  $C$  цэгээс  $A$  цэг рүү зүүн гар тийш 4 нэгж, 2 нэгжээр дээш шилжсэн байна.

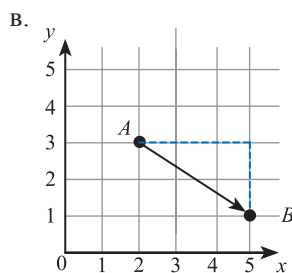
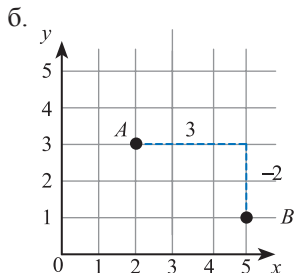
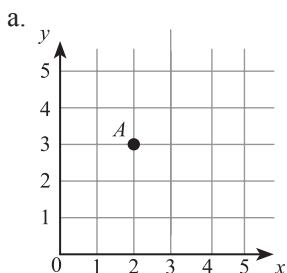


**Жишээ 6.**  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  ба  $A(2, 3)$  бол  $B$  цэгийн координатыг олж, векторыг байгуул.

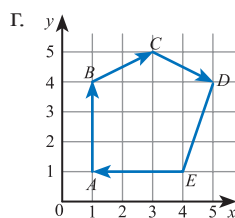
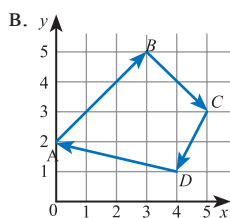
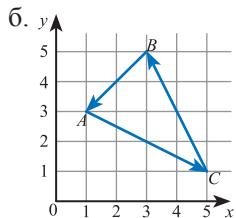
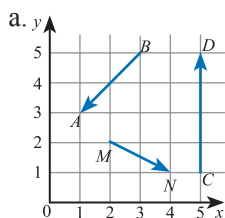
**Бодолт:**  $A$  цэгийг  $Ox$  тэнхлэгийн дагуу 3 нэгж,  $Oy$  тэнхлэгийн дагуу  $-2$  нэгж шилжүүлээд  $B$  цэгийг тэмдэглэнэ.

Эндээс  $B$  цэгийн координат  $(5, 1)$  байна.

$\overline{AB}$  векторыг байгуулъя.



**27** Векторуудын координатыг ол.



**28** Векторуудыг координатын хавтгайд дүрсэл.

а.  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$     б.  $\overline{CB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$     в.  $\overline{DF} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$     г.  $\overline{ES} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$   
 д.  $\overline{GB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$     е.  $\overline{OL} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$     ж.  $\overline{IJ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$     з.  $\overline{ZX} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

**?** Хэрчмийн төгсгөлийн цэгүүдийг  $A$  ба  $B$  гэж тэмдэглэсэн бол уг хэрчмийг  $AB$  эсвэл  $BA$  гэж 2 янзаар тэмдэглэж болдог. Харин векторыг  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BA}$  гэж 2 янзаар тэмдэглэж болох уу?

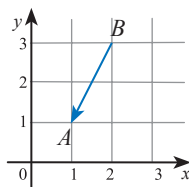
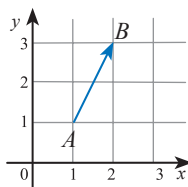
**Жишээ 7.**  $\overline{AB}$  вектор  $\overline{BA}$  вектортой тэнцүү юу?

**Бодолт:**  $\overline{AB}$  вектор зурья.  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

$\overline{BA}$  вектор зурья.  $\overline{BA} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$  байна. Иймд  $\overline{AB}$

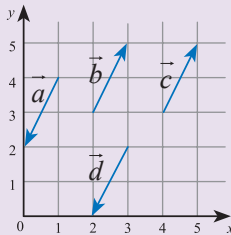
векторыг  $\overline{BA}$  гэж тэмдэглэж болохгүй.

Харин  $\overline{AB} = -\overline{BA}$  байна.



○ Дадлага ажил 4. Тэнцүү ба эсрэг векторууд

- а. Векторуудын координатыг олно.
- б. Ижил координаттай векторуудаар нь ангилж бичнэ.
- в.  $\vec{a}, \vec{b}$  вектортой ижил координаттай вектор координатын хавтгай дээр зурна.



Векторыг олон янзаар дүрсэлж болно.

Чиглэл болон хэмжээгээрээ ижил векторыг **тэнцүү векторууд** гэнэ. ( $\vec{a} = \vec{d}$ )

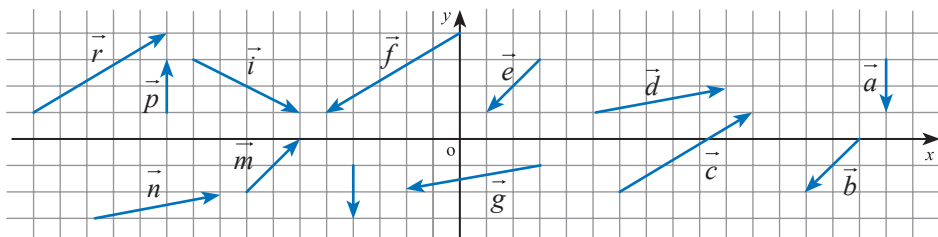
Жишээ нь:  $\vec{a} = \vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  тэнцүү векторууд.

Хэмжээ нь ижил, чиглэл нь эсрэг векторуудыг **эсрэг векторууд** гэнэ. ( $\vec{a} = -\vec{b}$ )

Жишээ:  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$  ба  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  эсрэг векторууд.

29 Тэгш өнцөгт координатын хавтгайд векторууд өгчээ.

- а. Векторуудын координатыг ол.
- б. Тэнцүү болон эсрэг векторуудыг ол.



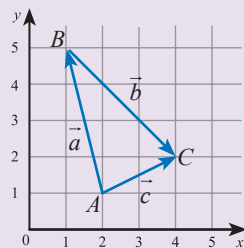
30 Өгсөн векторуудыг координатын хавтгайд дүрсэлж, үсгээр тэмдэглэ.

- а. (4, -4)      б. (1, 4)      в. (3, 5)      г. (-5, 2)
- д. (-2, -2)    е. (-4, 1)    ж. (-6, -2)    з. (2, 4)

Векторын үйлдэл, векторын урт

Дадлага ажил 5. Векторыг нэмэх дүрэм

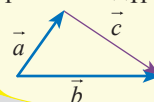
- а. Зурагт дүрсэлсэн  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  векторуудын координатыг бичнэ.
- б.  $\vec{a}$  ба  $\vec{b}$  векторын харгалзах координатыг нэмнэ.
- в.  $\vec{a}, \vec{b}$  векторуудын координатын нийлбэр  $\vec{c}$  векторын координаттай ямар хамааралтай байгааг тогтооно.
- Дээрх аргаар  $\vec{a} + \vec{c}$  нийлбэр векторыг хэрхэн дүрслэх вэ? ( $\vec{a}$  векторын эхлэлийг  $\vec{c}$  векторын төгсгөлд эсвэл  $\vec{c}$  векторын эхлэлийг  $\vec{a}$  векторын төгсгөлд аль нэгийг нь зөөж тавина).



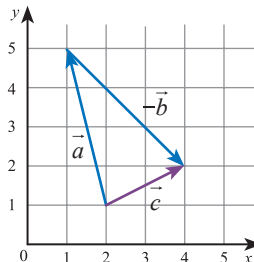
Векторуудын нийлбэрийн координат нь вектор тус бүрийн координатын нийлбэртэй тэнцүү байна.

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ заавар } \begin{pmatrix} -1+3=2 \\ 4+(-3)=1 \end{pmatrix}$$

Векторыг нэмэх гурвалжны дүрэм



- Дадлага ажил 6.** Векторыг хасах дүрэм
- а.  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{c}$  векторуудын координатыг бичнэ.
  - б.  $\vec{a} + (-\vec{b})$  нийлбэрийг олно.
  - в.  $\vec{a} + (-\vec{b})$  векторуудын координатын нийлбэр  $\vec{c}$  векторын координаттай ямар хамааралтайг олоорой.

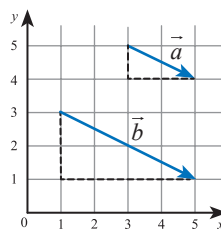


Векторуудын ялгаврын координат нь вектор тус бүрийн координатын ялгавартай тэнцүү байна.

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} \Rightarrow \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{c}, \quad \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$\vec{a} - \vec{b} \qquad \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$



- Дадлага ажил 7.** Векторыг тоогоор үржүүлэх
- а.  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  векторуудын координатыг олно.
  - б.  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  векторуудыг дүрсэлсэн хэрчмүүдийн уртуудын хоорондын хамаарлыг тогтооно.
  - в.  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  векторын урт, координатын хоорондын хамаарлыг тогтооно.

Векторыг тоогоор үржүүлэхдээ түүний координат бүрийг уг тоогоор үржүүлнэ.

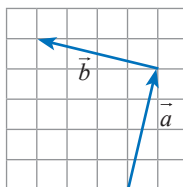
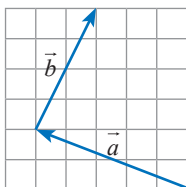
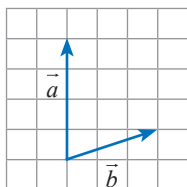
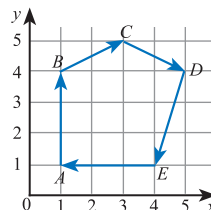
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = 2\vec{a} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}. \text{ Ерөнхий тохиолдолд: } k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}, k - \text{тогтмол тоо}$$

**31** Зураг ашиглан дараах векторуудын координатыг ол.

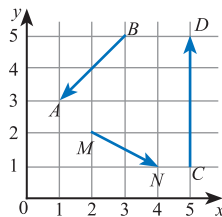
- а.  $\vec{AC}$ ,  $\vec{BD}$ ,  $\vec{CE}$ ,  $\vec{DA}$       б.  $\vec{AD}$ ,  $\vec{BE}$       в.  $\vec{DA}$ ,  $\vec{EB}$

**32** а.  $\vec{a}$  ба  $\vec{b}$  векторын координатыг ол.

- б.  $\vec{a} + \vec{b}$  нийлбэрийг дүрсэлж зур.  
в.  $\vec{a} + \vec{b}$  нийлбэр векторын координатыг ол.

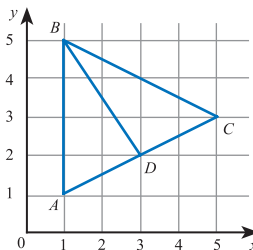


- 33 Зурагт өгсөн векторуудын бүх боломжит нийлбэр векторыг зурж. нийлбэр векторын координатыг ол.



- 34  $ABC$  гурвалжин өгчээ.

- Векторуудын координатыг ол.  
 $\overline{AB}, \overline{DB}, \overline{CB}, \overline{CA}, \overline{AC}, \overline{DA}, \overline{AD}$
- $\overline{AD} = \overline{DC}$  векторууд тэнцүү гэж батал.
- Тэнцүү векторуудыг ол.
- Эсрэг вектор байна уу?



- 35  $A$  цэгийн координат  $(3, 4)$   $B$  цэгийн координат  $(-2, 8)$  ба  $C$  цэг нь  $AB$  хэрчмийн дундаж цэг байв.  $O$  цэгээр координатын эхийг тэмдэглэжээ.

- $C$  цэгийн координатыг ол.
- Дараах векторуудын координатыг ол.  
 $\overline{AB}, \overline{BA}, \overline{AC}, \overline{CB}, \overline{CA}, \overline{BC}, \overline{OC}, \overline{BO}$

- 36  $A(4, 6)$ ,  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$  бол  $B, C, D$  цэгүүдийн координатыг ол.

- 37  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  бол векторуудыг координатын хавтгайд дүрсэл.

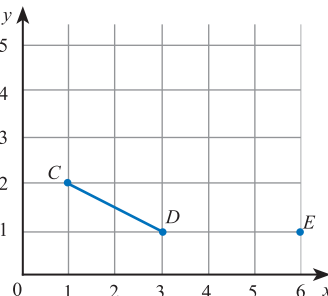
- $\vec{a} + \vec{b}$
- $-\vec{b}$
- $\vec{a} - \vec{b}$
- $\vec{b} + \vec{a}$
- $\vec{b} - \vec{a}$
- $2\vec{a}$
- $2\vec{b}$

- 38  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$  бол векторуудын координатыг ол.

- $\vec{a} + \vec{c}$
- $5\vec{a}$
- $\vec{a} - \vec{c}$
- $\vec{c} - \vec{a}$
- $6\vec{c}$
- $3\vec{a} + \vec{c}$

- 39 Координатын хавтгайд  $CD$  хэрчим ба  $E$  цэг өгчээ.

- $\overline{CK} = 2\overline{CD}$  байх  $K$  цэгийг ол.
- $-\overline{EL} = 2\overline{CD}$  байх  $L$  цэгийг ол.
- $\overline{CD} = -2\overline{EM}$  байх  $M$  цэгийг ол.
- $\overline{DE} = 2\overline{KS}$  байх  $S$  цэгийг ол.
- $\overline{CL} = a\overline{KB}$  байх  $a$ -ийн утгыг ол.

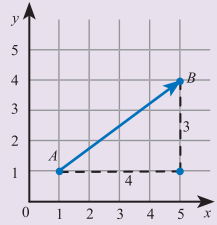


- 40  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$  векторуудыг координатын хавтгайд дүрсэл.



**Векторын урт**

- Дадлага ажил 8. Векторын урт
- а. Тэгш өнцөгт координатын системд вектор зурна.
- б. Векторын эхлэл ба төгсгөлийн цэгээс хэвтээ ба босоо тэнхлэгийн чиглэлд цацраг татаж огтлолцуулна.
- в. Огтлолцолд үүссэн тэгш өнцөгт гурвалжны хувьд Пифагорын теорем хэрэглэн гипотенузын уртыг олно.



**Векторын урт**

Векторыг дүрсэлж буй хэрчмийн уртыг **векторын урт** гэнэ. Векторын уртыг

$|\overline{AB}|$  эсвэл  $|\vec{a}|$  гэж тэмдэглэнэ.  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  бол  $|\overline{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$  байна.

Жишээлбэл:  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ . Тэгш өнцөгт гурвалжны катетууд нь 3 ба 4 нэгж бол

Пифагорын теоремоор  $|\overline{AB}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$  болно.

**41**  $A, B, C$  цэгүүдийн координат харгалзан  $(2, 5), (4, -3), (-1, -2)$  ба координатын эх  $O$  өгөгдсөн бол:

- а.  $|\overline{OA}|, |\overline{OB}|, |\overline{OC}|$ -ыг ол.
- б.  $|\overline{AB}|, |\overline{BC}|$ -ыг ол.

**42**  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 10 \end{pmatrix}$  векторууд өгсөн бол:

- а.  $\vec{a} + \vec{b}$  векторын координатыг ол.
- б. Векторуудын уртыг ол.  $|\vec{a}|, |\vec{b}|, |\vec{a} + \vec{b}|, |\vec{a} - \vec{b}|, |\vec{b} - \vec{a}|$
- в.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|, |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}|$  тэнцэтгэл үнэн үү?

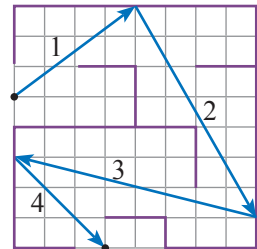
**43**  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  бол дараах векторуудын уртыг ол.

- а.  $|\vec{a}|$
- б.  $|4\vec{d}|$
- в.  $|3\vec{d} + \vec{a}|$
- г.  $|4\vec{d} - 2\vec{a}|$



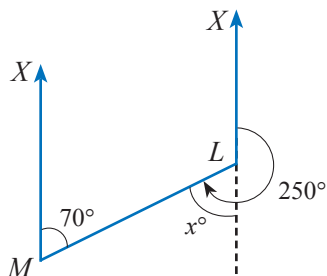
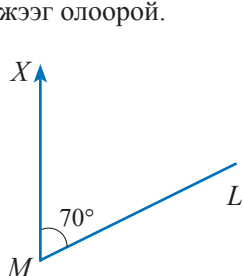
**Төөрдөг байшин**

Хүү төөрдөг байшинд ороод дараах чиглэлийн  $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4)$  дагуу явж гарчээ. Хэрэв байшингийн хэмжээ  $8\text{ м} \times 8\text{ м}$  бол явсан замын уртыг ол. Өөр ямар замаар гарч болох вэ? Явсан замынхаа уртыг олж, жишээрэй.



### Хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг, хэрэглээ

**Жишээ 8.**  $M$  цэгээс  $L$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг  $70^\circ$ -ыг байгуул. Үүнийгээ ашиглан  $L$  цэгээс  $M$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг олоорой.

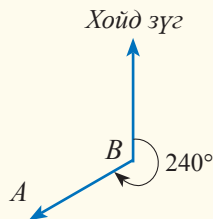


Хойд зүгтэй харьцуулан цагийн зүүний дагуу эргүүлэхэд үүсэж байгаа өнцгийг хойд зүгтэй үүсэх өнцөг гэнэ. Хойд зүгтэй үүсэх өнцгийг гурван орноор тэмдэглэдэг.

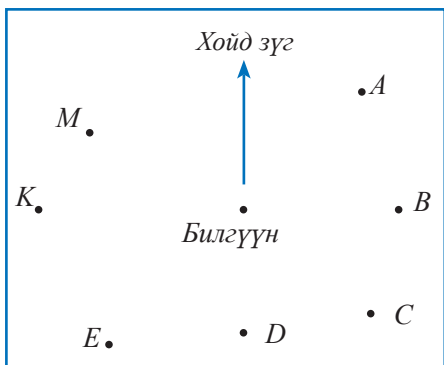
$L$  цэг дээр хойд зүг рүү чиглэсэн шулуун татъя. Энэ шулуунаас цагийн зүүний дагуу өнцгийг тооцоолж олъё. Параллел шулуунуудыг 3 дахь шулуунаар огтлоход үүссэн дотоод солбисон өнцөг тэнцүү тул  $x = 70^\circ$  байна. Иймд  $L$  цэгээс  $M$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээ  $180^\circ + 70^\circ = 250^\circ$  байна.

Өгсөн  $B$  цэгийн хувьд  $A$  цэгтэй хойд зүгт үүсгэх өнцгийг хэрхэн хэмжихийг зургаар харуулав.

- $B$  цэгийг  $A$  цэгтэй хэрчмээр холбоно.
- $B$  цэгээс хойд зүгт шулуун татна.
- Хойд зүгээс эхлэн цагийн зүүний дагуу өнцгийг хэмжинэ.



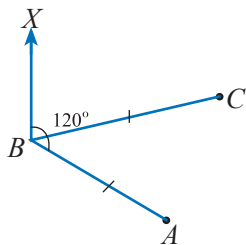
**44** 8 сурагч нуугдаж тогложээ. Тэдний зогсож байсан байрлалыг цэг ба үсгээр тэмдэглэжээ. Зураг ашиглан асуултад хариул.



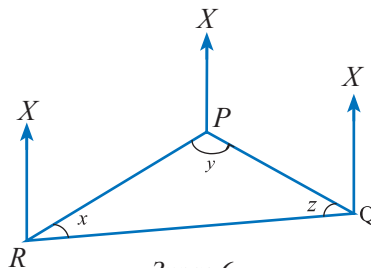
- Билгүүний зүүн талд хэн байна вэ?
- Билгүүний баруун өмнө зүгт хэн байна вэ?
- Билгүүний зүүн хойд зүгт хэн байна вэ?
- Билгүүн  $C$  сурагчийг олохын тулд хойд зүгтэй хэдэн градусын өнцөг үүсгэж явах вэ? Хэмжиж ол.
- Билгүүн  $M$  сурагчийг олохын тулд хойд зүгтэй хэдэн градусын өнцөг үүсгэж явах вэ? Хэмжиж ол.

**45**  $A$  цэгээс  $B$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг  $120^\circ$ -ийг байгуул. Үүнийгээ ашиглан  $B$  цэгээс  $A$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг ол.

- 46  $AB=CB$  ба  $ABX$  өнцөг  $120^\circ$ ,  $ABC$  өнцөг  $54^\circ$  тэнцүү бол  $A$  цэгээс  $C$  цэгийн хувьд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг ол. (Зураг 5)



Зураг 5



Зураг 6

- 47  $P$  цэгээс  $Q$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээ  $125^\circ$ ,  $Q$  цэгээс  $R$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээ  $225^\circ$ ,  $R$  цэгээс  $P$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээ  $010^\circ$  бол  $x, y, z$  өнцгийн хэмжээг ол. (Зураг 6)

- 48 Нисэх онгоц хойд зүгтэй  $335^\circ$ -ын өнцгөөр 200 км нисжээ. Дараа нь  $170^\circ$ -ын өнцгөөр 100 км, үргэлжлүүлэн  $280^\circ$ -ын өнцгөөр 400 км нисээд газарджээ.  
 а. Нисэж эхэлсэн цэгээс газардах хүртэлх зайг ол.  
 б. Энэ нислэгийг шулуунаар явуулахын тулд хойд зүгтэй ямар өнцгөөр нисэх байсан бэ? Зургаар харуул.

- 49  $A$  онгоцны буудлаас 4 ялгаатай чиглэлд 4 онгоц нисжээ. Онгоцны чиглэлийн дугаар болон хойд зүгтэй үүсэх өнцгийг хүснэгтээр өгчээ. 1 см-т 50 км зай багтана гэж үзээд 4 онгоцны буудлын байрлалыг зургаар харуул.

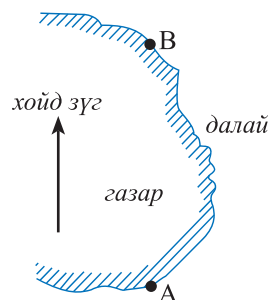
Чиглэл	Хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг	Зай
Чиглэл 1	$076^\circ$	255 км
Чиглэл 2	$350^\circ$	575 км
Чиглэл 3	$036^\circ$	390 км
Чиглэл 4	$162^\circ$	150 км



### Усан аялал

Ахмад усан онгоцыг  $A$  зогсоолоос  $B$  зогсоол хүртэл жолоодохыг хүссэн боловч аялал шууд чиглэлд явах боломжгүй байв.  $B$  зогсоол нь  $A$  зогсоолоос хойд зүгт 50 км зайтай байв. Усан онгоцыг хойд зүгтэй  $075^\circ$ -ын өнцгөөр 20 км яваад  $C$ -д хүрч, дараа нь  $335^\circ$ -ын өнцгөөр 20 км явж  $D$ -д зангуугаа буулгажээ.

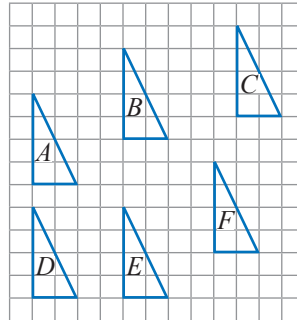
- а. Усан онгоц зангуугаа буулгахдаа  $B$  зогсоолоос ямар зайд байсан бэ?  
 б. Ахмад  $B$  зогсоолд хүрэхийн тулд хойд зүгтэй ямар өнцгөөр явах вэ?  
 (1 см-т 1 км зайг багтаан багасгасан масштабаар зураглал хийж бод)



## ДАВТАХ

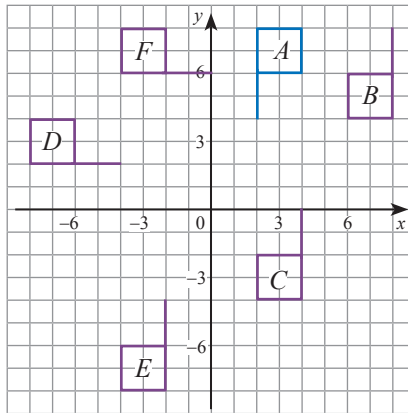
50 Параллел зөөлт тус бүрийн чиглэлийг вектор хэлбэрт бич.

- а.  $A \rightarrow C$  хувиргалтын чиглэл нь  $\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$   
 б.  $C \rightarrow B$   
 в.  $F \rightarrow E$   
 г.  $B \rightarrow D$   
 д.  $D \rightarrow B$   
 е.  $E \rightarrow C$   
 ж.  $C \rightarrow D$   
 з.  $A \rightarrow F$

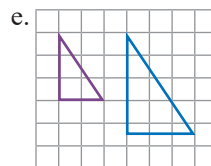
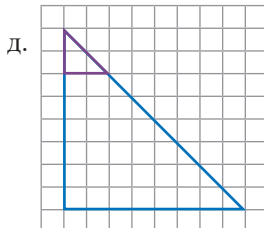
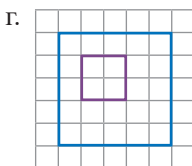
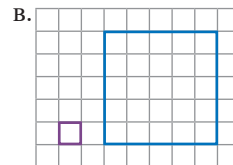
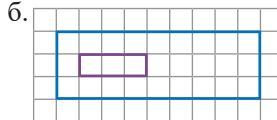
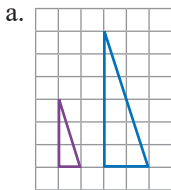


51  $A(-1, 6)$ ,  $B(5, 3)$ ,  $C(1, 2)$  цэгүүдэд оройтой гурвалжин зурж, эхлээд  $y = -x$  шулууны хувьд тэгш хэмтэй, дараа нь гарсан дүрийг  $Oy$  тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргаж, оройн цэгүүдийн координатыг ол.

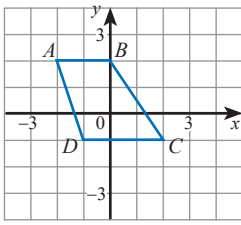
52  $A$  дүрсийг  $B, C, D, E, F$  дүрсэд эргүүлэлтээр хувиргажээ. Хувиргалт тус бүрийн төв болон чиглэлийг тодорхойлж бич.



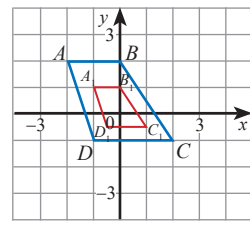
53 Гомотетоор том дүрс жижиг дүрсэд хувирсан бол гомотетын төв ба коэффициентийг ол.



54  $ABCD$  дөрвөн өнцөгтийн оройн  $(x, y)$  координаттай цэгүүдийг  $(0.5x, 0.5y)$  координаттай цэгт хувиргасан бол хүснэгтийг нөх. Ямар хувиргалт вэ?



$(x, y) \longrightarrow (0.5x, 0.5y)$	
Дүрсийн оройн цэг	Дүрийн оройн цэг
$A(\_, \_)$	$A'(\_, \_)$
$B(\_, \_)$	$B'(\_, \_)$
$C(\_, \_)$	$C'(\_, \_)$
$D(\_, \_)$	$D'(\_, \_)$

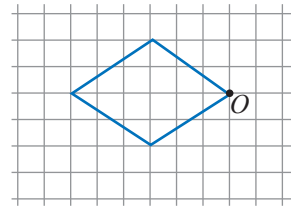
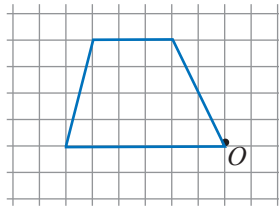
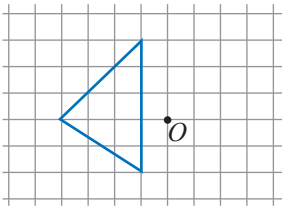


55  $k_1$  ба  $k_2$  коэффициент бүхий гомотетуудын үржвэр гомотетын коэффициент нь  $k$  бол мэдэгдэхгүй байгаа коэффициентийг ол.

- а.  $k_1=2.5, k_2=0.36$       б.  $k=16, k_2=6.5$       в.  $k_1=1.8, k_2=0.45$

56 Дүрсийг  $O$  цэгт төвтэй  $k_1$  ба  $k_2$  коэффициенттэй гомотетуудын үржвэр гомотетоор хувирга.

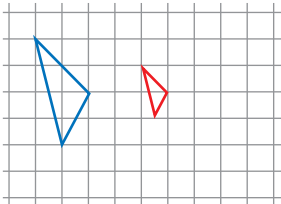
- а.  $k_1=0.25, k_2=8$       б.  $k_1=9, k_2=4/27$       в.  $k_1=0.25, k_2=1.4$



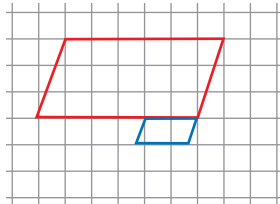
57 Улаан дүрс цэнхэр дүрсэд  $(O, k)$  гомотетоор буужээ.

Өгсөн гомотетын урвуу гомотетын коэффициентийг тооцоолж, ол.

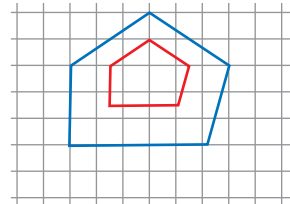
а.



б.



в.



58  $(O, k_1)$  ба  $(O, k_2)$  гомотетуудын үржвэр гомотетын урвуу нь эдгээр гомотетуудын урвуу гомотетуудын үржвэртэй тэнцүү болохыг батал.

59 Координатын хавтгайд  $(2, 1), (4, 1), (4, 3)$  цэгүүд дээр оройтой гурвалжин байгуул. Энэ гурвалжныг томруулан  $(6, 3), (12, 3), (12, 9)$  цэгүүд дээр оройтой гурвалжинд хувиргажээ. Гомотетын төв ба коэффициентийг ол.

60 Координатын хавтгайд өгсөн цэгт оройтой гурвалжин зурж, төв ба коэффициент нь өгсөн үед гомотетоор хувирга. Дүрийн координатыг бич.

а.  $(1, 2), (3, 6), (7, 4), k=0.5$ , төв нь  $(3, 0)$

б.  $(3, 4), (6, 7), (12, 4), k=\frac{1}{3}$ , төв нь  $(0, 1)$

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$  бол 61- 62 дугаар бодлогыг бод.

**61** Векторуудыг тоогоор үржүүл.

а.  $3\vec{a}$  б.  $\frac{1}{2}\vec{b}$  в.  $\frac{1}{4}\vec{c}$  г.  $0.5\vec{a}$  д.  $-5\vec{b}$  е.  $-3\vec{c}$

**62** Үйлдлийг гүйцэтгэ.

а.  $3\vec{a} + 7\vec{b}$  б.  $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$  в.  $\frac{1}{4}\vec{c} + \vec{a}$   
 г.  $\frac{3}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$  д.  $3\frac{1}{3}\vec{b} - \left(-\frac{1}{2}\vec{c}\right)$  е.  $\left(-\frac{1}{2}\vec{c}\right) - \frac{2}{3}\vec{a}$   
 ө.  $-6\vec{a} + 7\vec{b}$  ж.  $7\vec{b} - 13\vec{c}$  з.  $13\vec{c} - 0.5\vec{a}$

**63** Векторуудыг координатын хавтгайд дүрслэн, уртыг ол.

а.  $A(2, 4)$ ,  $B(3, 6)$  бол  $\overline{AB}$  б.  $\vec{c}(5, 4)$  в.  $\vec{a}(0, 4.7)$   
 г.  $C(-3, 5)$ ,  $B(9, -4)$  бол  $\overline{BC}$  д.  $\vec{b}(10, -3.2)$  е.  $\vec{i}(1, 0)$

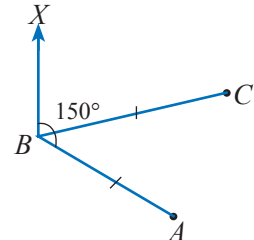
**64** Хүснэгтийг нөх.

№	$A(x, y)$	$B(x, y)$	$\overline{AB}$	$ \overline{AB} $
1	(2, 5)	(0, 4)		
2	(7, 3)		(10, 20)	
3		(2.5, -2.5)	(5, -5)	
4	(-15, 23)	(13, -16)		
5	(9, 0)		(0, 9)	

**65**  $A(3, 9)$ ,  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AC} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$  бол  $B, C, D$  цэгүүдийн координатыг ол.

**66**  $A$  цэгээс  $B$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцөг нь  $80^\circ$ -тай тэнцүү өнцгийг байгуул. Үүнийгээ ашиглан  $B$  цэгээс  $A$  цэгт хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг ол.

**67**  $AB = CB$  ба  $ABX$  өнцөг  $150^\circ$ ,  $ABC$  өнцөг  $60^\circ$  тэнцүү бол  $A$  цэгээс  $C$  цэгийн хувьд хойд зүгтэй үүсгэх өнцгийг ол.



**68** Векторуудыг нэг координатын хавтгайд дүрсэл.

а.  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  б.  $\overline{CB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$  в.  $\overline{DF} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  г.  $\overline{ES} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$   
 д.  $\overline{GB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  е.  $\overline{OL} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  ж.  $\overline{IJ} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$  з.  $\overline{ZX} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

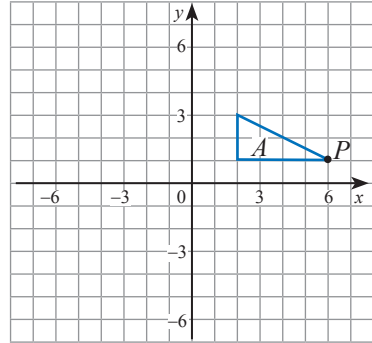
## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 6

**1** Дүрс тус бүр хэдэн тэгш хэмийн тэнхлэгтэй вэ? Эргэлтийн тэгш хэмийн эрэмбийн тоог ол.

- а. Квадрат                      б. Тэгш өнцөгт                      в. Зөв 5 өнцөгт

**2** Координатын хавтгайд өгсөн гурвалжныг дэвтэртээ зур. Өгсөн гурвалжныг:

- а. Координатын эх дээр төвтэй, цагийн зүүний эсрэг  $90^\circ$ -аар эргүүлж, гарсан дүрийг  $B$   
 б.  $B$  дүрсийг  $Ox$  тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргаж, гарсан дүрийг  $C$   
 в.  $C$  дүрсийг  $(-1, 4)$  чиглэлд параллел зөөлтөөр хувиргаж, гарсан дүрийг  $D$  үсгээр тус тус тэмдэглэ.

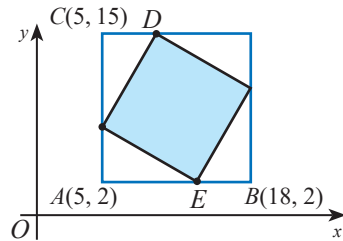


Дээрх хувиргалт тус бүрээр үүсэх  $P$  цэгийн дүрийн координатыг бич.

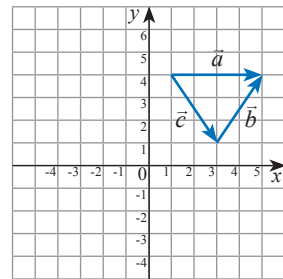
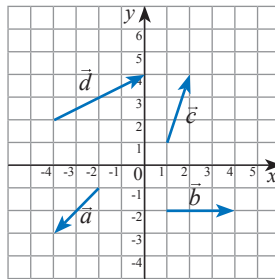
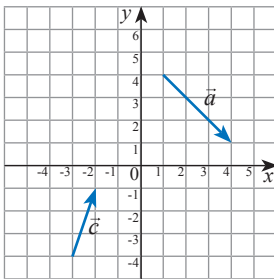
**3**  $ABC$  гурвалжны оройн цэгүүдийг  $A(1, 4)$ ,  $B(6, 4)$ ,  $C(4, 6)$  өгсөн бол уг гурвалжныг  $C$  цэгт төвтэй  $k=1.5$  коэффициенттэй гомотетоор хувирга.

**4** Координатын хавтгайд квадратад багтсан квадрат өгчээ. Хэрэв  $A, B, C$  цэгийн координат өгсөн бол:

- а.  $E$  цэгийн координатыг ол.  
 б.  $D$  цэгийн координатыг ол.  
 в.  $CE$  хэрчмийн уртыг ол.  
 г.  $DE$  хэрчмийн уртыг ол.



**5** Векторуудын координат болон уртыг ол.

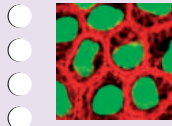


**6** Усан онгоц  $P$  цэгээс  $K$  цэг хүртэл хойд зүгтэй  $040^\circ$ -ын өнцөг үүсгэн 40 км зайд байв.



- а. 1см-т 5 км зайг багтаан усан онгоцны байршлыг зургаар харуул.  $K$  цэгийг тэмдэглэ.  
 б.  $K$  цэг хүрээд усан онгоц чиглэлээ өөрчлөн хойд зүгтэй  $160^\circ$ -ын өнцөг үүсгэн 30 км явж,  $M$ -д очжээ. Усан онгоц  $P$  цэгээс ямар зайд байх вэ?  
 в.  $M$  цэгээс  $P$  цэгтэй үүсгэх өнцгийн хэмжээг ол.

## Хэмжигдэхүүний бодлого



Амьд биетийн хамгийн жижиг хэсэг бол эс юм. Хүний бие дунджаар  $10^{14}$  ширхэг эсээс тогтдог.

Дэлхий зуувандуу бөмбөрцөг хэлбэртэй, экваторын радиус 6378.1 км.



- а. Өчүүхэн жижиг болон асар том зүйлсийн жинг ямар нэгжээр хэмждэг талаар ярилцаарай.
- б. Эсийн болон дэлхийн массыг хэрхэн олж болох вэ?

## Хүндийн зарим нэгжүүд

$10^{-9}$ г	$10^{-6}$ г	$10^{-3}$ г	$10^0$ г	$10^3$ г	$10^6$ г
1 нг	1 мкг	1 мг	1 г	1 кг	1 т
(нанограмм)	(микрограмм)	(миллиграмм)	(грамм)	(килограмм)	(тонн)

- 1 10-ын бүхэл илтгэгчтэй зэрэг ашиглан хэмжээ бүрийг хаалтад байгаа нэгжээр илэрхийл.

а. 1 мг = ..... (кг)      б. 1 кг = ..... (мг)  
 в. 1 мкг = ..... (кг)      г. 1 нг = ..... (мг)  
 д. 1 нг = ..... (кг)      е. 1 т = ..... (г)

Дэлхийн масс ойролцоогоор  $5.97 \times 10^{24}$  кг, харин эс ойролцоогоор 1 нг жинтэй.

- 2 Тооны стандарт бичиглэл ашиглан өгсөн хэмжээг килограммаар илэрхийл.

а. 50 мг      б. 2.5 г      в. 3.6 мкг      г. 0.6 нг      д. 3500 т  
 е. 324 мг      ж. 490000 т      з. 0.24 мг      и. 0.006 г      к. 2.5 т

- 3 Усан үзмийн 90%-ийг ус эзэлж байв. Хэсэг хугацааны дараа усан үзэм хатаж, жин нь 600 г-аар багасжээ. Энэ үед усан үзмийн нийт жингийн 40%-ийг ус эзэлж байсан бол жимс анх ямар жинтэй байсан бэ?

- 4 Гадна байдлаараа ялгагдахгүй 27 зоосны нэг нь хуурамч зоос гэж мэдэгдэж байв. Хуурамч зоос жинхэнэ зоосноос хөнгөн бол хоёр тавагтай жинлүүр ашиглан хамгийн цөөндөө хэдэн удаа жинлэж хуурамч зоосыг илрүүлэх вэ?

- 5 Дэлгүүрт эхний өдөр 14 уут будаа үлдэхэд нярав “10 кг”, дараагийн өдөр 10 уут үлдэхэд “7 кг”, гурав дахь өдөр 5 уут будаа үлдэхэд “4 кг” гэж тэмдэглэжээ. Нярав ямагт килограммаар тоймлож бичдэг бол уут будаа ямар жинтэй вэ?

- 6\* 4 өөр ууттай будаа байв. Хоёр хоёроор нь жинлэхэд 12 кг, 13 кг, 14 кг, 16 кг, 14 кг, 15 кг гэсэн жин заав. Жин алдаатай нь мэдэгдсэн тул гурав гурваар нь жинлэхэд 20 кг, 21 кг, 22 кг, 23 кг гэсэн жин заажээ. Ууттай будаа бүрийн жинг ол.

- 7 Талбайн нэгжийг өгсөн нэгжээр илэрхийл.

а.  $\text{см}^2$  - ыг  $\text{мм}^2$  - аар илэрхийл.      3  $\text{см}^2$ , 16  $\text{см}^2$ , 27  $\text{см}^2$ , 3576  $\text{см}^2$ , 0.8  $\text{см}^2$   
 б.  $\text{мм}^2$  - ыг  $\text{см}^2$  - аар илэрхийл.      800  $\text{мм}^2$ , 5400  $\text{мм}^2$ , 630  $\text{мм}^2$ , 0.5  $\text{мм}^2$ , 0.07  $\text{мм}^2$   
 в.  $\text{м}^2$  - ыг  $\text{мм}^2$  - аар илэрхийл.      6  $\text{м}^2$ , 96  $\text{м}^2$ , 123  $\text{м}^2$ , 0.4  $\text{м}^2$ , 5.8  $\text{м}^2$ ,



8 Эзлэхүүний нэгжийг өгсөн нэгжээр илэрхийл.

- а.  $\text{см}^3$  - ыг  $\text{мм}^3$  - аар илэрхийл.  $4 \text{ см}^3, 78 \text{ см}^3, 30 \text{ см}^3, 0.3 \text{ см}^3, 0.8 \text{ см}^3$   
 б.  $\text{мм}^3$  - ыг  $\text{см}^3$ - аар илэрхийл.  $5000 \text{ мм}^3, 8300 \text{ мм}^3, 600 \text{ мм}^3, 40 \text{ мм}^3, 36.6 \text{ мм}^3$   
 в.  $\text{м}^3$  - ыг  $\text{см}^3$ - аар илэрхийл.  $7 \text{ м}^3, 6 \text{ м}^3, 0.5 \text{ м}^3, 1.4 \text{ м}^3, 0.00002 \text{ м}^3$

### Хурд



Агааргүй орчинд гэрэл тарах хурдыг орчлонгийн хамгийн дээд хурд гэж үздэг бөгөөд гэрлийн хурд ойролцоогоор  $300000 \text{ км/с}$  байдаг. Нар ба дэлхийн хоорондох зай дунджаар 150 сая км бол нарнаас цацрах гэрэл дэлхийд ямар хугацааны дараа ирэх вэ?

9 Хурд ба хугацаа өгсөн үед явсан замыг тооцоолж ол.

- а.  $20 \text{ км/ц}$  хурдтай 4 цаг  
 б.  $55 \text{ км/ц}$  хурдтай 6 цаг  
 в.  $56 \text{ км/ц}$  хурдтай 30 мин  
 г.  $42 \text{ км/ц}$  хурдтай 1 цаг хагас  
 д.  $48 \text{ км/ц}$  хурдтай  $5\frac{1}{4}$  цаг  
 е.  $44 \text{ км/ц}$  хурдтай 45 минут

10 Зам ба хурд өгсөн үед хугацааг ол.

- а.  $40 \text{ км/ц}$  хурдтай 120 км явсан  
 б.  $60 \text{ км/ц}$  хурдтай 300 км явсан  
 в.  $50 \text{ км/ц}$  хурдтай 180 км явсан  
 г.  $45 \text{ км/ц}$  хурдтай 390 км явсан

11 Машин 300 км замыг 8 цаг явсан бол:

- а. Дундаж хурдыг ол.  
 б. Минутаг хэдэн метр явахыг тооцоолж ол.  
 в.  $7.5 \text{ км}$  явахад ямар хугацаа зарцуулах вэ?

12 Тамирчин секундэд 4 метр зайд гүйдэг бол:

- а. 45 секундэд  
 б. 4 минутаг  
 в. 1 цагт  
 г. 1.5 цагт ямар зайд гүйх вэ?

13 Хугацааны нэгжийг цаг руу шилжүүл. Хариугаа энгийн бутархай хэлбэрт бич.

- а. 1 цаг 20 минут  
 б. 2 цаг 50 минут  
 в. 2 цаг 6 минут  
 г. 1 цаг 15 минут  
 д. 3 цаг 5 минут  
 е. 5 цаг 4 минут  
 ж. 1 цаг 13 минут  
 з. 17 минут  
 и. 2 цаг 31 минут

14 Хугацааны нэгжийг цаг ба минутаар илэрхийл

- а. 1.5 цаг  
 б. 1.8 цаг  
 в. 2.5 цаг  
 г. 3.3 цаг  
 д. 2.25 цаг  
 е. 3.45 цаг

15 Хурдны нэгжийг  $\text{км/ц}$ -аар илэрхийл.

- а.  $50 \text{ м/ц}$   
 б.  $33 \text{ м/с}$   
 в.  $66 \text{ м/с}$   
 г.  $96 \text{ м/ц}$   
 д.  $44.8 \text{ м/с}$   
 е.  $6.5 \text{ м/мин}$

16 Хурдны нэгжийг  $\text{м/ц}$ -аар илэрхийл.

- а.  $24 \text{ м/с}$   
 б.  $72 \text{ км/ц}$   
 в.  $45 \text{ км/ц}$   
 г.  $6 \text{ м/с}$

17 Дараах амьтдын аль нь хурдан бэ? Хурдыг нэг нэгжид шилжүүлж, буурах эрэмбээр бич.

- Заан - 1 өдөрт 970 км  
 Баавгай - 1 цагт 48 км  
 Цаа буга - 2 цагт 104 км  
 Ирвэс - 1 минутаг 2 км  
 Хүн - 9.58 секундэд 100 метр  
 Могой - 1 секундэд 9 метр явдаг.

- Манай галактикт хамгийн ойр орших галактик болох
- Андромедийн мананцар нь биднээс  $97.7 \times 10^{18}$  км зайд оршдог.
- Өчүүхэн жижиг болон асар хол орших зүйлсийн
- хоорондох зайг ямар нэгжээр хэмждэг талаар ярилцаарай.



- 18** Хурдны нэгжийг м/с-ээр илэрхийл.
- а. 300000 км/с (гэрлийн хурд)
  - б. 7.9 км/с (сансрын I хурд)
  - в. 250000 км/ц (хамгийн хурдан сансрын хөлөг)
  - г. 1193.4 км/ц ( $0^\circ$  хэмд агаарт тархах дууны хурд)
- 19** Дэлхийгээс гарсан гэрэл Дэлхийн ван гараг хүрэхэд 5 цаг, бидэнд хамгийн ойр орших Өмнөд хаалганы гялаан од хүрэхэд 4.3 жилийн хугацаа шаардагдах бол эдгээр зайг ол.
- 20** Агаарын хэм  $1^\circ$ -аар нэмэгдэхэд дууны хурд 0.59 м/с (агаарын чийгшил тооцохгүйгээр)-ээр нэмэгддэг байна.  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $-20^\circ$ -д дуу тарах хурдыг тооцоол.
- 21** Аялагчид эхний 2 цагт 36 км/ц хурдтай, дараагийн 3 цагт 20 км/ц хурдтай яваад 2 цаг амрав. Дахин 2 цагт 40 км/ц хурдтай явж зорьсон газраа хүрчээ. Нийт замд явсан дундаж хурдыг ол.
- 22** Хоёр машин тойрог замын дагуу нэг чиглэлд явбал I машин II машинаа 20 минут тутамд нэг удаа гүйцэж түрүүлнэ. Харин эсрэг чиглэлд явбал тэд 4 минут тутамд нэг удаа уулзана. Хоёр машины хурдны харьцааг ол.
- 23** 120 см урттай тойрог замаар хоёр цэг хөдөлнө. Тэд эсрэг чиглэлд хөдөлбөл 15 секунд бүрд зэрэгцэх ба нэг зүгт хөдөлбөл 1 минут бүрд зэрэгцэнэ. Цэгүүдийн хурдыг ол.
- 24** Би өдөр бүр сургууль руугаа явган явдаг. Хэрэв би өдөр бүр зарцуулдаг хугацаагаа 20% багасгахын тулд дундаж хурдаа хэдэн хувиар нэмэгдүүлэх хэрэгтэй вэ?
- 25** а. Билгүүн, Марал хоёр уул руу авирав. Тэд гараанаас нэгэн зэрэг гарсан боловч Билгүүн Маралаас хагас цагийн өмнө уулын оройд гарчээ. Марал буцах замдаа “Хэрэв би өөрийн хурдаа 50% нэмэгдүүлж, Билгүүн 50% бууруулсан бол уулын оройд зэрэг гарах байжээ” гэж тооцоолсон байна. Марал уулын оройд гарахдаа ямар хугацаа зарцуулсан бэ?  
 б. Саран уул руу авираад буухдаа ижил замаар явжээ. Тэрээр уул руу авирахдаа 2 км/ц хурдтай, харин уулнаас буухдаа 4 км/ц хурдтай явсан бол нийт замын турш явсан дундаж хурдыг ол. Хариултаа тайлбарла.
- 26\*** Нэг шоргоолж “Би 108 см/мин хурдтай гүйж чадна” гэж онгирчээ. Гэвч тэр 1 цаг = 100 минут, 1 м = 60 см байдаг гэж тооцоод өөрийн хурдыг тодорхойлсон байв. Түүний хурдыг зөв тооцоолж, хариугаа см/мин нэгжээр бич.

Уртын зарим нэгжүүд

$10^{-9}$ м	$10^{-6}$ г	$10^{-3}$ м	$10^0$ м	$10^3$ м	$10^6$ м
1 нм (нанометр)	1 мкм (микрометр)	1 мм (миллиметр)	1 м (метр)	1 км (километр)	1 Мм (мегаметр)

27 Хэмжээг хаалтад байгаа нэгжээр илэрхийл.

- а. 3 мм = ..... (км)      б. 5 км = ..... (нм)  
 в. 125 мкм = ..... (м)      г. 0.5 мкм = ..... (км)  
 д. 2 Мм = ..... (км)      е. 0.26 км = ..... (мкм)

28 Зайг гэрлийн жилээр илэрхийл.

- а. Андромед галактик хүртэлх зай  
 б. 9 490 730 472 580.8 км  
 в. 63 240 одон орны нэгж зай

Одон оронд 150 сая км зайг одон орны 1 нэгж зай, гэрлийн хурдаар 1 жил явах зайг 1 гэрлийн жилтэй тэнцэх зай гэж үздэг.

29 Оёдлын зүүний үзүүрийн диаметр 0.1 нм байсан бол:

- а. Үзүүрийн тойргийн урт ба талбайг олж, мм нэгжээр илэрхийл.  
 б. Зүүний үзүүрийг 0.1 мм хэмжээтэй болтол нь томруулсан гэе. Яг ийм коэффициентээр томруулбал 1 мм хэмжээтэй зураас хэдэн километр урт болох вэ?

30 Эрдэмтдийн гарган авсан нано гуурсны хэмжээ бараг 1 см хүрч байна.

- а. Нано гуурсны атомууд зөв зургаан өнцөгтийн оройнууд дээр хоорондоо 0.2 нм зайтай байрладаг гэвэл 6 өнцөгтийн талын урт болон талбайг ол.  
 б. 1 мм диаметртэй богинохон утас 20 т ачааны даацтай байдаг. 2 м диаметртэй нано технологиор бүтсэн лифт хэдэн тоннын даацтай вэ?  
 в. Нано гуурс нь хэдэн 6 өнцөгтийг хуйлж үүсгэснээс хамаарч диаметр нь өөр өөр байдаг. 3 нм диаметртэй нано гуурсны бүтэц дэх 6 өнцөгтийн тоог ол.

31\* Периметр нь 15 см, 12 см байх хоёр адил талт гурвалжин зурагт үзүүлсэн зургаан өнцөгтийг үүсгэсэн бол түүний периметрийг ол.



Нано - IBM

Дундаж атом 0.1-0.2 нм хэмжээтэй байдаг. 1981 онд IBM-ийн эрдэмтэд 35 атомыг өрж “IBM” гэж бичжээ. Эдгээр үсгүүдийн өндрийн хэмжээг ол.



Аливаа материалыг атом молекулын түвшинд буюу нанометрийн хэмжээнд бүтээх арга технологийг “Нано технологи” гэж нэрлэнэ. 1991 онд нүүрстөрөгчийн атомыг цилиндр хэлбэртэй угсарч “нано гуурс” зохион бүтээжээ. Энэ нь гангаас 100 дахин бат бөх, 6 дахин хөнгөн чанартай. Микротехнологийн дараагийн үе шат нанотехнологи хөгжсөнөөр олон салбарт дэвшил авчирч байна.

### Дэлхийн цагийн бүс

- а. Дэлхийн цагийн бүсийн зурагт тэмдэглэгдсэн градусын хэмжээнүүд юуг илэрхийлдэг вэ?
- б. Улаанбаатар болон Чикаго хотын хооронд хэдэн цагийн зөрөө байгааг тооцоолж ол.
- в. Эгшиглэн Куба улсын Гавана хотын Анагаах ухааны их сургуульд суралцдаг. Ах нь түүнтэй хэдээс хэдэн цагийн хооронд утсаар яривал тохиромжтой байх вэ?

Цагийн бүсийг Лондон хотын Гринвичийн одон орны оргилоос эхлэн баруун, зүүн тийш тоолдог. Улаанбаатар хот цагийн наймдугаар бүсэд оршдог. Үүнийг (+8) гэж тэмдэглэнэ.

- 32** Чингис хаан ОУ-ын нисэх буудлын хүлээлгийн танхим дахь цагуудыг үзүүлэв.



Сөүл



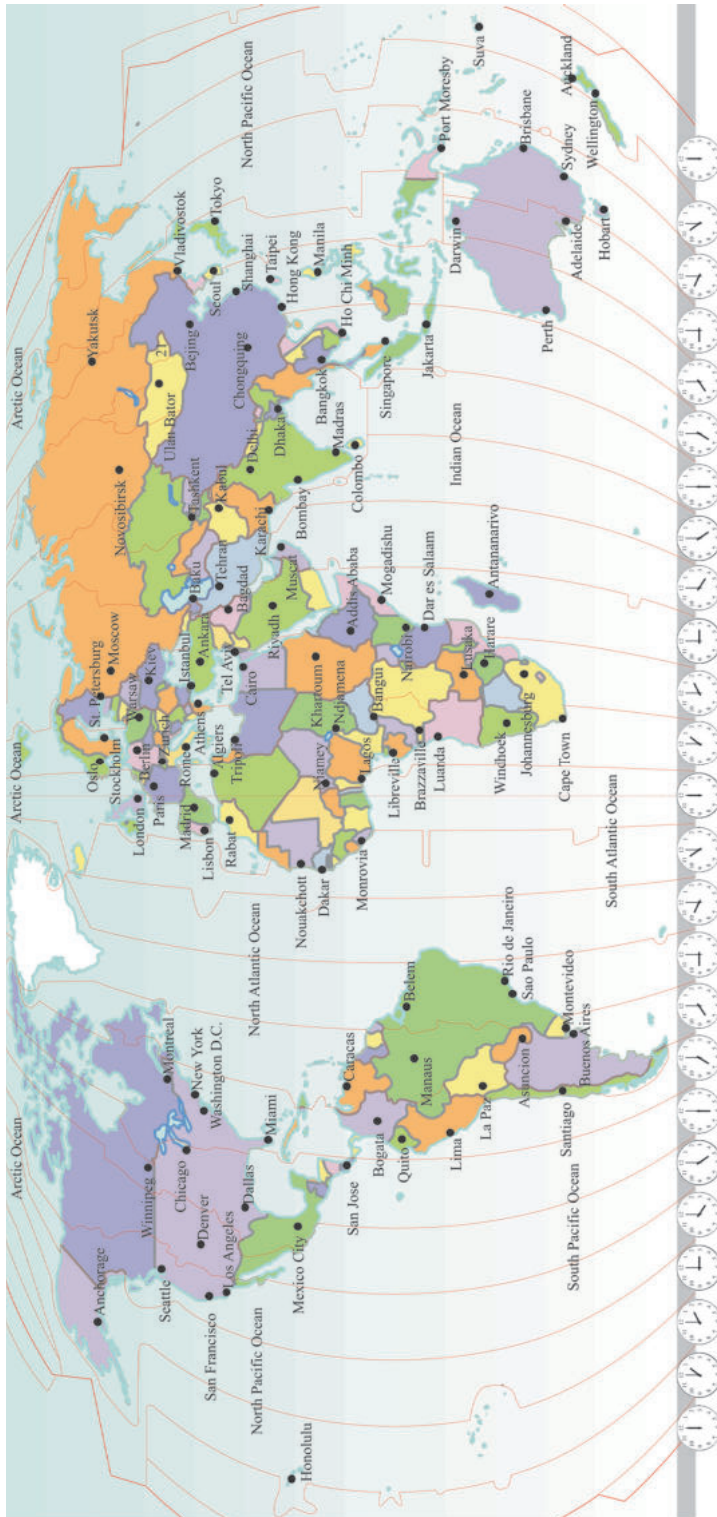
Москва

- а. Дэлхийн цагийн бүсийн зураг ашиглан дээрх хотууд цагийн хэддүгээр бүсэд байгааг олж, тэмдэглэгээ ашиглан бич.
- б. Эдгээр хотын цаг Улаанбаатар хотын цагаас хэдээр зөрөөтэй вэ?

- 33** Улаанбаатар - Москвагийн чиглэлийн олон улсын галт тэрэгний хуваарийг хүснэгтээр харуулав.

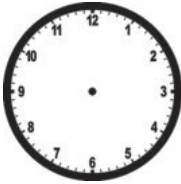
Өртөөний нэр	Орон нутгийн цаг	Ирэх цаг	Явах цаг
Улаанбаатар	УБ-ын цагаар		14:25
Дархан	УБ-ын цагаар	19:19	19:24
Сүхбаатар	УБ-ын цагаар	20:50	22:05
Наушки	Москвагийн цагаар	18:14	22:01
Эрхүү	Москвагийн цагаар	09:25	09:44
Новосибирск	Москвагийн цагаар	15:58	16:17
Омск	Москвагийн цагаар	23:28	23:44
Екатеринбург	Москвагийн цагаар	11:32	11:55
Москва	Москвагийн цагаар	14:00	

- а. Галт тэрэг Улаанбаатар хотоос Москвагийн цагаар хэдэн цагт хөдлөх вэ?
- б. Сүхбаатар өртөөнөөс Наушки өртөө хүртэл явахад хэдэн цаг зарцуулсан бэ?
- в. Галт тэрэг Москва хотод Улаанбаатарын цагаар хэдэн цагт ирсэн бэ?



34 Улаанбаатарт орон нутгийн цагаар 10:30 болж байна. Дараах хотуудад хэдэн цаг болж байгааг зурж, бичээрэй.

а.



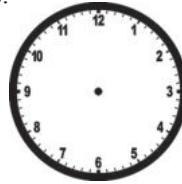
Лос-Анжелос

б.



Парис

в.



Лондон

г.



Сөүл

35 Билгүүн Лондонгоос Нью-Йорк руу өглөөний 08:30-д хөөрч, 6 цаг нисчээ. Тэр Лондонд байгаа ээждээ сайн явж ирсэн гэдгээ хэлэхийг хүсэв. Онгоц газардахад Лондон болон Нью-Йорк хотуудад хэдэн цаг болж байх вэ?

36 Дэлхийн цагийн бүсийн зураг ашиглан асуултад хариул.

- Монгол улс цагийн хэддүгээр бүсэд оршдог вэ?
- Улаанбаатарт 15:00 цаг болж байхад Лондонд хэдэн цаг болж байх вэ?
- Лондонд 23:00 цаг болж байхад Улаанбаатарт хэдэн цаг болж байх вэ?
- Улаанбаатарт шөнийн 12:00 болж байхад Ховдод орон нутгийн цагаар хэдэн цаг болж байх вэ?
- Хамгийн олон улс орон багтсан цагийн бүс нь хэддүгээр бүс вэ?
- Хамгийн цөөхөн улс орон багтсан цагийн бүс нь хэддүгээр бүс вэ?
- Улаанбаатар хотоос баруун, зүүн тийш 5 дахь бүсэд орших улс орнуудыг нэрлэж, бич.



Дэлхийн хотуудаар аялах

ОУ-ын нислэгийн хуваарийг Лондонгийн цагаар хүснэгтэд өгчээ.

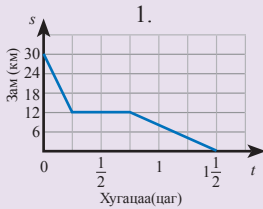
Нислэгийн чиглэл	Нисэх цаг	Буух цаг	Үргэлжлэх хугацаа
Парис - Сөүл	20:30	07:10	10 цаг 40 мин
Сөүл - Токио	07:30	09:40	2 цаг 10 мин
Токио - Вашингтон	10:10	23:50	13 цаг 40 мин
Вашингтон – Парис	00:20	07:50	7 цаг 30 мин

Цагийн бүс:  
 Парис (+2)  
 Сөүл (+9)  
 Токио (+9)  
 Вашингтон (-4)

- Нэгэн бизнес эрхлэгч эдгээр хотыг дамжин нисэх төлөвлөгөөтэй байсан бөгөөд тухайн хотод газардахад өглөө болж байхаар зохицуулахын тулд аль хотоос нислэгээ эхлэх вэ?
- Тэрээр нийт хэд хоногийн нислэг хийх вэ?

## Хурд хугацааны график

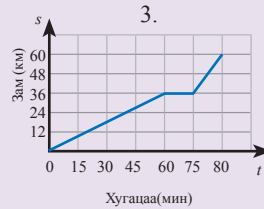
Зам-хугацааны графикт тохирох бодлогын өгүүлбэрийг зурагт харгалзуул.



А. Хүүхэд дугуйгаар 10 м яваад түр зогсжээ. Тэндээсээ буцаж яваад гэрээсээ 2 м зайд зогсжээ.



Б. Мотоциклоор 36 км зайд тогтмол хурдтай яваад 15 минут амарчээ. Цааш жолооны дүрэм зөрчин 112 км/ц хурдтайгаар 24 км давхижээ.

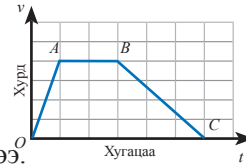


В. Мотоциклтой хүн уул өгсөн 15 мин яваад орой дээр нь гарч хагас цаг амраад, буцаж 12 км явжээ.

**Жишээ 1.** Хурд-хугацааны графикийг тайлбарла.

**Бодолт:** Зурагт:

- а. Жигд хурдсах (OA)
- б. Тогтмол хурдтай (AB)
- в. Жигд удаашрах (BC) хөдөлгөөнийг графикаар дүрсэлжээ.



Налалт нь хурдны өөрчлөлтийг (хурдатгал) харуулна. Графикаар хашигдсан хэсгийн талбай нь явсан замыг харуулна.

**Жишээ 2.** Хурд-хугацааны графикт 10 секундийн хугацаан дахь хурдны өөрчлөлтийг харуулжээ. Графикийг тайлбарла.

**Бодолт:** Эхний 4 секундэд хурд 0 м/с-ээс 8 м/с хүртэл нэмэгдсэн байна.

Энэ хугацаан дахь хурдны өөрчлөлт  $= \frac{8-0}{4} = 2 \text{ м/с}^2$

Дараагийн 4 - 8 секундэд хурд нь тогтмол 8 м/с байжээ. Сүүлийн 2 секундэд хурд буурч 8 м/с-ээс 0 м/с-д хүрсэн.

Энэ хугацаан дахь хурдны өөрчлөлт  $= \frac{0-8}{2} = -4 \text{ м/с}^2$

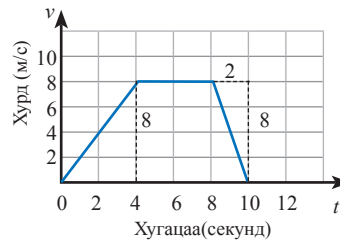


График болон  $Ox$  тэнхлэгийн хооронд үүсэх дүрсийн талбай нь явсан замыг илэрхийлнэ. Замыг олохыг тулд графикаар хашигдсан трапецын талбайг олно.

$$S = \frac{(4+10) \times 8}{2} = 56 \text{ м зам явсан.}$$

Эндээс харахад эхлээд  $2 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд хурдсан яваад, дараа нь  $8 \text{ м/с}$  тогтмол хурдтай, дараа нь  $-4 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд удааширсан хөдөлгөөнөөр явсан байна.

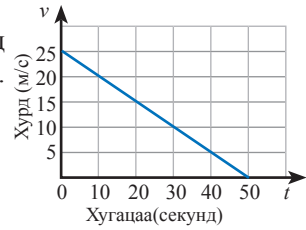
### Хурдатгал

Нэгж хугацаан дахь хурдны өөрчлөлтийг **хурдатгал** гэнэ.

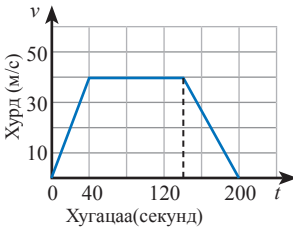
Сөрөг хурдатгал нь хурдны бууралтыг, эерэг хурдатгал нь хурдны өсөлтийг заадаг.



- 37 Хурд-хугацааны графикаар галт тэрэг буудалд дөхөж ирэх үеийн хурдны өөрчлөлтийг харуулжээ.  
 а. Галт тэрэгний хурдатгалыг ол.  
 б. Явсан замыг ол.



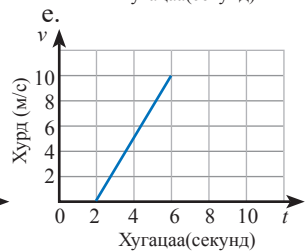
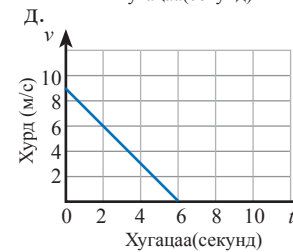
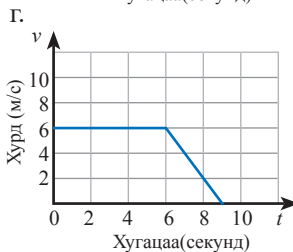
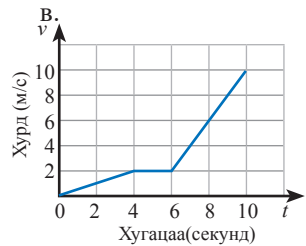
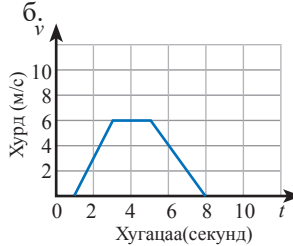
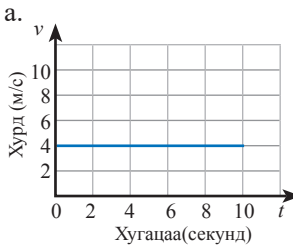
- 38 Графикаар машины хөдөлгөөнийг харуулжээ.



- а. 0 - 40 секундйн хугацаан дахь хурдатгалыг ол.  
 б. Хугацааны ямар завсарт хурд буурсан бэ? Энэ үеийн хурдатгалыг ол.  
 в. Нийт замын уртыг ол.  
 г. Дундаж хурд нь ямар байх вэ?

- 39 10 м/с хурдтай машины хурд 8 секундйн турш 2 м/с-ээр нэмэгдсэн бол:  
 а. Хурд-хугацааны график зур.  
 б. 8 секундэд машины хурдатгал ямар байсан бэ?  
 в. 8 секундэд машин хэр хол зам явсныг ол.

- 40 Хурд-хугацааны графикийг тайлбарла. Хурд, хурдатгал, явсан замыг ол.



- 41 Хурд - хугацааны графикийг тоймлон зур.  
 а. 2 м/с тогтмол хурдтай хөдөлгөөн  
 б.  $-0.5 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд удаашрах хөдөлгөөн  
 в.  $3 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд хурдсах хөдөлгөөн  
 г.  $-4 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд удаашрах хөдөлгөөн  
 е.  $2 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтайгаар 3 секунд жигд хурдсан хөдлөөд дараа нь тогтмол хурдтай явсан.



## Валют шилжүүлэх



График ашиглан асуултад хариулаарай.

- а. 93000 төгрөгөөр хэдэн юань авах вэ?  
 б. 200 юань, 400 юань хэдэн төгрөг болох вэ?  
 в. 3000 юань авахын тулд хэдэн төгрөгтэй байх шаардлагатай вэ?

- 42 Дээрх хөрвүүлэлтийн графикийг ашиглан төгрөгийг юаньд шилжүүл.  
 а. 45000 төгрөг      б. 15000 төгрөг      в. 60000 төгрөг  
 г. 75000 төгрөг      д. 120000 төгрөг      е. 100000 төгрөг
- 43 Дээрх хөрвүүлэлтийн графикийг ашиглан юанийг төгрөгт шилжүүл.  
 а. 100 юань      б. 150 юань      в. 400 юань  
 г. 250 юань      д. 300 юань      е. 500 юань
- 44 Нэг евро 77 Энэтхэг рупигээр арилжаалагддаг бол хөрвүүлэлтийн график байгуул. Графикаа ашиглан еврог рупид шилжүүл.  
 а. 20 евро      б. 45 евро      в. 35 евро  
 г. 600 евро      д. 520 евро      е. 60 евро
- 45 Өмнөх дасгалын хөрвүүлэлтийн график ашиглан рупиг еврод шилжүүл.  
 а. 150 рупи      б. 450 рупи      в. 340 рупи  
 г. 600 рупи      д. 5200 рупи      е. 1200 рупи
- 46 Хүснэгтэд нэг евротой харьцах ялгаатай мөнгөн тэмдэгтүүд өгөгдөв. Хөрвүүлэлтийн график байгуулж, дасгал 47-53-ыг бод.

Мөнгөн тэмдэгтийн нэр	Тэмдэглэгээ	Нэг евротой харьцах тухайн өдрийн ханш
Зимбабве доллар	ZWD	403.3
ӨАБНУ-ын рэнд	SAR	4.2
Турк лир	TRY	6.4
Япон иен	JPY	120.5
Мексик песо	MXN	21.4
Америк доллар	USD	1.11

- 47 15, 45, 34, 600, 50, 120 евро авахад хэчнээн Зимбабве доллар хэрэгтэй вэ?
- 48 105,55, 30, 100, 80, 75 Америк доллар авахад хэдэн евро хэрэгтэй вэ?

## Хэмжигдэхүүн

- 49 Англид зочилж байгаа жуулчин дараах хэмжээний Өмнөд Африкийн рэнд авахын тулд хэчнээн евро төлөх вэ?
- а. 150 рэнд                      б. 4500 рэнд                      в. 340 рэнд  
г. 600 рэнд                      д. 500 рэнд                      е. 1200 рэнд
- 50 Туркийн нийслэл Станбулд ирсэн зочин тус бүр нь 150 сая, 375 сая, 650 сая, 900 сая Турк лирээр 4 хивс худалдан авчээ. Хөрвүүлэлтийн графикийг байгуулж, хивснүүдийн үнийг еврод шилжүүл.
- 51 Америк доллар ба иений хөрвүүлэлтийн графикийг зураад, асуултад хариул.
- а. 400, 600, 5000 доллар хэчнээн иен болох вэ?  
б. 4000, 9600, хоёр сая иен хэчнээн доллар болох вэ?
- 52 Мексикийн песог Зимбабве долларт шилжүүлэх хөрвүүлэлтийн график байгуул. Графикаа ашиглан 50, 100, 500, 1200 песо авахын тулд хэчнээн хэмжээний доллар төлөх шаардлагатайг ол.
- 53 Турк лирийг Зимбабве долларт шилжүүлэх хөрвүүлэлтийн график байгуулаарай. Графикаа ашиглан 150, 600, 2500, 1200 доллар нь хэчнээн лир болохыг тооцоолж, ол.
- 54 Хүснэгтэд нэг еврогийн бусад валюттай харьцах ханшийг өгчээ. Хөрвүүлэлтийн график байгуулж, дараах асуултад хариул.

Шинэ Зеланд	1.95 доллар
Бразил	2.5 реал
Энэтхэг	50 Энэтхэг рупи

- а. 250, 340, 450 Шинэ Зеландын долларыг еврод шилжүүл.
- б. 15, 45, 34, 600, 50, 120 евро авахад хэчнээн Шинэ Зеландын доллар хэрэгтэй вэ?
- в. 15, 40, 300, 600, 1200 Бразилийн реал авахын тулд хэчнээн Энэтхэг рупи хэрэгтэй вэ?

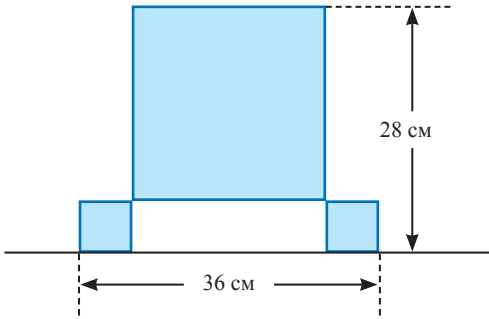


### Валют солих

Билгүүн хилийн чанадад аялж явахдаа валют солиулах хэрэгтэй болжээ. Тэрээр 700 фунтыг орон нутгийн валют солих цэгт солиулахад  $£1.00 = €1.18$  ханштай байв.

- а. Тэр хэдэн Евротой болох вэ?
- б. Тэрээр буцахдаа онгоцны буудалд нислэгээ хүлээх зуур валют солих цэг дээр ирэхэд  $£1.00 = €1.13$  байв. Тэр хэдэн евро хэмнэх боломжтой байсан бэ?

### Дүрсийн талбай



Нэхмэлчид нэг том, хоёр тэнцүү жижиг квадратыг зурагт дүрсэлснээр эвлүүлж урт нь 36 см, өргөн нь 28 см байх хээ үүсгэн хивс нэхэх болжээ.

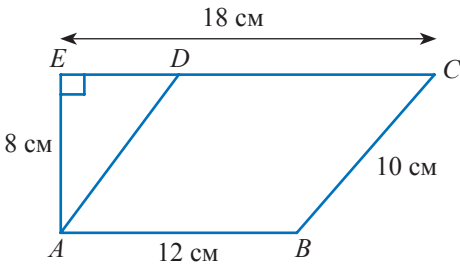
- Том квадратын талыг ол.
- Жижиг квадратын талыг ол.
- Үүссэн дүрсийн периметрийг ол.
- Үүссэн дүрсийн талбайг ол.

- Хамгийн багадаа ямар хэмжээтэй тэгш хэмтэй хээтэй хивс нэхэх боломжтой вэ?
- 120 см × 180 см хэмжээтэй хивс нэхэж болох уу? Хариултаа тайлбарлаарай.

$$P = 2 \times (\text{урт} + \text{өргөн})$$

$$S = \text{урт} \times \text{өргөн}$$

**Жишээ 3.**  $ABCD$  параллелограмм ба  $ABCE$  трапец өгчээ.



- $ABCD$  параллелограммын периметр болон  $ABCE$  трапедын периметрийн зөрөөг олоорой.
- $ABCD$  параллелограммын талбай нь  $ABCE$  трапедын талбайн хэдэн хувь болох вэ?

**Бодолт:**

$$\text{а. } P_{ABCD} = 12 + 10 + 12 + 10 = 44 \text{ см}$$

$$P_{ABCE} = 18 + 10 + 12 + 8 = 48 \text{ см}$$

$$P_{ABCE} - P_{ABCD} = 48 - 44 = 4 \text{ см}$$

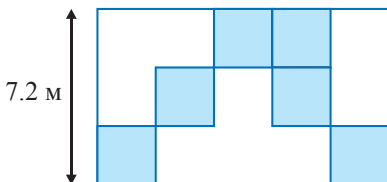
$$\text{б. } S_{ABCD} = 12 \times 8 = 96 \text{ см}^2$$

$$S_{ABCE} = \frac{12+18}{2} \times 8 = 15 \times 8 = 120 \text{ см}^2$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABCE}} = \frac{96}{120} = \frac{8}{10} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Параллелограммын талбай = суурийн урт × өндөр

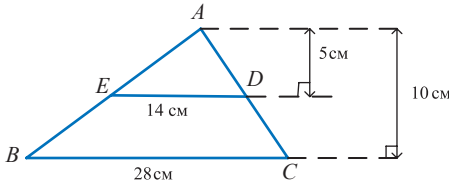
- 7.2 м-ийн өргөнтэй тэгш өнцөгт хэлбэртэй газарт ногоо тарьжээ. Зурагт дүрсэлсэн квадрат хэлбэртэй хэсгүүдэд лууван, үлдсэн хэсэгт байцай тарьсан бол:



- Лууван ба байцай тарьсан талбайн харьцааг ол.
- Ногоо тарьсан газрын уртыг ол.
- Байцай тарьсан талбайн хэмжээг ол.
- Байцай тарьсан талбайн хэмжээ нийт талбайн хэдэн хувь болох вэ?

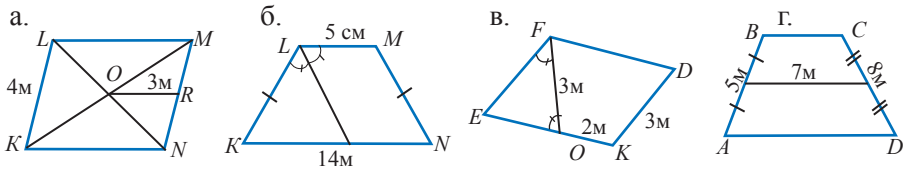
- 56 Сурагчид урт нь 8 м, өргөн нь 7 м байх талбайд зүлэг тарьжээ.
- Тарьсан зүлгээ тойруулан хашлага хийхээр болсон тул хашлаганы хүрээний уртыг ол.
  - Тэд зүлэг тарих талбайгаа бордох зорилгоор 2 кг бордоо авчирсан. Гэтэл бордооны уутан дээр “Нэг метр квадрат талбайг 35 грамм бордоогоор бордоно” гэсэн заавар байв. Авчирсан бордоо нь талбай бордоход хүрэлцэх үү? Хариултаа тайлбарла.

57



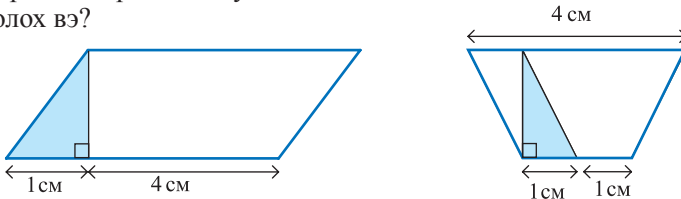
$BCDE$  трапецын талбай нь  $ABC$  гурвалжны талбайн хэдэн хувь болохыг ол.

- 58 Дөрвөн өнцөгтийн периметрийг ол.



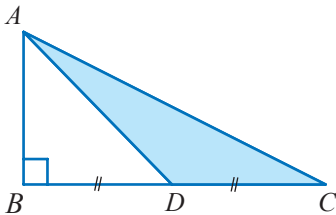
- 59  $ABCD$  трапецийн бага суурь  $DC = 4$  см.  $D$  оройгоос татсан хажуу талтай параллел шулуун  $AB$  их суурийг  $E$  цэгт огтолно.  $ADE$  гурвалжны периметр 15 см бол трапецын периметрийг ол.

- 60 а. Параллелограммын будсан хэсгийн талбай нь нийт талбайн хэчнээн хэсэг болох вэ?



- б. Трапецын будсан хэсгийн талбай нь нийт талбайн хэдэн хувь болох вэ?

- 61\*  $ABC$  тэгш өнцөгт гурвалжны  $BC$  катетын дундаж нь  $D$  бол будсан хэсгийн талбайн талаар юу хэлж болох вэ?



а.  $S_{ADC} < \frac{1}{2} S_{ABC}$

б.  $S_{ADC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$

в.  $S_{ADC} > \frac{1}{2} S_{ABC}$

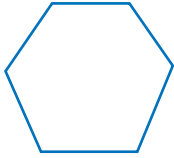
Эдгээр хариултын аль нь зөв бэ?  
Хариултаа тайлбарла.

- г. Будсан дүрсийн талбайг  $ABC$  гурвалжны талбайд харьцуулсан харьцааг ол.

? Гурвалжны медиан гурвалжны талбайг ямар харьцаатай хэсгүүдэд хуваах вэ?

62  $ABCD$  тэгш өнцөгтийн  $AB$  талын дундаж нь  $E$  цэг,  $BC$  талын дундаж нь  $F$  цэг,  $CD$  талын дундаж нь  $G$  цэг бол  $EFG$  гурвалжны хэлбэрийг тогтоо.  $EFG$  гурвалжны талбай нь  $ABCD$  тэгш өнцөгтийн талбайн хэдэн хувь болох вэ? Хариултаа тайлбарла.

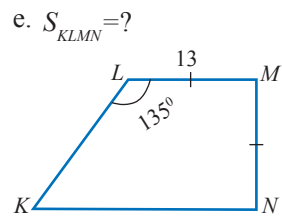
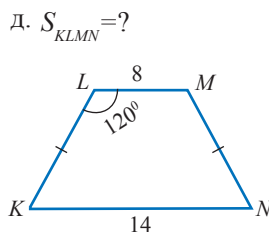
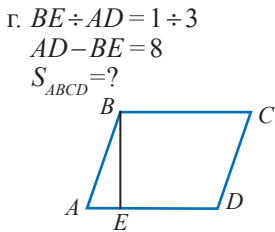
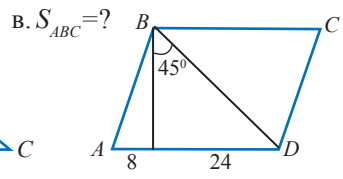
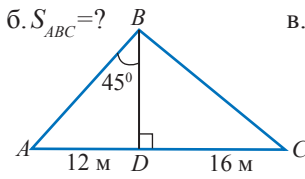
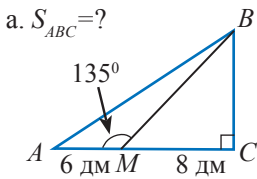
63 Зөв зургаан өнцөгтийн тал 1-тэй тэнцүү бол периметр, талбайг:



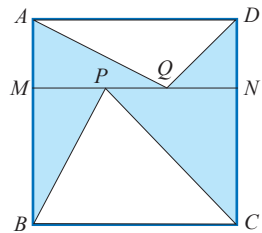
- Хоёр трапецад хуваах
- Зургаан зөв гурвалжинд хуваах
- Нэг оройгоос гурван диагональ татах
- Нэг тэгш өнцөгт хоёр адил хажуут гурвалжинд хуваах замаар олж болох уу?

Эдгээрийн аль нь хялбар байна вэ? Ярилцаад, дүгнэлт гарга.

64 Өгсөн хэмжээнүүдээр талбайг ол.



65\*  $ABCD$  квадрат өгөгдөв.  $MN$  хэрчим  $AD$  талтай параллел ба  $MN$  хэрчим дээр  $P, Q$  цэг тэмдэглэжээ. Цагаан болон цэнхэр өнгөтэй хэсгүүдийн талбайн харьцааг ол.



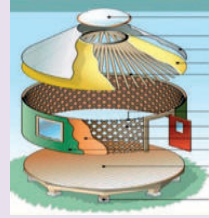
Гэрийн бүслүүр, өрх

- Таван ханатай монгол гэрийн нэг бүслүүрийн урт 19.5 м, өрхний хэмжээ  $2 \text{ м} \times 2 \text{ м}$ , өрхний оосор 2 м байдаг бол тэдгээрийг хийхэд ямар хэмжээний материал орохыг тооцоолж, ол.
- 8 ханатай гэрийн хувьд бүслүүр, өрхний оосор хийх материалыг тооцоолж ол. Шаардлагатай хэмжээнүүдийг өөрсдөө олоорой.



**Тойргийн урт, дугуйн талбай**

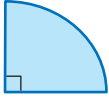
- Бат шинэ таван ханатай гэр худалдан авч, гэрийнхээ шалыг будах болжээ. Тэр шал будахын тулд хамгийн түрүүнд юу хийх шаардлагатай вэ? Гэрийн шалны тойргийн урт ойролцоогоор 19 м. Дараах төлөвлөгөөний дагуу тооцоолол хийгээрэй.
- а. Шалны радиусыг олох
- б. Шалны талбайг олох
- в.  $1 \text{ м}^2$ -ыг будахад ямар хэмжээний будаг орохыг мэдэх
- г. Нийт талбай буюу шал будахад хэчнээн кг будаг орохыг олох
- д. Будгийн үнийг мэдэх
- е. Нийт хэдэн төгрөг шаардлагатай болохыг олох



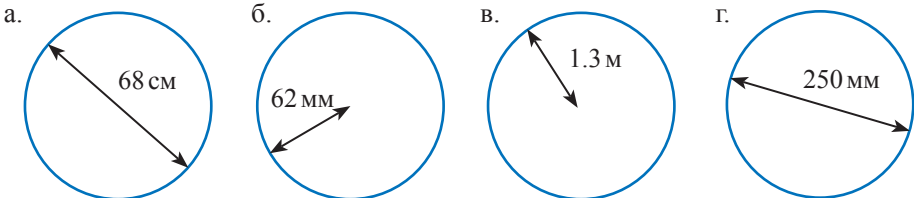
Тойргийн урт  
 $= \pi \times \text{диаметр}$   
 $C = \pi \times D$

- 66** Дугуй цагны диаметр 40 см.
- а. Цагны нүүрний хүрээний уртыг ол.
  - б. Цагны нүүрний талбайг ол.

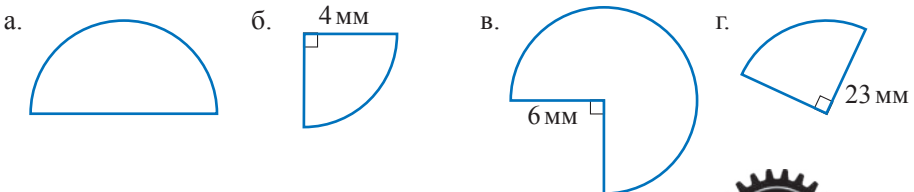
Дугуйн  
 талбай  $= \pi r^2$

- 67**  Дугуйн дөрөвний нэг хэсгийн периметр 40 см бол
- а. Радиусыг 0.1 нарийвчлалтай тооцоолж ол.
  - б. Уг дүрсийн талбайг ол.

- 68** Дугуйн талбайг олж, хариугаа бүхлээр тоймло.



- 69** Дүрсийн талбайг олж, хариугаа тохирох нарийвчлалтай тоймло.



- 70** Том арааны радиус 6 см, жижиг арааны радиус 2 см бол том араа 50 удаа эргэхэд жижиг араа хэдэн удаа эргэх вэ?



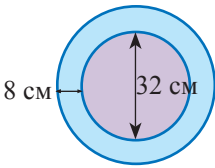
- 71 Хүснэгтэд алтан зоосны зарим хэмжээсийг өгчээ. Өгсөн хэмжээсийг ашиглан хүснэгтийг гүйцээж нөх.



Зоос	диаметр	радиус	тойргийн урт	талбай
1 цент	19 мм			
5 цент		10.6 мм		
10 цент			56.2 мм	
25 цент	24.3 мм			

- 72 Машины дугуй 0.6 метрийн диаметртэй. Машин 1 км явахад дугуй хэдэн удаа эргэх вэ?

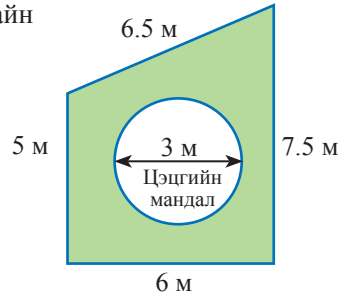
73



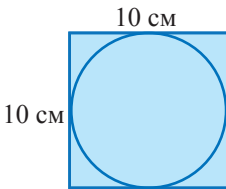
Дугуй хүрээтэй толины диаметр 32 см, хүрээний өргөн нь 8 см бол толины талбай нь хүрээ болон толины талбайн нийлбэрийн хэдэн хувь болохыг тооцоолж ол.

- 74 Цэцгийн мандлын талбай нь цэцэрлэгийн талбайн хэдэн хувь болохыг ол.

- Цэцгийн мандлын хүрээний уртыг ол.
- Цэцэг тариалсан талбайн хэмжээг ол.
- Цэцгийн мандлын талбай цэцэрлэгийн талбайн хэдэн хувь болохыг ол.



- 75 10 см талтай квадрат болон 10 см диаметртэй дугуй өгөгджээ.



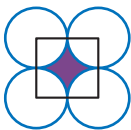
- Тойргийн урт нь квадратын периметрийн хэдэн хувь болох вэ?
- Дугуйн талбай нь квадратын талбайн хэдэн хувь болох вэ?

76



Нэг төвтэй дөрвөн дугуйгаас бүрдсэн бай өгөгдөв. Дотоод дугуйн радиус нь 3 см. Бусад дугуйн радиус доторх дугуйн радиусаас 1 см-ээр илүү бол цагариг тус бүрийн талбайг ол. Хариугаа 0.01 нарийвчлалтай тоймлож ол.

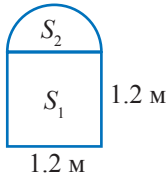
77\*



4 см радиустай дөрвөн тойргоор хашигдсан дүрсийн талбайг ол.

Нийлмэл дүрсийн талбай

**Жишээ 4.** Орон сууцны хорооллын байшингуудын цонхны хүрээний урт ба талбайн хэмжээг ол.



**Бодолт:** Энэ цонх нь квадрат ба хагас дугуйгаас бүрдсэн. Хагас тойрог учраас тойргийн уртыг олоод хоёрт хуваана.

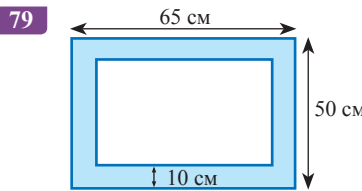
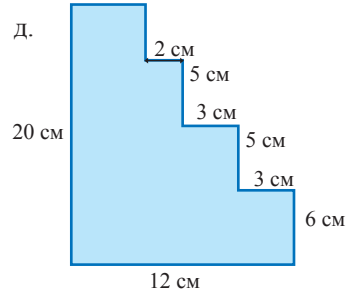
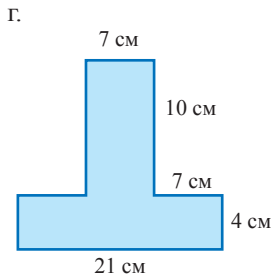
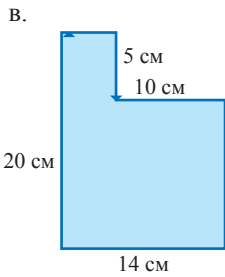
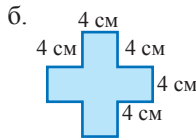
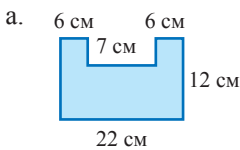
$$\frac{C}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r = \pi \times 0.6 = 1.8849\dots$$

$$P = 1.8849\dots + 3 \times 1.2 = 5.48 \text{ (0.01 нарийвчлалтай)}$$

$$S_1 = 1.2 \times 1.2 = 1.44 \text{ м}^2 \quad S_2 = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \times \pi \times 0.6^2$$

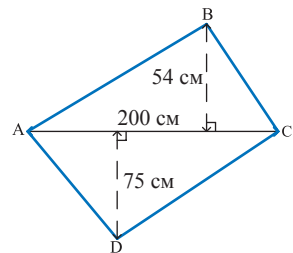
$$\text{Нийт талбай } S = S_1 + S_2 = 0.5654\dots + 1.44 = 2.01 \text{ м}^2$$

**78** Дүрсийн талбай болон периметрийг ол.

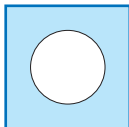


65 см × 50 см хэмжээтэй зургийн жааз өгчээ.  
 а. Жаазны гадна болон дотоод хүрээний уртыг ол.  
 б. Жаазны хүрээний талбайг ол.

**80** Бат  $ABCD$  хэлбэрийн газар худалдан авч хүнсний ногоо тариалжээ. Ямар хэмжээтэй газар худалдан авсан бэ?

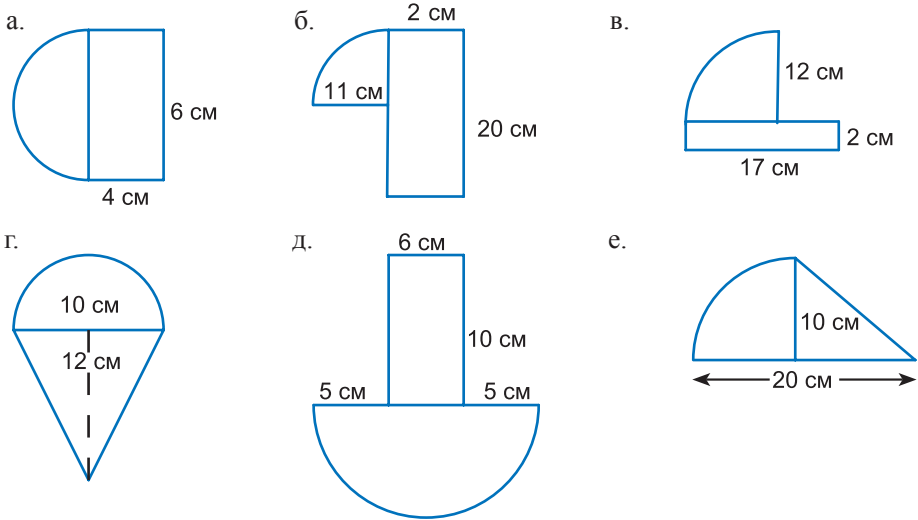


**81** 10 см талтай квадрат хэлбэртэй төмрийн төвд 6 см диаметртэй дугуй нүх гаргажээ. Будсан дүрсийн талбайг ол.

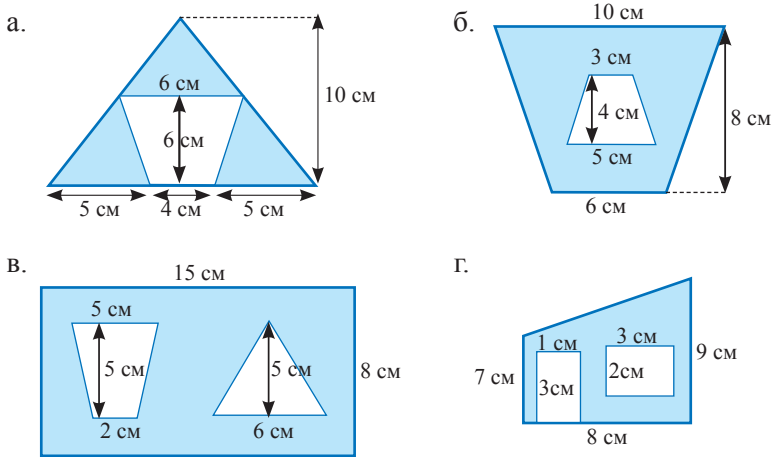




82 Дүрсийн талбай болон периметрийг ол.



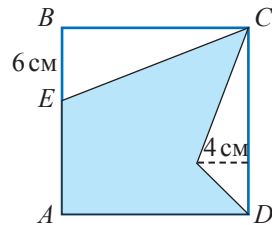
83 Өгсөн нөхцөлөөр будаагүй дүрсийн талбайг тооцоолж ол. Будаагүй дүрсийн талбай нь будсан хэсгийн талбайн хэдэн хувь болохыг ол.



Талбайн харьцаа

$ABCD$  квадратын тал  $x$  см,  $BE=6$  см, харин будсан дүрс нь квадратын 60%-ийг эзлэх бол:

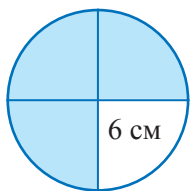
- а.  $x$  - ийг ол.
- б. Будсан дүрсийн талбайг ол.
- в. Будаагүй хэсгийн талбайг квадратын талбайд харьцуулсан харьцааг ол.



**Секторын талбай, нумын урт**

- 10 см радиустай дугуй эвэнг 6 найз тэнцүү хувааж, иджээ.
- Нэг хүнд ногдох хэсгийн талбайг хэрхэн олох вэ? Ярилцаарай.

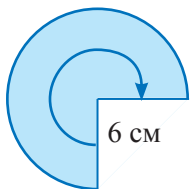
**Жишээ 5.** 270°-ын нумаар хашигдах секторын талбайг хэрхэн олох вэ?



**Бодолт:** Төлөвлөгөөний дагуу бодъё.

- а. 6 см радиустай дугуйг 4 тэнцүү хэсэгт хуваана.
- б. Дугуйн талбайг олно.  $S = 3.14 \times 6^2 = 113.04 \text{ см}^2$
- в. Олсон талбайгаа  $\frac{3}{4}$ -аар үржүүлнэ.  
 $S = \frac{3}{4} \times 113.04 = 84.78 \text{ см}^2$

**Жишээ 6.** 6 см-ийн радиустай 270° -ын нумаар хашигдах дүрсийн периметрийг хэрхэн олох вэ?



**Бодолт:**

- а. Тойргийн уртыг олно.  $C = 2\pi R = 2 \times 3.14 \times 6 = 37.68 \text{ см}$
- б. Тойргийн уртыг  $\frac{3}{4}$ -аар үржүүлээд радиусыг хоёр дахин авч нэмнэ.  
 $P = 37.68 \times \frac{3}{4} + 2 \times 6 = 40.26 \text{ см}$

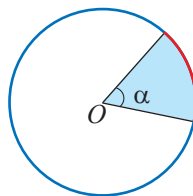
270°-ын нумаар хашигдсан дүрсийн талбай, периметрийг олох нь хялбар байна 270° нь 360° -ын ямар хэсэг болох вэ?

**?** Аливаа  $\alpha$  өнцгийн хувьд секторын талбайг хэрхэн тооцоолох вэ?

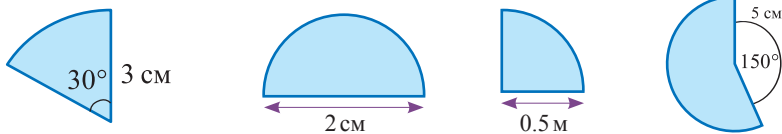
**Секторын талбай, нумын урт**

Секторын талбай =  $\frac{\alpha}{360^\circ} \times \pi r^2$

Нумын урт =  $\frac{\alpha \times \text{Тойргийн урт}}{360^\circ}$

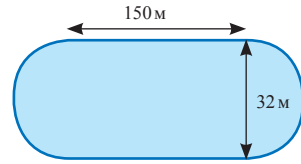


**84** Секторын талбай, нумын уртыг ол.



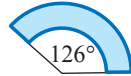
**85** Найман найз 16 см-ийн диаметртэй пицца худалдан авч тэнцүү хуваан иджээ. Нэг хүнд ногдох пиццаны талбайг ол.

- 86 Биеийн тамирын талбайн периметр болон талбайг тооцоолж ол.



- 87  Нэг метр 80 см өндөртэй арк хийхдээ нумын радиусыг 40 см байхаар тооцоолжээ. Аркны периметр болон талбайг ол.

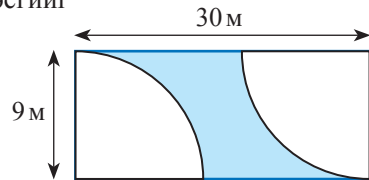
- 88 Дотоод секторын радиус 5 см, гадаад секторын радиус дотоод секторын радиусаас 3 см-ээр их бол будсан дүрсийн периметр болон талбайг ол.



- 89  $60^\circ$  - ын өнцөгт харгалзах нумын урт 5 см бол:  
 а. Секторын хүрээний нийт уртыг ол. Хариугаа 2 тэмдэгтээр тоймло.  
 б. Секторын талбайг ол.

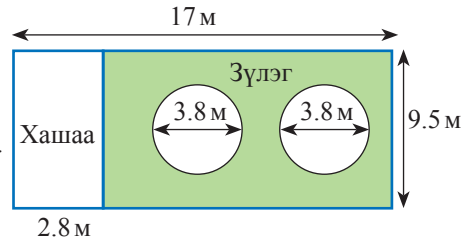
- 90 Зургийн үзэсгэлэнгийн танхимын шалны хэсгийг буджээ. Үүнийг зургаар харуулсан бол:

- а. Шалны нийт талбайг ол.  
 б. Будсан хэсгийн талбайг олж, хариугаа бүхлээр тоймло.  
 в. Будсан ба будаагүй хэсгийн талбайн харьцааг ол



- 91 Нэг айлын цэцэрлэг тэгш өнцөгт хэлбэртэй бөгөөд дотор нь нэг жижиг хашаа, хоёр дугуй саравч барьжээ.

- а. Жижиг хашааны өргөн 2.8 м бол хашааны талбайг ол.  
 б. Нэг саравчны талбайг олж, хариугаа 0.1 нарийвчлалтай тоймло.  
 в. Зүлэгжүүлсэн хэсгийн талбайг ол.  
 г. Жижиг хашааны талбайг нийт цэцэрлэгийн талбайд харьцуулсан харьцааг олж, хариугаа тохирох нарийвчлалтай тоймло.



**Дэлхийн рекорд**

Дэлхийн хамгийн том пицца 37.4 м диаметртэй.

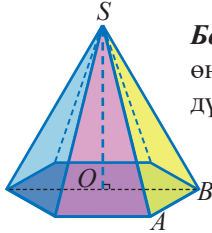
- а. Пиццаны хүрээний уртыг ол.  
 б. Пиццаны талбайг ол.  
 в. Пиццаг 128 тэнцүү хэсэгт хуваахад үүссэн дүрсийн талбай, периметрийг ол.  
 г. 16 см-ийн диаметртэй пицца нь 4-6 хүний порц байдаг бол дээрх пицца хэчнээн хүний порц болохыг тооцоолж ол.



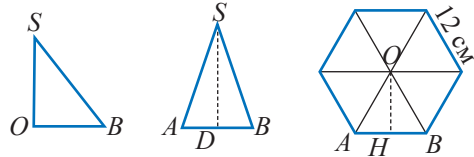
## Гадаргуугийн талбай, эзлэхүүн

### Цилиндр, призмийн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүн

**Жишээ 7.** 12 см талтай зөв зургаан өнцөгт суурьтай пирамидын өндөр нь 16 см бол гадаргуугийн талбайг ол.



**Бодолт:** Талс болон өндрийг хавтгайд дүрсэлбэл:



**I.** Хажуу гадаргуугийн талбайг олох  
 $SOB$  гурвалжнаас  $SB^2 = SO^2 + OB^2$  болох тул  
 $SB^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400 \Rightarrow SB = 20$  см (хажуу ирмэг).

$SDB$  гурвалжнаас  $SB^2 = SD^2 + DB^2$  болох тул  
 $SD^2 = 20^2 - 6^2 = 400 - 36 = 364 \Rightarrow SD = \sqrt{364}$  см (хажуу талсын өндөр).

Хажуу гадаргуугийн талбай:  $S_{x_2} = 6 \times \frac{AB \times SD}{2} = 3 \times 12 \times \sqrt{364} = 144\sqrt{91}$  см<sup>2</sup>.

**II.** Суурийн талбайг олох

$AOB$  гурвалжинд  $OH$  өндөр татвал  $AOH$  гурвалжнаас  $OA^2 = OH^2 + AH^2$  болох тул  $OH^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow OH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$  см (гурвалжны өндөр)

Суурийн талбай:  $S_c = 6 \times \frac{AB \times OH}{2} = 3 \times 12 \times 6\sqrt{3} = 216\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>.

**III.** Гадаргуугийн талбайг олох

Гадаргуугийн талбай:  $S_2 = S_c + S_{x_2} = (216\sqrt{3} + 144\sqrt{91})$  см<sup>2</sup>.

**Жишээ 8.** Гадаргуугийн талбай болон эзлэхүүн нь тэнцүү байх кубийн ирмэгийн уртыг ол.



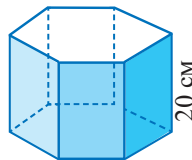
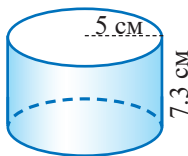
**Бодолт:** Кубийн ирмэгийн уртыг  $a$  гэж тэмдэглэе.

Гадаргуугийн талбай:  $S = 6a^2$ .

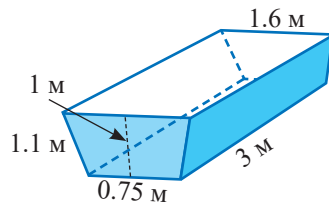
Эзлэхүүн:  $V = a^3$  болно.

Өгсөн нөхцөлөөр  $6a^2 = a^3$  байх тул  $a = 6$  болж байна.

**92** Биетүүдийн а. хажуу гадаргуугийн талбай б. бүтэн гадаргуугийн талбай в. эзлэхүүнийг тус тус ол.

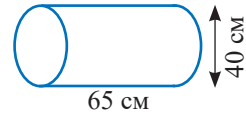


Зөв зургаан өнцөгтийн тал 12 см

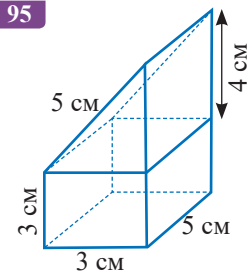


**93** Зөв гурвалжин суурьтай призмийн суурийн тал 2 см, призмийн өндөр  $11\sqrt{3}$  см бол гадаргуугийн талбай ба эзлэхүүнийг ол.

- 94 Хот тохижуулах компани элс хийх зориулалтаар цилиндр сав хийжээ.
- Сав хийхэд шаардлагатай төмрийн хэмжээг ол.
  - Савны эзлэхүүнийг олоод литрээр илэрхийл.
  - 1 литр элс ойролцоогоор 2 кг жинтэй бол нэг саванд хэдэн килограмм элс орох вэ?



$$1\text{ л} = 1\text{ дм}^3$$

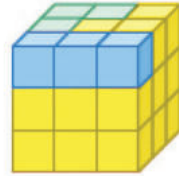


Зурагт өгсөн биетийн гадаргуугийн талбайг олох төлөвлөгөө гаргажээ. Уншаад, өгсөн алхмын дагуу гүйцэтгэ. Өөр ямар аргаар олж болох вэ? Эзлэхүүнийг олох төлөвлөгөө гаргаад хэрэгжүүлээрэй.

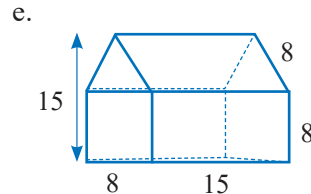
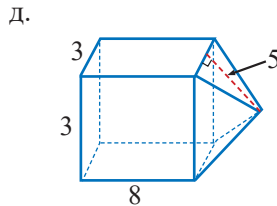
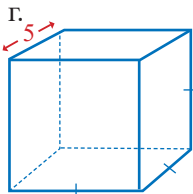
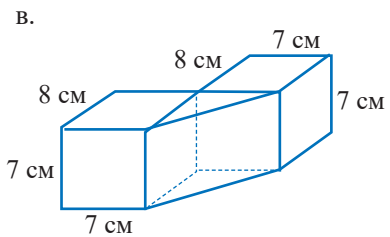
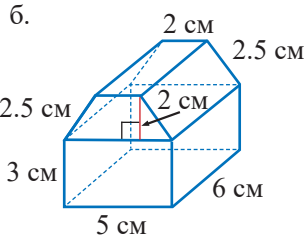
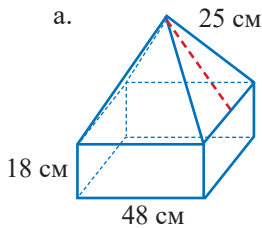
**Төлөвлөгөө**

- Гурвалжин призмийн гадаргуугийн талбайг олно
- Параллелепипедийн гадаргуугийн талбайг олно.
- Нийт талбайг олж, тэгш өнцөгтийн талбайг 2 удаа хасна.

- 96 Шар, цэнхэр, ногоон өнгөтэй 27 ширхэг кубээр  $3 \times 3 \times 3$  куб эвлүүлжээ. Том кубийн гадаргуугийн талбайг зөвхөн цэнхэр кубүүдийг авахад, зөвхөн ногоон кубүүдийг авахад үүсэх биетийн гадаргуугийн талбайд тус тус харьцуулсан харьцаа зохио. Ямар учраас ялгаатай байгааг тайлбарла.



- 97 Зурагт өгсөн биетийн гадаргуугийн талбай болон боломжтой бол эзлэхүүнийг ол.

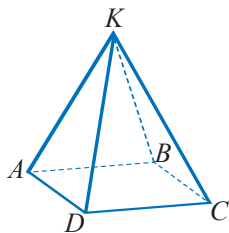


- 98 Төрсөн өдөрт зориулан хамгийн доод давхрын диаметр 38 см, өндөр нь 6 см ба дараагийн давхар бүрийн радиус 5 см-ээр, өндөр нь 1 см-ээр багассан байх 3 давхар бялуу хийв.  $1\text{ дм}^2$  бялууг 10 г шоколадаар бүрэх бол бялууг бүрэхэд хэдэн грамм шоколад хэрэгтэй вэ?



Цилиндрийн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүнийг олох томъёо гаргаарай.  
Призмийн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүнийг олох томъёо гаргаарай.

99  $KABCD$  пирамидын суурь нь 6 см талтай квадрат байв.



- Пирамидын өндөр нь 4 см бол хажуу ирмэгийн уртыг ол.
- Пирамидын гадаргуугийн талбайг тооцоолж ол.
- Пирамидын суурийн тал ба өндрийн хэмжээг 2 дахин ихэсгэхэд үүсэх пирамидын гадаргуугийн талбайг олж, дүгнэлт гаргаарай.



Гэрлийн бүрхүүл

Шилэн куб дотор тетраэдр багтаасан гоёмсог гэрлийн бүрхүүл байв. Кубийн ирмэг 3 дм бол түүнд багтсан тетраэдрин гадаргуугийн талбайг олоорой.

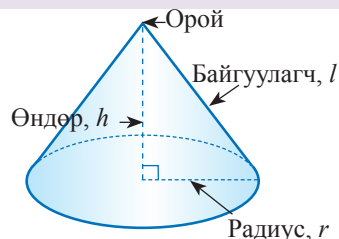


Конусын гадаргуугийн талбай

- Дадлага ажил 1. Конус бүтээх
- Хэрэглэгдэхүүн: Тус бүр 7 см, 6 см талтай квадрат хэлбэрийн цаас, гортиг, хайч, наалддаг тууз
- 7 см талтай квадрат хэлбэртэй цаасан дээрээ 6 см радиустай дугуй зураад, дугуйгаа 6 тэнцүү хэсэгт хуваана.
  - 5 хэсэгт харгалзах нумын уртыг тооцоолоод, тэмдэглэнэ.
  - Энэхүү урттай тэнцүү урттай дугуйны радиусыг тооцоолж олоод, 6 см талтай цаасан дээрээ тухайн радиустай тойрог зурна.
  - Зурагт үзүүлснээр нэг секторт харгалзах хэсгийг хайчилж авна. Үлдсэн хэсгийн талбайг олоод тэмдэглэнэ.
  - Үүссэн дүрсээ конус хэлбэртэй болгон наана.
  - Конусаа 6 см талтай квадрат цаасан дээрээ байрлуулж конусын ирмэг нь зурсан дугуйтай давхцаж байгааг шалгана.
  - Дугуйг хайчилж аваад, конусын суурь болгон гүйцээж наана.



- ?
- Конусын дэлгээс ямар, ямар дүрсээс бүтэж байна вэ?
  - Конусын байгуулагч нь дэлгээсийн секторын хувьд юу болох вэ? Нэрлэж бич.
  - Конусын гадаргуугийн талбайг хэрхэн олох вэ?



**Жишээ 9.** Хүснэгтэд өгсөн сектор бүрийн радиус 12 см бол харгалзах конусын хэмжээсүүдийг олж, хүснэгтийг нөхөөрэй.

Дүрс					
Байгуулагч					
Суурийн радиус					
Гадаргуугийн талбай					

**Бодолт:** Эхний баганыг нөхөх хэмжээсүүдийг олж.

Байгуулагч нь секторын радиус болох тул 12 см байна. Секторын өнцөг  $\frac{2\pi}{6} \times 5 = \frac{5}{3}\pi$

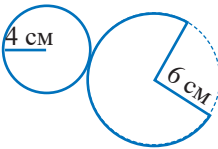
Секторын нумын урт  $\frac{2\pi \times 12}{6} \times 5 = 20\pi$  см тул суурийн радиус  $r = \frac{20\pi}{2\pi} = 10$  см.

Секторын талбай  $\frac{\pi l^2}{6} \times 5 = \frac{\pi \times 12^2}{6} \times 5 = 120\pi$  ба суурийн талбай  $\pi r^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi$

тул гадаргуугийн талбай  $S = 120\pi + 100\pi = 220\pi$  байна. Хүснэгтийг гүйцээж нөх.

**?** Конусын дэлгээсийн секторын өнцгийг ашиглан конусын байгуулагч, суурийн радиус хоёрын хамаарлыг томъёогоор илэрхийлж болох уу?

**Жишээ 10.** Суурийн радиус нь 4 см, байгуулагч нь 6 см байх конусын дэлгээсийг бүрдүүлж буй секторын өнцгийг олоорой.



**Бодолт:** Секторын нумын урт нь суурийн тойргийн урттай тэнцүү тул  $2\pi r = 2\pi \times 4 = 8\pi$  см байна.

Нөгөө талаас секторын нумын урт  $= \frac{\text{секторын өнцөг}}{2\pi} \times 2\pi l$  байх тул

(секторын өнцөг)  $\times l = 2\pi r = 8\pi$  см болно.

Эндээс секторын өнцөг  $= \frac{2\pi r}{l} = \frac{8\pi}{6} = \frac{4}{3}\pi$  болж байна.

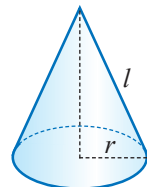
**Конусын гадаргуугийн талбай**

Конусын гадаргуугийн талбай нь хажуу гадаргуугийн талбай ба суурийн талбайн нийлбэртэй тэнцүү байна.

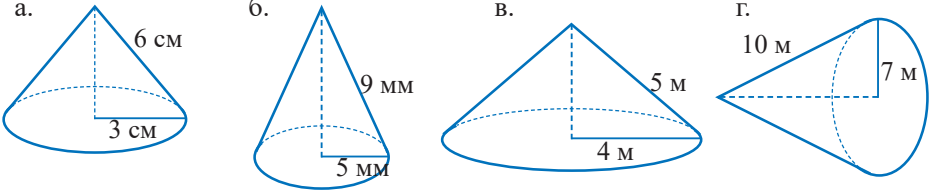
$$S_{\text{хажуу гадаргуу}} = \frac{\text{секторын өнцөг}}{2\pi} \times \pi l^2 = \frac{2\pi r}{2\pi l} \times \pi l^2 = \pi r l, S_{\text{суурь}} = \pi r^2 \text{ буюу } S = \pi r l + \pi r^2 \text{ байна.}$$

**100** Конусын суурийн талбай  $36\pi \text{ м}^2$ , байгуулагч 7 см бол:

- а. Өндрийг ол.
- б. Гадаргуугийн талбайг ол.
- в. Суурийн талбайг гадаргуугийн талбайд харьцуулсан харьцааг олж, хариугаа 0.1 нарийвчлалтай тоймло.

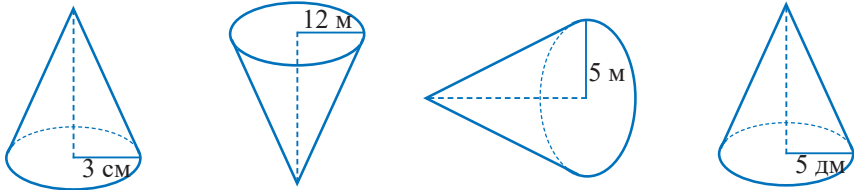


101 Конусын гадаргуугийн талбайг ол.

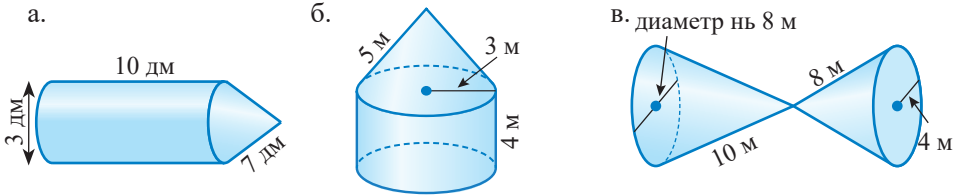


102 Конусын гадаргуугийн талбайг өгсөн бол байгуулагчийн уртыг ол.

- а.  $S = 33\pi \text{ см}^2$     б.  $S = 240\pi \text{ м}^2$     в.  $S = 60\pi \text{ м}^2$     г.  $S = 100\pi \text{ дм}^2$



103 Биетүүдийн гадаргуугийн талбайг ол.

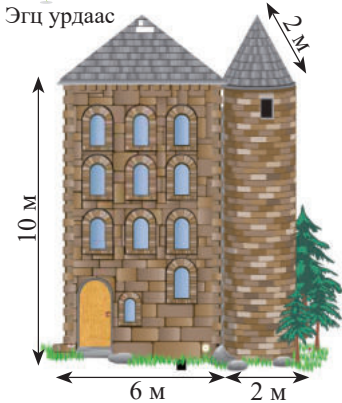


104 Конусын суурийн радиус нь 5 см, байгуулагч нь 13 см бол:

- а. Өндрийг ол  
 б. Хажуу гадаргуугийн талбайг ол.  
 в. Суурийн талбайг ол.  
 г. Бүтэн гадаргуугийн талбайг ол.

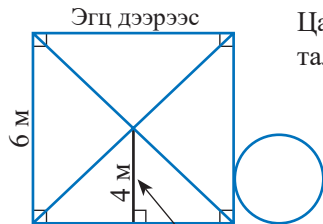


Эртний цайз



Эртний цайзын эгц урдаас болон дээрээс нь харагдах байдлыг өгчээ.

Цайзын хажуу талын проекцыг зураарай.



Цайзын гадаргуугийн талбайг олоорой.

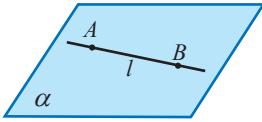
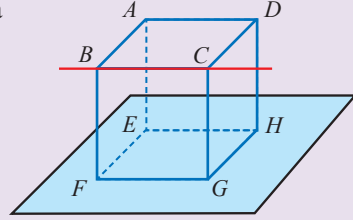
Дээврийн пирамидын хажуу талсын өндөр



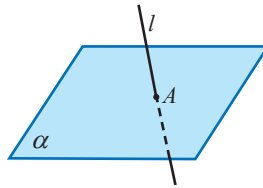
## Биетийн хавтгай огтлол

### Шулуун ба хавтгай, хоёр хавтгайн харилцан байршил

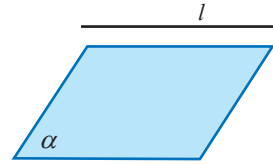
- Зурагт  $ABCDEFGH$  куб дүрслэгджээ.  $ABCD$  ба
- $EFGH$  талсын хавтгайнууд огтлолцох уу?
- $BC$  шулуун  $EFGH$  талсын хавтгайтай
- огтлолцох уу?
- $BC$  шулуун кубийн бусад 5 талсын хавтгайтай
- ямар байршилтай байна вэ?



Шулуун хавтгайд харьяалагдаж болно.

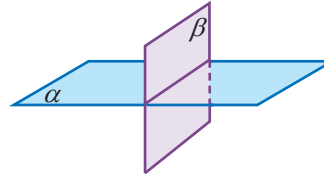
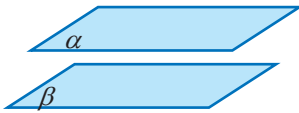


Нэг цэгээр огтлолцож болно.



Параллел байж болно.

- 105**  $a$  шулуун  $\alpha$  хавтгайг огтолжээ.  $a$ -тай параллел шулуун  $\alpha$  хавтгай дээр орших уу? Зургаар харуулж, тайлбарла.
- 106** Хавтгай ба шулуун зөвхөн хоёр цэгээр огтлолцож болох уу? Ярилцаарай.
- 107** Хоёр хавтгайн харилцан байршил ямар байж болох вэ?



- Жишээ 11.** а. Шулууны  $A, B, C$  цэгүүдийн хоёр нь хавтгай дээр орших боловч гурав дахь нь уг хавтгай дээр оршихгүй байж болох уу?
- б. Хоёр хавтгай огтлолцож байвал огтлолцол нь ямар дүрс байх вэ?

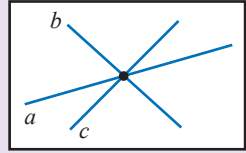
**Бодолт:** а. Хэрэв шулууны хоёр цэг хавтгай дээр оршиж байвал уг шулууны бүх цэг тэрхүү хавтгай дээр оршино.

б. Хоёр хавтгай огтлолцож байвал хоёр хавтгай давхцана эсвэл огтлолцол нь шулуун байна.

Хэрэв  $\alpha$  хавтгай  $\beta$  хавтгайтай огтлолцохгүй бол тэдгээрийг **параллел** гээд  $\alpha // \beta$  гэж тэмдэглэнэ.

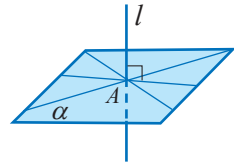
Хэрэв  $l$  шулуун  $\alpha$  хавтгайтай огтлолцохгүй бол тэдгээрийг **параллел** гээд  $\alpha // l$  гэж тэмдэглэнэ.

- Дадлага ажил 2.** Хавтгайд перпендикуляр шулуун
- Хэрэглэгдэхүүн.** Хуудас цаас, гурвалжин шугам, харандаа
- а. Хуудас цаасан дээр нэг цэгээр огтлолцсон гурван шулуун зурна.
- б. Шулуунуудын огтлолцлын цэг дээр харандааны үзүүрийг тааруулж барина.
- в. Гурвалжин шугам ашиглан харандааг  $a, b$  шулуунд хоёуланд нь перпендикуляр байхаар байрлуулна.
- г. Харандаа  $c$  шулуунд перпендикуляр эсэхийг гурвалжин шугам ашиглан шалгана.

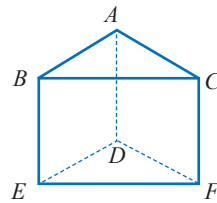


**Хавтгайд перпендикуляр шулуун**

$\alpha$  хавтгайн  $A$  цэгийг дайрсан  $l$  шулуун нь уг хавтгай дээр орших бүх шулуунд перпендикуляр байвал  $l$  шулууныг  $\alpha$  **хавтгайд перпендикуляр** гээд  $l \perp \alpha$  гэж тэмдэглэдэг.



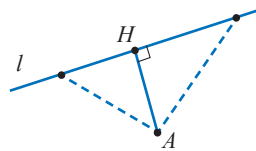
- 108** Гурвалжин призмийн хувьд  $ABC$  талсын хавтгайтай параллел, перпендикуляр шулуунуудыг нэрлэж, бич.



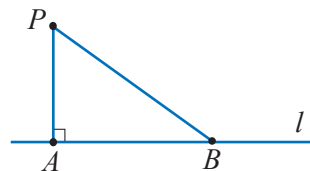
- 109** Орчин тойрноосоо хавтгайд перпендикуляр шулууны жишээ ол.

**Цэгээс шулуун хүртэлх зай**

Өгсөн  $A$  цэгээс  $l$  шулуунд буулгасан перпендикуляр хэрчмийн уртыг  $A$  **цэгээс  $l$  шулуун хүртэлх зай** гэнэ.

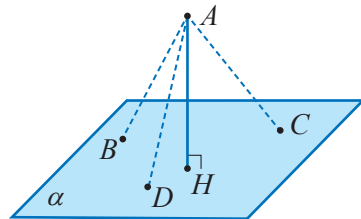


- 110**  $P$  цэгээс  $l$  шулуунд буулгасан перпендикулярын суурь  $A$  цэг,  $A$  цэгээс уг шулууны  $B$  цэг хүртэлх зай  $7$  см,  $PB$  хэрчмийн урт  $9$  см бол  $P$  цэгээс  $l$  шулуун хүртэлх зай ямар байх вэ?



**Цэгээс хавтгай хүртэлх зай**

Өгсөн  $A$  цэгээс  $\alpha$  хавтгайд буулгасан перпендикуляр хэрчмийн уртыг  $A$  **цэгээс  $\alpha$  хавтгай хүртэлх зай** гэнэ.



- 111**  $C$  цэгээс хавтгайд буулгасан перпендикулярын суурь  $A$  бөгөөд  $A$  цэгээс уг хавтгай дээрх  $B$  цэг хүртэлх зай  $8$  см,  $CA=6$  см бол  $BC$  хэрчмийн уртыг ол.

**Биетийг хавтгайгаар огтлох, огтлолын талбай**



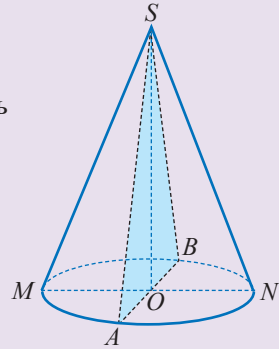
Монгол гэрийн бүрдэл хэсгүүдийг нэрлэж, геометрийн ямар дүрс, биеттэй төсөөтэй байгаа талаар ярилцаарай.

Гэрийн мод хийхийн тулд эхлээд модоо банз болгон бэлтгэдэг. Банз бэлтгэхийн тулд модыг хэрхэн боловсруулдаг талаар ярилцаарай.

- Бодлого.** Цилиндр, конус, бөмбөрцгийн тэнхлэгийг дайруулан (тэнхлэг огтлол) хавтгайгаар огтлоход огтлолд ямар дүрс үүсэх вэ? Зураг зурж, ярилцаарай.

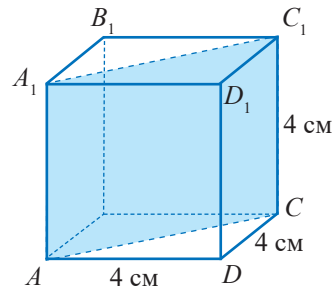
**Дадлага ажил 3.** Конусын тэнхлэг огтлол байгуулах

- а.  $SO$  - конусын тэгш хэмийн тэнхлэг болно.
- б.  $SO$  - тэнхлэгийг дайруулан конусыг хавтгайгаар огтлоход огтлолд нь  $SAB$  гурвалжин үүснэ, энэ нь конусын тэнхлэг огтлол болно.
- Конусын тэнхлэг огтлолд адил хажуут гурвалжин үүсэх ба энэ гурвалжны талбай нь конусын тэнхлэг огтлолын талбай болно.
- Дээрх аргаар цилиндр болон бөмбөрцгийн тэнхлэг огтлол, параллелепипедийн диагональ огтлол байгуулж, огтлолд нь ямар дүрс үүсэх, энэ дүрсийн талбайг хэрхэн олох талаар ярилцаарай.

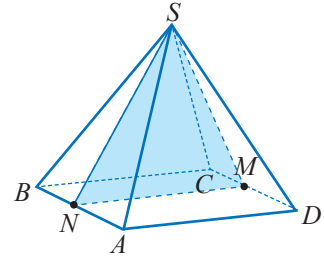


**112**  $AA_1, CC_1$  ирмэгүүдийг агуулсан хавтгайгаар  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  кубийг огтлов.

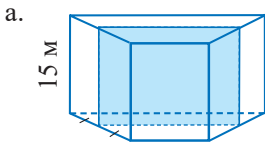
- а.  $AC$  суурийн диагоналийн уртыг ол.
- б.  $AC_1$  диагоналийн уртыг ол.
- в.  $AA_1 C_1 C$  огтлол (диагональ огтлол) - ын талбайг ол.
- г.  $AA_1 C_1 C$  огтлолын талбай ба суурийн талбайн харьцааг ол.
- д. Кубийн бүтэн гадаргуун талбай болон эзлэхүүнийг ол.



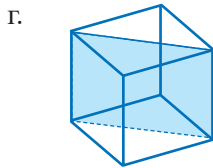
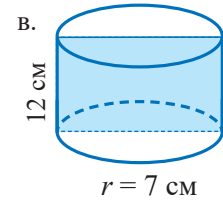
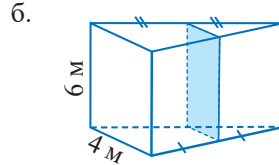
- 113** Квадрат суурьтай пирамидын орой  $S$  ба  $ABCD$  суурийн  $AB, DC$  талуудын дундаж  $M, N$  цэгүүдийг дайрсан хавтгайгаар огтлов. Үүссэн огтлолын  $MN=8$  см,  $NS=MS=5$  см бол пирамидын өндрийг ол.



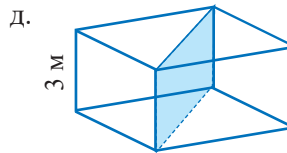
- 114** Огтлолын талбайг ол.



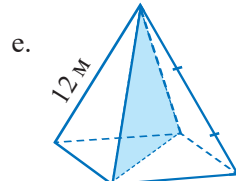
Трапецын сууриуд 7 м ба 12 м



Кубийн ирмэг 8 см



Суурийн тэгш өнцөгтийн хэмжээс нь 5 м, 12 м

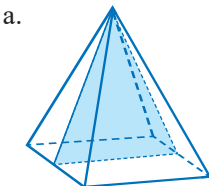


Квадратын тал нь 8 м

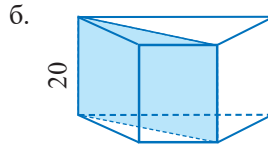
- 115**  $ABCD$  пирамидын  $ABC$  талсын талбай 16 бол  $AD, BD, CD$  талуудын дунжийг дайрсан огтлолын талбайг ол.

- 116** Цилиндрийн тэнхлэг огтлолд 20 см диагональтай квадрат үүсэв. Цилиндрийн гадаргуугийн талбай ба эзлэхүүнийг ол.

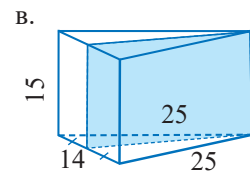
- 117** Дараах огтлолуудын талбайг ол.



Суурийн квадратын тал 10. Пирамидын хажуу ирмэг 15.



Адил хажуут трапецын сууриуд 15 ба 5, өндөр нь 12.

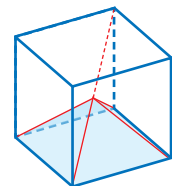


Суурийн гурвалжны талууд 14, 25, 25.



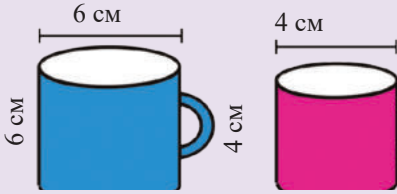
Пирамидын эзлэхүүн ба гадаргуугийн талбай

Кубийн эсрэг орших орой бүрийг зурагт үзүүлснээр холбон диагоналиуд тат. Эдгээр диагоналиудын огтлолцлын цэг дээр оройтой, суурь нь кубийн нэг талс болж буй пирамидын эзлэхүүнийг олоорой. Мөн гадаргуугийн талбайг нь олоорой.



**Төсөөтэй биетүүд**

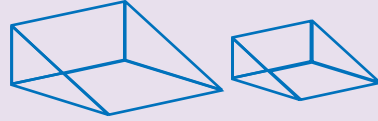
○ Хоёр аяганы хэмжээсүүд өгөгджээ.



Асуултын дагуу ярилцаад дүгнэлт гаргаарай.

- а. Хэмжээсүүдийг нь харьцуулаарай.
- б. Аяганы зузааныг тооцохгүй бол аяга бүрд ямар хэмжээний ус орох вэ?
- в. Аяганы сэнжийг оруулахгүйгээр гадна талын гадаргуугийн талбайг олж, харьцуулаарай.

Жижиг призмийн бүх ирмэгүүд том призмийн харгалзах ирмэгүүдээс 1.5 дахин бага байв.



**118** Хүснэгт тус бүрийг нөхөөд, гадаргуугийн талбай болон эзлэхүүний харьцааг ол.



Радиус	1	1	1	1	1
Өндөр	1	2	3	4	5
Гадаргуугийн талбай					
Эзлэхүүн					



Радиус	1	2	3	4	5
Өндөр	1	2	3	4	5
Гадаргуугийн талбай					
Эзлэхүүн					

**119** Хүснэгтийг нөхөөд, пирамидын гадаргуун талбайн харьцааг ол. Талуудын харьцааг талбайн харьцаатай харьцуулж, дүгнэлт гарга.

Суурийн тал	6	12	18	24	30
Өндөр	4	8	12	16	20
Хажуу талсын өндөр	5	10	15	20	25
Гадаргуугийн талбай					

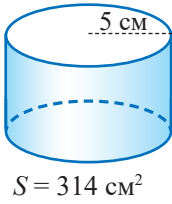


- а. Биетийн ирмэгүүдийн харьцаа  $k$  үед гадаргуугийн талбай нь хоорондоо ямар харьцаатай байна вэ?
- б. Биетийн ирмэгүүдийн харьцаа  $k$  байхад эзлэхүүн нь хоорондоо ямар харьцаатай байна вэ?
- в. Ямар биетүүдийг төсөөтэй гэж нэрлэж болох вэ?
- г. Биетийн бүх хэмжээсийг багасган макет хийвэл анхны биеттэйгээ төсөөтэй байж чадах уу?

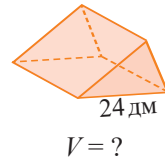
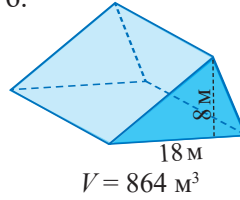


- 126 Өгсөн биетүүд төсөөтэй бөгөөд цэнхэр өнгөтэй биетийн гадаргуугийн талбай эсвэл эзлэхүүн өгөгджээ. Мэдэгдэхгүй байгаа хэмжээг ол.

а.

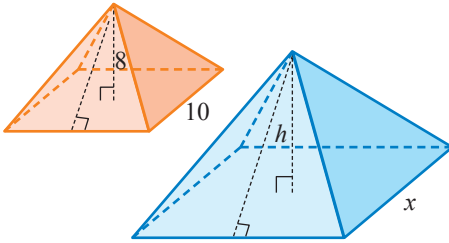


б.



- 127 Зургаан өнцөгт суурьтай төсөөтэй хоёр призмийн эзлэхүүний харьцаа 125 : 1728 бол ирмэгүүдийн харьцаа болон гадаргуугийн талбайн харьцааг ол.

- 128 Төсөөтэй хоёр пирамидын эзлэхүүний харьцаа 8 : 27.



- а. Талуудын харьцааг ол.  
б.  $x, h$  -ийн утгыг ол.  
в. Гадаргуугийн талбайн харьцааг ол.

- 129 Зурагт өгсөн тавгийн идээний эвэнгүүдийн суурь нь дугуй дүрс гэж үзээд асуулгад хариулаарай.

- а. Дугуй тус бүрийн радиус харгалзан 5 см, 10 см, 15 см бол дугуйн талбайг олж, харьцуулаарай.  
б. Эвэнгийн өндрүүд нь хоорондоо тэнцүү буюу 2 см бол эзлэхүүнийг олж, харьцуулаарай. Эдгээр нь төсөөтэй биетүүд мөн үү?

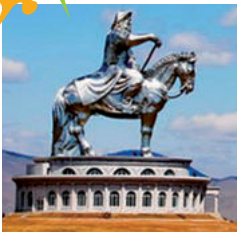


- 130 Төсөөтэй хоёр цилиндрийн эзлэхүүний харьцаа 1000 : 1 байв. Гадаргуугийн талбайн нийлбэр нь 2020 бол тус бүрийнх нь гадаргуугийн талбайг ол.

- 131 Төсөөтэй хоёр призмийн гадаргуугийн талбай 64:225 харьцаатай. Жижиг призмийн эзлэхүүн  $13824 \text{ m}^3$  бол том призмийн эзлэхүүнийг ол.



Чингис хааны морьт хөшөө



Уран дархан Чингис хааны морьт хөшөөны бүх хэмжээсийг 20 дахин багасгаж ган хуудсаар хийв. Түүний загвар нь 31.25 кг жинтэй болсон бол цогцолборыг хийсэн ган хуудасны жинг олоорой. Хөшөөны суурь нь 10 м өндөртэй 36 м диаметртэй байгууламж байдаг бол уран дархан өөрийн загвартаа ямар хэмжээтэй суурь бэлтгэх хэрэгтэй вэ?

### ДАВТАХ

- 132** Хоорондоо 270 км зайтай А хотоос В хот руу хоёр машин өглөө 9 цаг 00 минутад нэгэн зэрэг гарчээ. Эхний машин В хотод хүрэхэд хоёр дахь машин В хотоос 48 км зайтай байв. Хоёр дахь машин эхний машин В-д очсон хугацаанаас 40 минутын дараа В-д ирэв. Тэд ямар хурдтай явсан бэ? Хоёр дахь машин В хотод хэдэн цагт ирсэн бэ?
- 133** Тооны стандарт бичиглэл ашиглан хэмжээ бүрийг килограммаар илэрхийл.  
 а. 0.0015 кг   б. 0.56 т   в. 3.12 г   г. 56 мг   д. 0.25 нг  
 е. 50028 т   ж. 45 мг   з. 43000000 кг   и. 58000 т   к. 7 сая 24 мянган г
- 134** Тооны стандарт бичиглэл ашиглан хэмжээ бүрийг метрээр илэрхийл.  
 а. 0.075 мм   б. 2.58 мм   в. 53.1 мкм   г. 56 см   д. 3.25 нм  
 е. 5034000 м   ж. 45 нм   з. 340000000 м   и. 48000 км   к. 4 сая 47 мянган см
- 135** Тус бүр 1 грамм, 2 грамм, ... , 19 грамм жинтэй 19 туухайны ес нь төмөр, ес нь хүрэл үлдсэн нэг нь алтан туухай байв. Төмөр туухайнуудын нийт жин нь хүрэл туухайнуудын нийт жингээс 90 граммаар их бол алтан туухайны жинг ол.
- 136** Тус бүр нь 10 зоостой 10 уутны 9 уутанд нь жинхэнэ зоос, үлдсэн нэг уутанд нь хуурамч зоос байв. Жинхэнэ зоос 5 грамм, хуурамч зоос 4 грамм жинтэй бол электрон жин дээр нэг удаа жинлээд хуурамч зоостой уутыг хэрхэн илрүүлэх вэ?
- 137** Онгоц А хотоос В хот хүртэл өдөрт хоёр удаа нисдэг байв. Нислэг 11 цаг 10 минут үргэлжилдэг бол нислэгийн хуваарийг бичээрэй. Цагийн хуваарийг ам/рм-ээр илэрхийлж бич.

	А хот	В хот	А хот	В хот
Даваа	06.25		13.10	
Мягмар		15.21		06.10
Лхагва	07.10		14.25	
Пүрэв		16.30		08.18
Баасан	08.05		16.35	
Бямба		20.15		10.56
Ням	09.25		18.50	

- 138** Онгоц С хотоос D арал хүртэл өдөрт гурван удаа нисдэг байв. Нислэг 14 цаг 10 минут үргэлжилдэг бол нислэгийн хуваарийг бич. Цагийн хуваарийг ам/рм-ээр илэрхийлж бич.

	С хот	D арал	С хот	D арал	С хот	D арал
Даваа	07:00		13:25		18:10	
Мягмар		23:00		14:21		08:10
Лхагва	09:45		15:10		20:25	
Пүрэв		21:17		13:30		09:18
Баасан	11:05		17:05		22:35	
Бямба		19:20		11:15		07:56
Ням	08:50		14:25		17:50	



**139** 80 хүн биеийн тамирын сорилд оролцжээ. Хэрэв том хүн ба хүүхдийн тооны харьцаа 2 : 3, том хүний сорил гүйцэтгэсэн дундаж хугацаа 2 мин 15 сек, 80 хүний сорил гүйцэтгэсэн дундаж хугацаа 3 мин бол:

- а. Хэдэн хүүхэд, хэдэн том хүн байсан бэ?
- б. Том хүний гүйцэтгэсэн нийт хугацааг ол.
- в. Хүүхдийн гүйцэтгэсэн нийт хугацааг ол.

**140** Венесуэлийн орон нутгийн цаг Английн цагаас 4 - өөр хоцордог бол:

- а. Англид үдээс хойш 3:00 цаг болж байхад Венесуэлд хэдэн цаг болж байх вэ?
- б. Венесуэлд үдээс хойш 2 цаг 30 мин болж байхад Англид хэдэн цаг болж байх вэ?
- в. Венесуэлд үдээс өмнө 11 цаг 15 минут болж байхад Англид хэдэн цаг болж байх вэ?

**141** Шинэ жилийг дараах улсуудаас аль нь хамгийн түрүүнд тэмдэглэдэг вэ?

Монгол, Ямайка, Англи, Шинэ Зеланд, Мадагаскар, Бразил

- а. Эдгээр улсыг шинэ он угтах дарааллаар дараалуулан бич.
- б. Эдгээр улс тус бүр цагийн хэддүгээр бүсэд орших вэ?

**142** Улаанбаатараас Ховд хүртэлх 1500 км замд аялахаар онгоц 08:25-д хөөрөв. Онгоцны дундаж хурд 600 км/ц. Хэрэв Ховдын цаг нь Улаанбаатарын цагаас 1-ээр хоцордог бол онгоц Ховдод хэдэн цагт газардах вэ?

**143** Нэг еврогийн бусад валюттай харьцах ханшийг хүснэгтэд өгчээ. Валют хөрвүүлэлтийн график зураад, дараах асуултад хариул.

Намиби	9.4 Намиби доллар = 1 евро
Канад	1.5 доллар = 1 евро
Гонконг	7.4 доллар = 1 евро

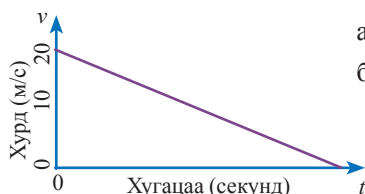
- а. 50, 3000, 450 Канад долларыг Гонконг долларт шилжүүл.
- б. 15, 40, 300, 660, 2000 Гонконг долларыг Намиби долларт шилжүүл.
- в. 40, 300, 50, 600, 1200 Намиби долларыг Канад долларт шилжүүл.

**144** Хүснэгтээр дугуйчны уулнаас буух үеийн хурдыг харуулжээ.

Хугацаа (секунд)	0	5	10	15
Хурд (м/с)	6	10	14	18

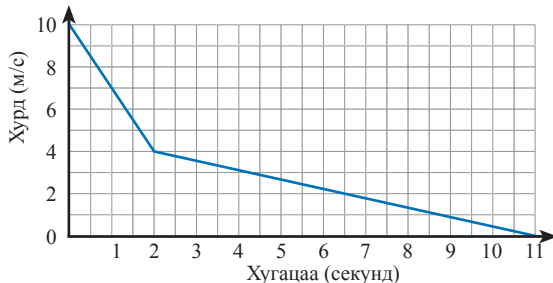
- а. Хурд-хугацааны график зур.
- б. Дугуйчны хурдатгалыг ол.
- в. Эхний 10 секундийн хугацаанд явсан замыг ол.

**145** Машин 20 м/с-ээс зогсох хүртлээ хурдаа жигд бууруулж 150 м зам туулав.

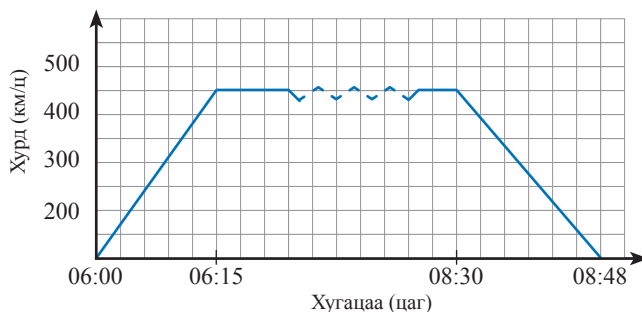


- а. Зогсох хүртлээ ямар хугацаа зарцуулсан бэ?
- б. Хурдатгалыг ол.

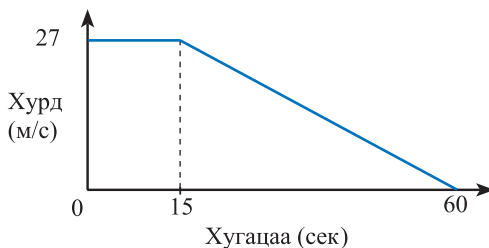
- 146** Графикт машины хурд  $10\text{ м/с}$ -ээс хассаар зогсох хүртэлх хурдыг харуулжээ.
- Машины эхний  $2$  секунд дэх хурдатгалыг ол.
  - Сүүлийн  $9$  секунд дэх хурдатгалыг ол.
  - Зогсох хүртэлх  $11$  секундийн хугацаанд туулсан замыг ол.



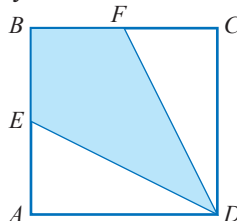
- 147** Онгоц  $06:00$ -д буудлаасаа хөөрч,  $15$  минутын хугацаанд  $450\text{ км/ц}$  хүртэл хурдаа нэмжээ.  $08:30$  цагт хурдаа хасаж эхлээд  $08:48$  цагт газардсан байна. Онгоцны аяллын графикийг зурагт харуулав. (Тахир шугам нь нэгжийн хуваарьгүй хэсгийг илэрхийлнэ)
- Онгоцны хөөрөх, буух үеийн хурдатгалыг  $\text{м/с}^2$ -аар илэрхийлж ол.
  - Онгоцны туулсан замыг ол.



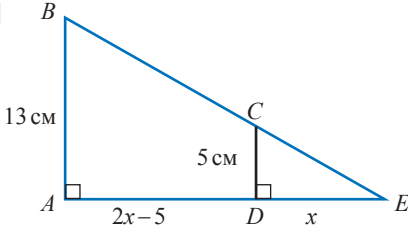
- 148** Хурд-хугацааны график өгчээ.
- Графикийг уншиж, тайлбарла.
  - Машины хурдатгалыг ол.
  - $1$  минутын хугацаанд туулсан замыг ол.



- 149**  $ABCD$  квадратын тал нь  $3\text{ см}$ ,  $E, F$  нь талуудын дундаж цэг бол:
- Будсан хэсгийн талбайг ол.
  - Будсан дүрсийн талбайг квадратын талбайд харьцуулсан харьцааг бич.



150



$AB \parallel CD$  бол:

а.  $x = ?$

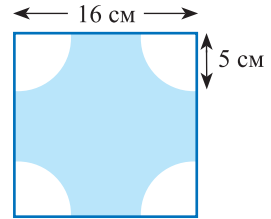
б.  $ABCD$  дөрвөн өнцөгтийн талбайг ол.

в.  $ABE$  гурвалжны талбайг ол.

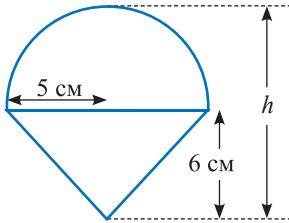
г.  $ABE$  гурвалжны талбайг  $CDE$  гурвалжны талбайд харьцуулсан харьцааг ол.

151

Квадратын 4 булангаас тэнцүү дүрсүүдийг хайчлан авчээ. Будсан хэсгийн талбайг олж, хариугаа 0.1 нарийвчлалтай тоймло.



152



Хагас дугуй болон адил хажуут гурвалжнаас тогтсон нийлмэл дүрс өгчээ.

а. Нийлмэл дүрсийн талбайг ол.

б. Периметрийг ол.

153

Ромбо суурьтай призмийн гадаргуугийн талбай  $248 \text{ м}^2$ , ромбын диагоналиуд 6 м ба 8 м бол призмийн өндрийг ол.

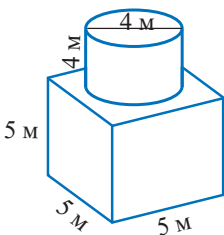
154

Кубийн бүх ирмэгийг 3-аар ихэсгэхэд гадаргуугийн талбай нь 486-аар ихэсжээ. Анх байсан кубийн ирмэгийн уртыг ол.

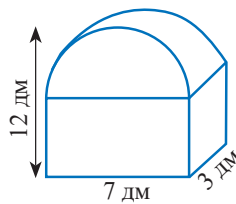
155\*

Биетүүдийн гадаргуугийн талбай ба эзлэхүүнийг тооцоолж ол.

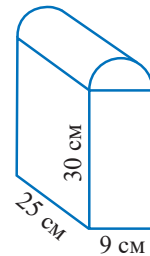
а.



б.

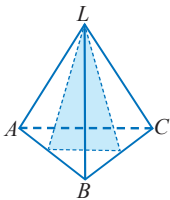
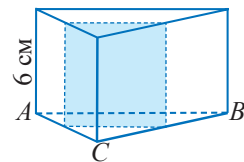


в.



156\*

а. Призмийн өндөр 6 см.  $AC = 8 \text{ см}$ ,  $CB = 10 \text{ см}$ ,  $AB = 12 \text{ см}$ . Суурийн талуудыг  $C$  оройгоос 2:3 харьцаатай хуваасан огтлолын талбайг ол.



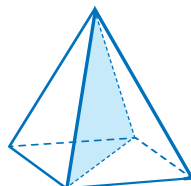
б. 15 см өндөртэй, 6 см талтай зөв гурвалжин суурьтай пирамидын  $AB$ ,  $BC$  талуудын дундаж цэгүүд болон  $L$  оройг дайрсан огтлолын талбайг ол.

**157** Гурвалжин призмийн эзлэхүүн  $32\text{ см}^3$  байв. Суурийн гурвалжны дундаж шугамыг дайруулан, өндөртэй параллел хавтгайгаар огтлоход үүсэх гурвалжин призмийн эзлэхүүнийг ол.

**158\*** Кубийн эзлэхүүн  $12\text{ см}^3$  байв. Нэг оройгоос гарсан хоёр ирмэгийн дунджийг дайрсан, гурав дахь ирмэгтэй параллел хавтгайгаар огтлоход үүсэх гурвалжин призмийн гадаргуугийн талбай, эзлэхүүнийг ол.

**159** Зөв 4 өнцөгт суурьтай пирамидын тэнхлэг огтлолд  $10\text{ см}$  суурьтай,  $13\text{ см}$  хажуу талтай адил хажуут гурвалжин үүсжээ.

- Огтлолын талбайг ол.
- Пирамидын суурийн талбайг ол.
- Пирамидын эзлэхүүнийг ол.



**160** Зурагт өгсөн кубийн ирмэг нь  $6\text{ см}$  бол түүнийг бүрдүүлж буй гурван ижил пирамидын эзлэхүүнийг ол.



**161** Цилиндрийн бүтэн гадаргуугийн талбайг хэрхэн олох вэ? Томьёолж бич. Томьёогоо ашиглан дараах цилиндрийн бүтэн гадаргуугийн талбайг олж, хариугаа  $0.1$  нарийвчлалтай тоймлож ол. ( $\pi \approx 3.14$ )

- Цилиндрийн суурийн диаметр  $4\text{ см}$ , өндөр нь  $6\text{ см}$
- Цилиндрийн суурийн радиус  $4.5\text{ см}$ , өндөр нь  $4\text{ см}$
- Цилиндрийн суурийн диаметр  $0.7\text{ м}$ , өндөр нь  $0.85\text{ м}$

**162** Дараах биетийн огтлолыг зур.

- Зөв дөрвөн өнцөгт пирамидын тэнхлэг огтлол
- Конусын тэнхлэг огтлол

**163** Хайрцгийн өндөр  $4\text{ см}$ , гадаргуугийн талбай нь  $96\text{ см}^2$ , хоёр дахь хайрцаг нь үүнтэй төсөөтэй бөгөөд эзлэхүүн нь  $1728\text{ см}^3$ , гадаргуугийн талбай нь  $864\text{ см}^2$  бол:

- Том хайрцгийн өндрийг ол.
- Жижиг хайрцгийн эзлэхүүнийг ол.

**164** Бөмбөрцгийн гадаргуугийн талбайг  $4\pi^2$  томьёогоор олдог.

- Хэрэв дэлхийн бөмбөрцгийн радиус ойролцоогоор  $6371\text{ км}$  бол дэлхийн бөмбөрцгийн гадаргуугийн талбайг олж, хариугаа  $3$  тэмдэгтээр тоймло.
- Хэрэв сарны радиус нь ойролцоогоор дэлхийн бөмбөрцгийн радиусаас  $20$  дахин бага бол сарны гадаргуугийн талбайг олж хариугаа  $3$  тэмдэгтээр тоймло.
- Дэлхийн бөмбөрцгийн гадаргуугийн талбайг сарны гадаргуугийн талбайд харьцуулсан харьцааг ол.

**165** Ург, өргөн, өндөр нь  $25\text{ см} \times 12\text{ см} \times 15\text{ см}$  байх ТӨП хэлбэрийн металлыг хайлуулан  $2.5\text{ см}$  радиустай  $4\text{ см}$  өндөртэй цилиндр хийжээ. Анхны металлаар ийм хэмжээтэй хэдэн цилиндр хийх вэ?

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 7

- 1** Парагвайн орон нутгийн цаг Англиас 4 цагаар хоцордог, харин Макаогийн орон нутгийн цаг Англиас 8 цагаар түрүүлж явдаг.
- Парагвайд өглөөний 6 : 00 цаг болж байхад Макао хэдэн цаг байх вэ?
  - Макао үдээс хойш 3 цаг 30 минут болж байхад Парагвайд хэдэн цаг болж байх вэ?
  - Парагвайд оройн 8 цаг 15 минут болж байхад Макао хэдэн цаг болж байх вэ?

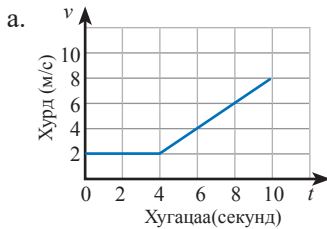
- 2** Хурдны нэгжийг өгсөн нэгжээр илэрхийл.

- 70 км/ц-ийг м/с
- 150 м/с-ийг км/ц-аар

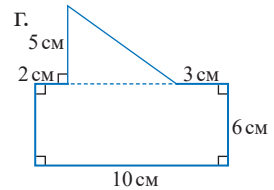
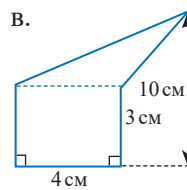
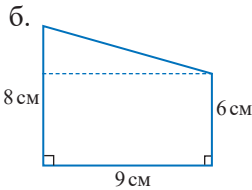
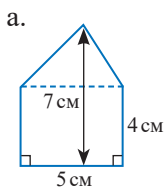
- 3** Хурд хугацааны графикийг тоймлон зур.

- $1.5 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд хурдсах хөдөлгөөн
- 8 м/с тогтмол хурдтай 3 секунд яваад дараа нь  $-2 \text{ м/с}^2$  хурдатгалтай жигд удаашрах хөдөлгөөнөөр явжээ.

- 4** Хурд-хугацааны графикийг тайлбарла. График ашиглан тогтмол хурд, хурдатгал, явсан замыг ол.



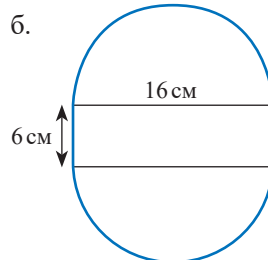
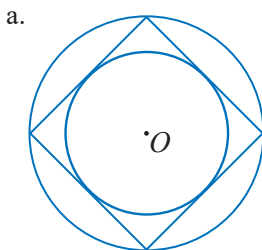
- 5** Дүрсийн талбайг ол.



- 6** Зургаан найз 14 инчийн диаметртэй пиццаг хувааж идэх болов. Нэг хүнд ямар хэмжээтэй пицца ногдох вэ? (1 инч  $\approx 2.52 \text{ см}$ )

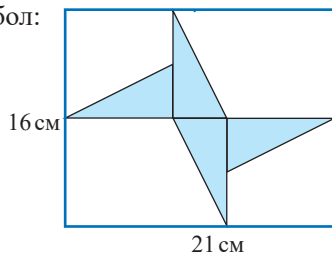
- 7** а. Квадратыг багтаасан тойргийн радиус 33 см бол квадратад багтсан тойргийн радиусыг ол.

- б. Нийлмэл дүрсийн талбайг ол.

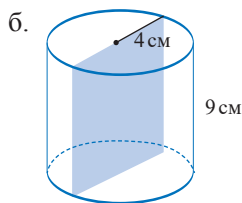
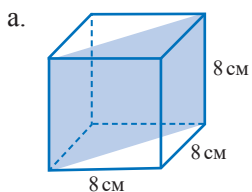


- 8 Компанийн логог 4 тэнцүү гурвалжнаар хийжээ. Хэрэв логоны нийт урт нь 21 см, өргөн нь 16 см бол:

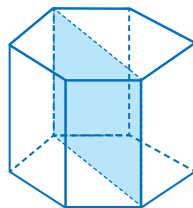
- Нэг гурвалжны талбайг ол.
- Будсан дүрсийн талбайг ол.
- Будсан дүрсийн хүрээний уртыг ол.
- Будсан дүрсийн талбайг тэгш өнцөгтийн талбайд харьцуулсан харьцааг ол.



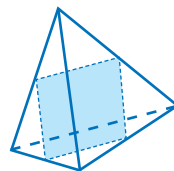
- 9 Огтлолын талбайг ол.



- 10 Зурагт өгсөн зөв зургаан өнцөгт призмийн бүх ирмэг нь 4 бол тэнхлэг огтлолын талбайг ол.



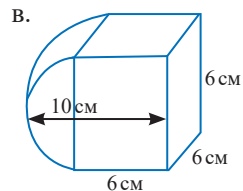
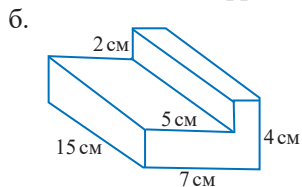
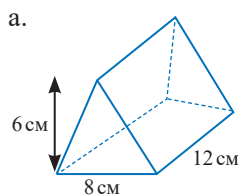
- 11 Зөв гурвалжин пирамидын бүх ирмэг 1 см урттай. Пирамидыг зурагт үзүүлснээр ирмэгүүдийн дунджийг дайруулан огтлоход үүсэх тэгш өнцөгтийн талбайг ол.



- 12 Цилиндр хэлбэртэй савны суурийн радиус 0.4 м, өндөр нь 0.5 м байв.

Савны  $\frac{3}{5}$  хэсгийг усаар дүүргэжээ. Хэдэн литр ус байна вэ? ( $1\text{дм}^3 = 1\text{л}$ )

- 13 Биетийн гадаргуугийн талбай болон эзлэхүүнийг ол.



*Өгөгдөл цуглуулах*

Дараах схемээр өгөгдөл, мэдээлэлтэй ажиллах үе шатыг харуулжээ. Үе шат бүрд ямар үйл ажиллагаа явагдаж байгаа талаар ярилцаарай.



○ Дээрх схемийн дагуу сэдвээ сонгож, дадлага ажил хийгээрэй.

❓ Ярилцлагын арга, асуулгын аргын давуу болон сул талуудыг ярилцаж, тогтоогоорой. (Хугацаа, хамрах хүний тоо, зардал гэх мэт...)

Асуулгын аргаар өгөгдөл цуглуулахдаа:

- Зорилгоо тодорхойлж, ямар өгөгдөл цуглуулахаа тогтооно.
- Түүврийн хэмжээг тогтооно. (Үр дүн бодитой байхыг тооцно)
- Ямар үр дүнд хүрэх талаар таамаглал дэвшүүлнэ.
- Санал асуулгын асуулт боловсруулна.
- Санал асуулгын дагуу өгөгдөл цуглуулна.
- Цуглуулсан өгөгдлөө тохиромжтой хүснэгтээр илэрхийлнэ.

**1** Ангийнхаа сурагчдаас гэрийн даалгавар хийхэд өдөрт хэдэн цаг зарцуулдаг талаар асуулгын аргаар өгөгдөл цуглуулж, дүгнэлт гарга.

**2** Гэр бүлийнхээ гишүүдээс өдөрт хэдэн цаг интернэт ашигладаг, ямар төрлийн мэдээлэл авдаг талаар ярилцлагын аргаар өгөгдөл цуглуулж, дүгнэлт гарга.

**3** Хоёр шоо орхиход буух тооны нийлбэрийг хүснэгтээр өгчээ.

Буусан нүдний тоо	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Эндээс хоёр шоо орхих туршилтын үр дүнд нийлбэр нь 2-оос 12 хүртэлх тоо гарна гэдгийг олж хараад, хоёр шоог 50 удаа зэрэг орхиж, гарсан нийлбэрийн дүнг дараах хүснэгтэд бүртгэж, өгөгдөл цуглуул.

Нийлбэр	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Давтамж											

**4** Ангийн сурагчдын сургууль дээрээ өглөө хэдэн цагт ирдэг талаар ажиглалтын аргаар өгөгдөл цуглуулж, дүгнэлт гарга. (Тухайн нэг өдрийг сонгон авч болно)

**5** Ангийн сурагчдын ямар нэг хичээлийн тестийн оноогоор өгөгдөл цуглуулж, давтамжийн хүснэгтэд бүртгэ.

Завсар	0-19	20-39	40-59	60-79	80-100
Давтамж					

**6** Аймгуудын 2016 оны хүн амын тоог (мянган хүн) хүснэгтээр өгчээ. [www.1212.mn](http://www.1212.mn)

Аймгуудын нэр	Архангай	Баян-Өлгий	Баянхонгор	Булган	Говь-Алтай	Говьсүмбэр	Дархан-Уул	Дорноговь	Дорнод	Дундговь	Завхан	Орхон	Өвөрхангай	Өмнөговь	Сүхбаатар	Сэлэнгэ	Төв	Увс	Ховд	Хөвсгөл
Хүн амын тоо	93.1	100.2	84.8	60.6	56.6	16.9	101.9	66.4	77.6	44.8	70.5	101.8	113.1	63.3	59.8	107.5	91.7	81.3	84.5	129.4

Өгөгдлийг бүлэглэж, тохиромжтой диаграммаар дүрсэл.



## Статистик диаграммууд

**7** “Гадаад хэл сурах үйлсдээ хэр сэтгэл хангалуун байдаг вэ?” гэсэн асуултад оюутнуудын 58% нь сэтгэл хангалуун, 26% нь сэтгэл хангалуун бус, 16% нь мэдэхгүй хэмээн хариулжээ.

- а. Дүрслэхэд тохиромжтой диаграммын талаар ярилц.  
б. Сонгосон диаграммаар дүрсэл.

**8** Олон улсын боловсролын харьцуулсан судалгаанд 3-5 настай хүүхэдтэй эцэг, эхчүүдийн компьютерын хэрэглээг дараах хүснэгтэд өгчээ.

Компьютерын хэрэглээ (хувиар)	Монгол	Хятад	Япон
Өдөр бүр	46	65	43
2 - 3 хоногт нэг удаа	18	13	25
7 хоногт нэг удаа	10	6	15
Сард нэг удаа	4	2	7
Огт хэрэглэдэггүй	22	14	10

Хүснэгтийг тохиромжтой диаграммаар дүрсэл.

**9** Судалгаагаар Япон эцэг эхчүүдийн 62%, Солонгос эцэг эхчүүдийн 45%, Хятад эцэг эхчүүдийн 56%, Вьетнам эцэг эхчүүдийн 69%, Монгол эцэг эхчүүдийн 72% хүүхэдтэйгээ өдөр бүр тоглодог гэжээ.

Тохиромжтой диаграммаар дүрсэл.

**10** Хүснэгт дэх өгөгдлийг ашиглан:

Хэрэглэгчдийн тоо	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Үүрэн телефон (100 хүн тутамд ногдох)	11	13	18	23	30	45	66	82	93	106
Интернэт тогтмол хэрэглэдэг (1000 хүн тутамд ногдох)	4	5	8	9	10	12	16	32	73	164

- а. Тохиромжтой диаграммыг сонгож дүрсэл.  
б. "2011 оны 100 хүнд ногдох үүрэн телефон хэрэглэгчийн тоо 106" гэсэн өгүүлбэрийг юу гэж ойлгох вэ? Тайлбарлаарай.  
в. Сүүлийн жилүүдийн өгөгдлийг бусад эх үүсвэр ([www.1212.mn](http://www.1212.mn))-ээс олж, хүснэгтийг үргэлжлүүл.

**11** Бороо орсны улмаас гол үерлэжээ. Голын усны гүнийг хэмжсэн үр дүнг хүснэгтээр өгөв. Хүснэгтээр шугаман график байгуул. Шугаман график ашиглан: а. 08:00 б. 14: 00 в. 22 : 00 цагт голын түвшин ямар байсныг баримжаалан ол.

Хугацаа	06:00	09:00	10:00	12:00	16:00	18:00	20:00	24:00
Голын усны гүн (метр)	3	1.8	1.2	0.8	2.1	3.2	2.4	1.9



- 15 Сурагчдаас ямар төрлийн хөгжмөөр хичээллэх сонирхолтой талаар судалгаа авч, диаграммаар харуулжээ.



- Хэрэв судалгаанд нийт 80 сурагч оролцсон бол хийлээр хэдэн сурагч хичээллэх сонирхолтой вэ?
- Лимбээр хичээллэх сонирхолтой сурагчийн тоог энгийн бутархайгаар дүрсэл.
- 80 сурагчийн 15% нь бөмбөрөөр хичээллэх сонирхолтой бол энэ нь хэдэн сурагч болох вэ?

- 16 Хүлэмжийн доторх температурыг хоногийн турш 4 цаг тутамд хэмжжээ.

Цаг	00:00	04:00	08:00	12:00	16:00	20:00	24:00
Температур $t^{\circ}$	7	6	10	22	26	13	9

- Шугаман график байгуул.
- Графикаа ашиглан 10 : 00 цагт хүлэмж дотор хэдэн хэмтэй байсныг ол.

- 17 Ургамлын өндрийг 3 өдрийн зайтай хэмжжээ.

Өдөр	0	3	6	9	12	15	18
Өндөр (см)	4	6	9	14	16	19	24

- Шугаман график байгуул.
- 14 дэх өдөр ургамал ямар өндөртэй болсон бэ?
- Хэд дэх өдрөө ургамал 8 см өндөр болсон бэ?

- 18 Хүлэмжин дэх улаан лоолийн өндрийг хэмжин өгөгдөл цуглуулжээ.

95	123	112	103	126	106	131	133	111	117
106	116	116	122	101	113	134	118	117	102
126	108	119	94	110	125	139	107	96	114
108	119	115	127	101	129	112	122	127	110
92	121	117	98	126	116	109	125	113	107

- Өгөгдлийг иш навчийн диаграммаар дүрсэл.
- Хүснэгтийг гүйцээж нөх.
- Хүснэгтээ ашиглан гистограмм байгуул.
- Дээрх 2 диаграммын аль нь тохиромжтой байна вэ? Тайлбарла.

Өндөр (см)	Давтамж	Давтамжийн нягт
$90 < h \leq 100$	5	0.5
$100 < h \leq 110$		
$110 < h \leq 120$		
$120 < h \leq 130$		
$130 < h \leq 140$		

### Хуримтлагдсан давтамжийн график

**Жишээ 1.** Сурагчдын зуны амралтаар уншсан номын тоог хүснэгтээр өгчээ.

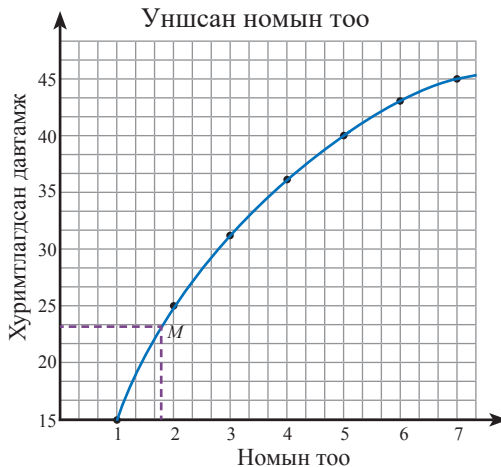
Уншсан номын тоо	1	2	3	4	5	6	7	8
Давтамж	15	10	6	5	4	3	2	0

- Нийт хэдэн сурагч байсан бэ?
- Өгөгдлийг тэнцүү завсарт бүлэглээрэй.
- Хуримтлагдсан давтамжийн график байгуулж, медианыг ол.

**Бодолт:** а. Хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгтийг нөхье. Нийт сурагчийн тоо 45 байна.

Уншсан номын тоо	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8
Хуримтлагдсан давтамж	25	31	36	40	43	45	45

- Хуримтлагдсан давтамжийн графикийг байгуулъя.



- Медианыг олохын тулд  $45 + 1 = 46$ ,  $46 \div 2 = 23$  -ыг графиктай огтлолцуулж номын тоог олно. Иймд медиан нь 1.7 буюу сурагчид дунжаар 2 ном уншсан байна.

**19** Өгөгдлүүдээр хуримтлагдсан давтамжийн график байгуул.

- 0, 1, 4, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 1, 0
- 0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 4, 1, 0
- 0, 1, 4, 6, 7, 6, 4, 1, 0

**20** Ямар тохиолдолд хуримтлагдсан давтамжийг олох шаардлагагүй вэ?

- Хүүхдийн жил тутмын өндрийн хэмжээ (метр)
- Агуулахад буусан, ачигдсан буудайн хэмжээ (тонн)
- Өдөр тутмын агаарын температур ( $^{\circ}\text{C}$ )
- Хадгаламжийн хүүд ногдох жил тутмын хэмжээ ( $\text{₮}$ )

- 21 Эрэгтэй, эмэгтэй монгол хүүхдийн өндрийн өсөлт(см-ээр)-ийг хүснэгтээр харуулав. <http://www.mongolmed.mn/article/33>

Нас	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16
Эрэгтэй	5	4	5	4	5	6	6	7	5
Эмэгтэй	6	3	6	5	6	6	4	3	2

7 настай эрэгтэй хүүхэд дунджаар 117 см, эмэгтэй хүүхэд 116 см өндөр байсан бол 8-16 настайдаа тус бүр ямар өндөртэй байх вэ? Доорх хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгтийг нөхөж, хариултаа тайлбарла.

Нас	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Эрэгтэй	117									
Эмэгтэй	116									

- 22 Хэсэг морьдыг тоолж, насаар нь бүлэглэн хуримтлагдсан давтамжийн графикаар өгчээ.

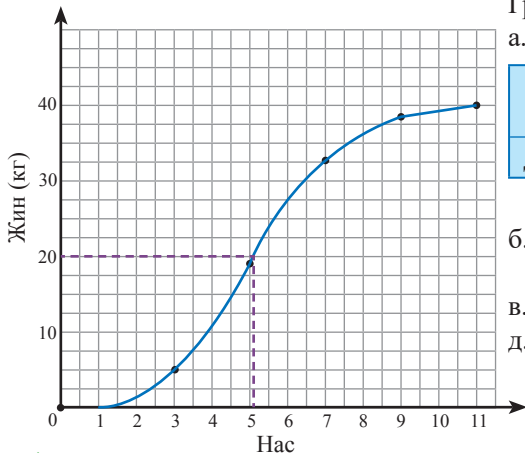


График ашиглан:

а. Хүснэгтийг гүйцээж нөх.

Завсар (кг)	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
Давтамж	5	14			

- б. 1-7 хүртэлх настай хэдэн морь байсан бэ?  
 в. Нийт хэдэн морь байсан бэ?  
 д. Медианыг ол.



Сурагчдын өндөр

Сургуулийн 11 дүгээр ангийн сурагчдын өндрөөр өгөгдөл цуглуулж, давтамжийн хүснэгтээр өгчээ.

Өндөр, $h$ (см)	Давтамж
$155 < h \leq 160$	2
$160 < h \leq 165$	7
$165 < h \leq 170$	15
$170 < h \leq 175$	19
$175 < h \leq 180$	23
$180 < h \leq 185$	11
$185 < h \leq 190$	3

- а. Судалгаанд хэдэн сурагч оролцсон бэ?  
 б. Хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгт зохио.  
 в. Хүснэгт ашиглан хуримтлагдсан давтамжийн график байгуул.  
 г. Хуримтлагдсан давтамжийн график ашиглан 163 см-171 см хүртэлх өндөртэй сурагчийн тоог ол, мөн өндрийн медианыг ол.  
 д. Хэрэв сургуулийн менежер 179 см өндөртэй бол менежерээс өндөр байх сурагчийн тоог ол.

### Цэгэн диаграмм

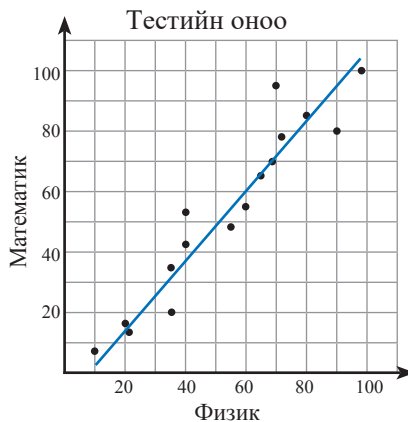
Хоёр хэмжигдэхүүний хамаарлыг тогтоох зорилгоор цэгэн диаграммыг байгуулдаг. Хандлагын шулууныг байгуулахдаа өгсөн цэгүүдэд хамгийн ойр байхаар баримжаалан татна. Зарим тохиолдолд хандлагын шулуун татах боломжгүй байдаг. Үүнийг тодорхой жишээн дээр ярилцана.

**Жишээ 2.** Математик, физикийн хичээлийн 100 онооны тестээр 15 сурагчийн авсан оноог өгчээ.

Математик	43	70	85	20	100	14	35	79	55	95	65	8	16	48	80
Физик	40	68	80	35	98	21	35	73	60	70	65	10	20	55	90

- Хүснэгт ашиглан цэгэн диаграмм байгуул.
- Дээрх 2 тестийн оноо ямар корреляцтай вэ? Хариултаа тайлбарла.
- Хандлагын шулууныг баримжаалан тат.
- Хандлагын шулуун ашиглан математикт 30 оноо авсан сурагчийн физикийн тестийн оноог баримжаалан ол. Мөн физикт 90 оноо авсан сурагч математикт хэдэн оноо авсныг ол.

**Бодолт:** а. Хэвтээ тэнхлэгийн дагуу физикийн тестийн оноо, босоо тэнхлэгийн дагуу математикийн тестийн оноог авч цэгэн диаграмм байгуулья.



- Эндээс харахад 2 хичээлийн оноо эерэг корреляцтай байна. Өөрөөр хэлбэл математикийн тестэд өндөр оноо авсан сурагч физикийн тестээр мөн өндөр оноо авсан байна.
- Эдгээр цэгүүдэд хамгийн ойр байх шулууныг баримжаалан татна.
- Хандлагын шулуунаас харахад математикт 30 оноо авсан сурагч физикт 35 оноо, физикт 90 оноо авсан сурагч математикт 95 оноо авсан байна.

**23** Машины явсан зам ба шатахууны саванд үлдсэн шатахууны хэмжээг өгчээ.

Явсан зам (км)	0	50	100	150	200	250	300
Үлдсэн шатахуун (литр)	80	73	67	61	52	46	37

- Өгөгдлөөр цэгэн диаграмм байгуул.
- Тухайн хоёр хэмжигдэхүүний корреляцыг тогтоо.

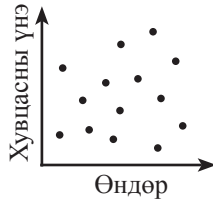
**Жишээ 3.**

Цэгэн диаграммаар 3 бүлэг хүмүүсээс авсан өндөр, хувцасны үнийн хамаарлыг харуулжээ. Диаграмм тус бүрийн корреляцыг ол. Боломжтой бол хандлагын шулуун тат.

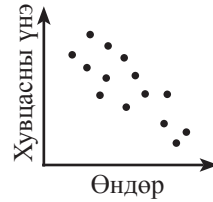
*A бүлэг*



*B бүлэг*

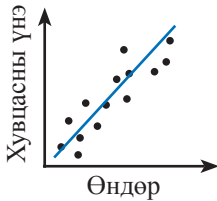


*C бүлэг*

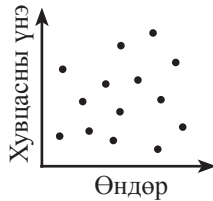


**Бодолт:** Хандлагын шулууныг баримжаалан татъя.

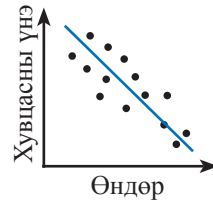
*A бүлэг*



*B бүлэг*



*C бүлэг*



Зургаас харахад *A* бүлгийн хүмүүсийн өндөр ба хувцасны үнэ эерэг корреляцтай байна. Өөрөөр хэлбэл энэ бүлгийн хүмүүсийн өндөр өсөж байхад хувцасны үнэ нэмэгдэж байна. ( $k > 0$ )

*B* бүлгийн хүмүүсийн өндөр ба хувцасны үнэ хамааралгүй байна. Энэ тохиолдолд хандлагын шулуун татах боломжгүй. Өөрөөр хэлбэл 0 корреляцтай байна. ( $k = 0$ )

*C* бүлгийн хүмүүсийн өндөр ба хувцасны үнэ сөрөг корреляцтай байна. Өөрөөр хэлбэл энэ бүлгийн хүмүүсийн өндөр өсөж байхад хувцасны үнэ буурч байна. ( $k < 0$ )

**24** Хоёр хэмжигдэхүүний корреляцын талаар ямар таамаглал дэвшүүлж болох вэ? Хариултаа тайлбарла.

- а. Хүний нас ба байрны дугаар
- б. Хүүхдийн нас ба өндөр
- в. Том хүний нас ба өндөр
- г. Хүний нас ба хуримтлуулсан мөнгөн хөрөнгө
- д. Хүний IQ ба өндөр
- е. Байшингийн үнэ ба унтлагын өрөөний тоо
- ж. Хүний өндөр ба гутлын хэмжээ

**25** Хүснэгтийг дэвтэртээ зурж, 10 сурагчийн өгөгдлийг цуглуул.

Биеийн өндөр (см)									
Төрсөн сар									

- а. Өгөгдлөөр цэгэн диаграмм байгуул.
- б. Тухайн хоёр хэмжигдэхүүний корреляцыг тогтоо.

- Би гүйлт буюу уртын харайлтаар хичээллэх сонирхолтой. Хөнгөн атлетикт миний бие бялдар хэр зохицсон бол? Олон жил тууштай дасгал хийвэл олимп, дэлхийн аварга болох боломж байгаа болов уу? Эсвэл хайран цагийн гарз болоод өнгөрөх үү?

○ Энэ асуултад төгс хариулт байхгүй ч “Биеийн хэмжээ ба спортын амжилт” дадлага ажил хийснээр уг асуултын хариултад дөхөх арга замаа олно гэдэгт найдаж байна.

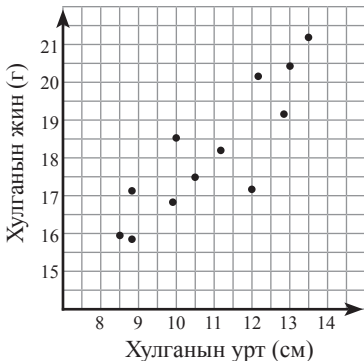
○ **Дадлага ажил.** (Биеийн хэмжээ ба спортын амжилт)

№	Нэрс	Биеийн хэмжээ				Спортын амжилт	
		Толгойн тойрог (см)	Шилбэний тойрог (см)	Гуяны тойрог (см)	Өндөр (см)	60 м-т гүйсэн хугацаа (сек)	Уртын харайлт (м)
1.	А...						
2.	Б...						
...	...						
35	Я...						

- а. Шаардлагатай өгөгдлийг цуглуулж, хүснэгтийг нөхнө. Биеийн хэмжээнүүдийг хэмжиж (анхдагч эх үүсвэр), спортын амжилтаа биеийн тамирын багшаасаа (хоёрдогч эх үүсвэр) авна.
- б. Ямар хоёр хэмжигдэхүүн эерэг корреляцтай байж болох талаар таамаглана. Цэгэн диаграмм байгуулж, хандлагын шулуун татна.
- в. Ямар хоёр хэмжигдэхүүн тэг корреляцтай байж болох талаар таамаглал дэвшүүлж, цэгэн диаграмм байгуулж шалгана.
- г. Ямар хоёр хэмжигдэхүүн сөрөг корреляцтай байж болох талаар таамаглал дэвшүүлж, цэгэн диаграмм байгуулж, шалгана.



**Хулганын биеийн урт ба жингийн хамаарал**



Цэгэн диаграммаар 12 хулганын биеийн урт болон жинг хэмжсэн үр дүнг дүрсэлжээ.

- а. Хандлагын шулууныг баримжаалан зур.
- б. Хулганын биеийн урт ба жин нь ямар корреляцтай вэ? Хариултаа тайлбарла.
- в 20 г жинтэй хулганын биеийн уртыг ол.
- г. Санамсаргүйгээр 1 хулгана сонгож авахад 19 г-аас доош жинтэй байх магадлалыг ол.
- д. Санамсаргүйгээр 2 хулгана сонгож авахад тэдгээр нь хоёулаа 19 г-аас их жинтэй байх магадлалыг ол.



### Дунджууд ба далайц

- 26** Төмөр замын жижүүр зөрлөг дээр ирдэг галт тэрэгний хоцорсон минут бүрийг бүртгэдэг. Бүртгэлийг хүснэгтээр харуулав.

Хоцорсон минут	5-аас бага	5- 10	10- 15	15-20	20-25	25-30
Давтамж	16	9	3	1	0	1

- а. Галт тэрэгний хоцорсон хугацааны дунжийг ол.  
 б. Хоцорсон хугацааны моод бүлгийг ол.  
 в. “Галт тэрэг 5-аас бага минут хоцордог” гэж жижүүр дүгнэлт хийжээ. Дүгнэлт ямар үндэслэлтэй вэ?
- 27** Нэгэн жижиг цехийн ажилчдын цалингийн хэмжээ 400, 400, 520, 600 мянга ба 3 сая төгрөг байв. Тэдний дундаж цалинг хэд гэж тооцох вэ?
- 28** Монгол орны зарим томоохон гол мөрний уртыг хүснэгтэд үзүүлжээ.

Гол мөрөн	Орхон	Хэрлэн	Туул	Завхан	Сэлэнгэ	Тэс	Ховд	Эг	Идэр	Дэлгэр	Онги	Хануй	Чулуут	Ерөө	Онон	Хараа
Урт (км)	1124	1213	898	808	615	426	596	509	465	445	435	421	415	323	296	291

- а. Өгөгдлийг иш навчийн диаграммаар дүрсэл.  
 б. Дундаж уртыг ол. Медианыг ол.  
 в. Тэнцүү завсруудад бүлэглэж, моод бүлгийг ол.  
 г. Энд аль дундаж нь хамгийн тохиромжтой вэ? Дүгнэлт гарга.
- 29** Өгөгдлийг ашиглан асуултад хариул.

8.6	29.9	7.4	23.9	5	23.6	23.9	9.5	20.3	22.7
17.3	23.6	23	12.2	20.3	23	22.4	17.6	3.2	8.9
7.4	17	7.7	6.8	17.6	14	12.8	17.9	12.2	17.6

- а. Өгөгдлийн арифметик дунжийг ол.  
 б. Өгөгдлийг  $[0, 5[$ ,  $[5, 10[$ ,  $[10, 15[$ ,  $[15, 20[$ ,  $[20, 25[$ ,  $[25, 30[$  завсруудад бүлэглэж, бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дунжийг ол.  
 в. Өгөгдлийг  $[0, 6[$ ,  $[6, 12[$ ,  $[12, 18[$ ,  $[18, 24[$ ,  $[24, 30[$  завсруудад бүлэглэж, бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дунжийг ол.  
 г. Завсрын уртыг багасгах тутам арифметик дундаж нь анхны дундаж руу ойртож байна уу? холдож байна уу? Дүгнэлт гарга.
- 30** Санамсаргүй сонгосон хэдэн хүний гутлын хэмжээг хүснэгтээр харуулав.

Гутлын хэмжээ	4	5	6	7	8	9	10
Давтамж	2	4	5	5	9	3	3

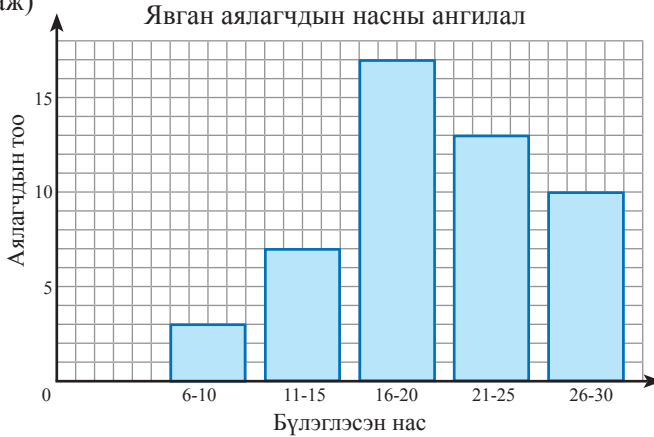
Эдгээр хүмүүсийн гутлын дундаж хэмжээг ол. Энэ тохиолдолд моод, медиан, арифметик дунжийн аль нь хамгийн тохиромжтой вэ? Хариултаа тайлбарла.

31 Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дунжийг ол.

Завсар	4-6	7-9	10-12	13-15	16-18
Давтамж	26	33	20	15	6

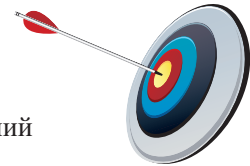
32 Явган аялагчдыг 5 бүлэгт хувааж, баганан диаграммаар дүрсэлжээ.

- Моод бүлэг нь аль вэ?
- Нийт хэдэн хүн явган аялалд оролцсон бэ?
- Аялагчдын дундаж нас нь хэд вэ? (Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дундаж)



**Байт харваа**

2008 оны Олимпийн эмэгтэйчүүдийн байт харвааны төрөлд аваргын төлөө хоёр тамирчин өрсөлджээ. Хоёр тамирчин тус бүр 12 удаа харважээ.



а. Тэмцээнд II тамирчин I оноогоор түрүүлсэн бол түүний авсан онооны хүснэгтийг гүйцээж нөх.

I тамирчны авсан оноо	Давтамж
7	0
8	4
9	3
10	5

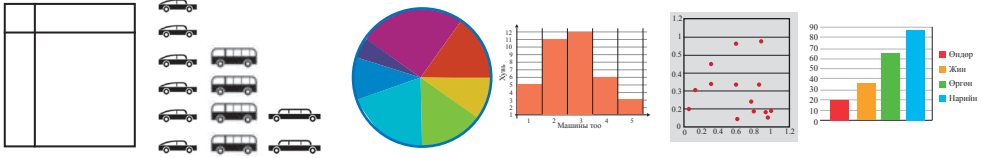
II тамирчны авсан оноо	Давтамж
7	1
8	0
9	
10	

б. Дээрх хүснэгтээ ашиглан дараах хүснэгтийг нөх.

Дунджууд ба далайц	I тамирчин	II тамирчин
Арифметик дундаж		
Медиан		
Моод		
Далайц		

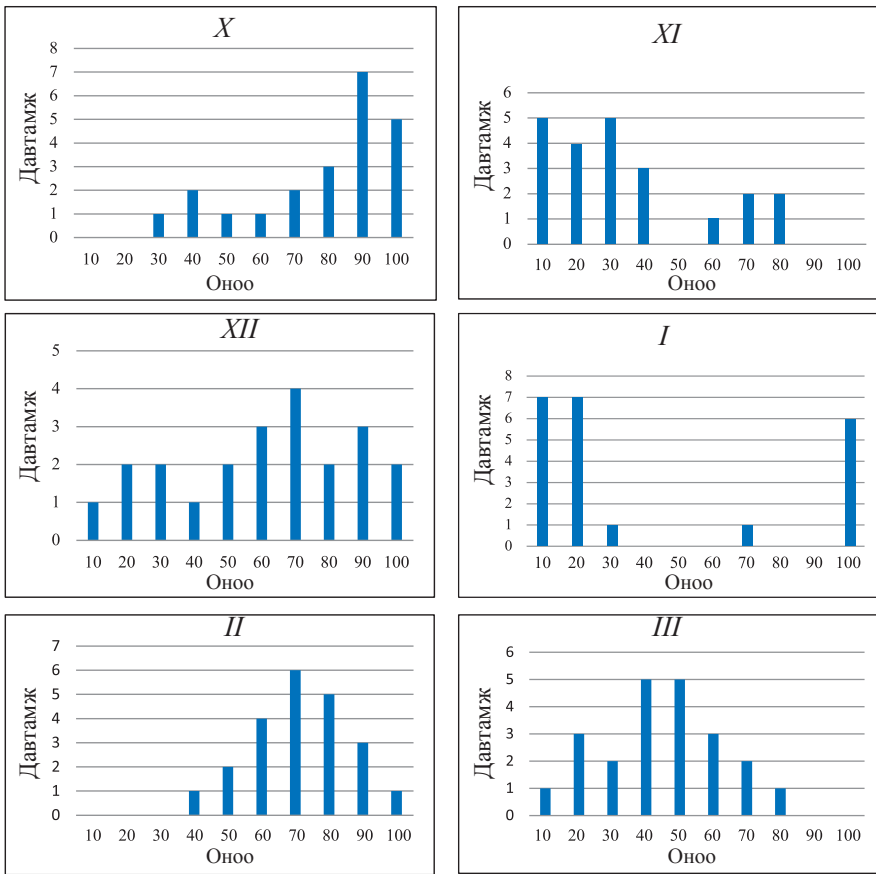
в. Дунджууд ба далайцыг ашиглан яагаад II тамирчин түрүүлсэн талаар тайлбарлаж, дүгнэлт гарга.

Статистик диаграммуудыг харьцуулах



Статистик диаграммууд гэдэгт пиктограмм, баганан болон дугуй диаграмм, гистограмм, шугаман график гэх мэт диаграмм, графикуудыг хамруулан ойлгоно.

**33** 22 сурагчтай ангиас (X дугаар сараас III сар хүртэл сар бүр) авсан 100 оноотой тестийн үр дүнг диаграммаар харуулав. Диаграммуудыг дунжууд ба далайцаар харьцуулж, дүгнэлт гарга.



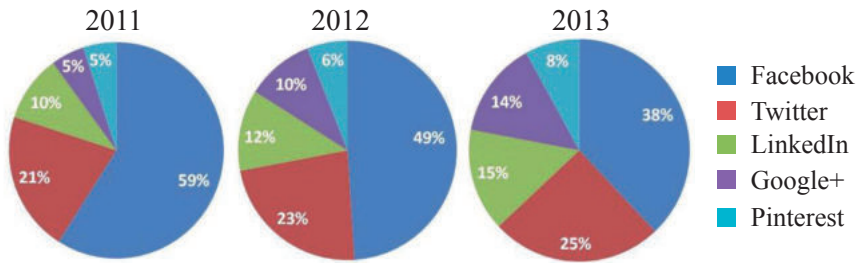
**34** Тоглож байгаа хүүхдийн тоо 50 байв. Түүнийг дугуй диаграммаар харуулжээ.



- Охидын тоо хэд байсан бэ? Охид бүх хүүхдийн хэдэн хувь болох вэ?
- Эдгээр хүүхдийн 25 нь 4 настай, 20 нь 3 настай, 5 нь 2 настай бол дугуй диаграммаар дүрсэл

35 Диаграммуудыг уншаад 3-аас доошгүй харьцуулсан дүгнэлт гарга.

Хүмүүсийн хамгийн түгээмэл хэрэглэдэг олон нийтийн мэдээллийн суваг



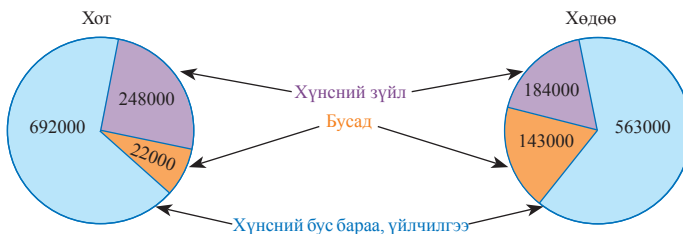
36 Лабораторид хоёр уурхайгаас хайрцаг тус бүрд 20 ширхгээр савласан эрдэнэсийн дээж иржээ. Массыг тус бүрд нь хүснэгтээр харуулсан байна.

Масс(гр)	Давтамж	Хуримтлагдсан давтамж
[12, 13[	1	
[13, 14[	1	
[14, 15[	1	
[15, 16[	2	
[16, 17[	4	
[17, 18[	5	
[18, 19[	4	
[19, 20[	2	

Масс(гр)	Давтамж	Хуримтлагдсан давтамж
[13, 14[	2	
[14, 15[	2	
[15, 16[	6	
[16, 17[	4	
[17, 18[	3	
[18, 19[	1	
[19, 20[	1	
[20, 21[	1	

- Хайрцаг тус бүрийн дээжийн дундаж массыг ол. Аль хайрцаг доторх дээж хүнд вэ?
- Хүснэгтийн хоосон нүдийг нөх.
- Хүснэгт тус бүрээр хуримтлагдсан давтамжийн графикийг нэг хавтгайд байгуулж, дүгнэлт гаргаарай.

37 Хот, хөдөөгийн өрхийн дундаж зарлагыг (2016 оны байдлаар) дугуй диаграммаар өгчээ.



- Хот, хөдөөгийн өрхийн хүнсний бус бараа, үйлчилгээний зарлага диаграммд хэдэн градусын сектор эзэлж байна вэ?
- Бусад зардлын эзлэх хувийг олж, харьцуул.
- Хот, хөдөөгийн өрхийн сарын дундаж зарлагыг харьцуулж, дүгнэлт гаргаарай.

- 38** Цаг уурч өглөө 6 цагаас орой 18 цаг хүртэл 2 цаг тутамд салхины хурдыг (м/с-ээр) хэмжжээ.

Хугацаа	06:00	08:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00
Даваа (м/с)	1	4	4	8	6	12	2
Мягмар (м/с)	2	3	5	7	5	7	3

- Даваа, Мягмар гараг тус бүрээр хоёр шугаман графикийг нэг хавтгайд байгуул.
- Мягмар гаргийн 13:00 цагт салхины хурд хэдэн м/с орчим байсан бэ?
- Даваа гарагт хэдэн цагийн үед салхины хурд 5 м/с байсан бэ?
- Хоёр шугаман графикийг харьцуулж, дүгнэлт гарга.

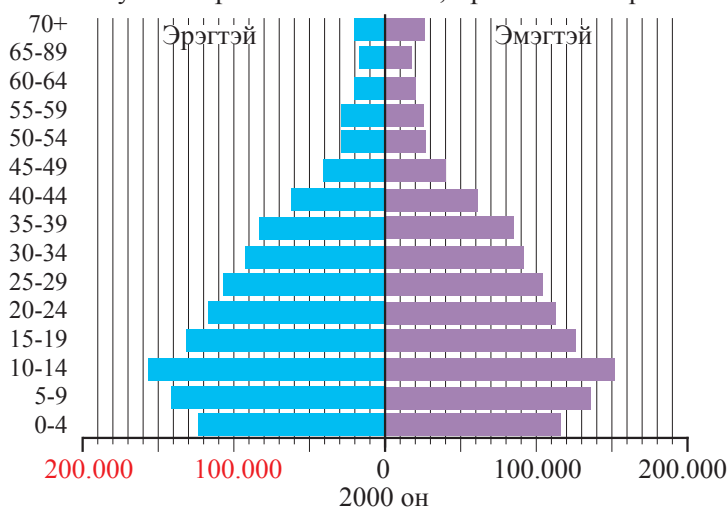
- 39** Гэрлийн шил үйлдвэрлэдэг А, Б хоёр үйлдвэр тус бүр 100 гэрлийн шилийг туршилтад оруулжээ. Хэдэх туршилтад ажилгүй болсныг хүснэгтээр харуулав.

Туршилтын тоо	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А үйлдвэр	1	8	15	23	25	11	7	6	3	1
Б үйлдвэр	0	3	5	6	11	26	24	15	10	0

- Хоёр үйлдвэрийн гэрлийн шилнүүд тус бүр дунджаар хэд дэх туршилт дээрээ ажилгүй болсон гэж үзэж болох вэ?
- А, Б үйлдвэрийн өгөгдлөөр 2 диаграмм байгуулж, харьцуулан дүгнэлт гарга.

- 40** Диаграммыг уншиж, асуултад хариул.

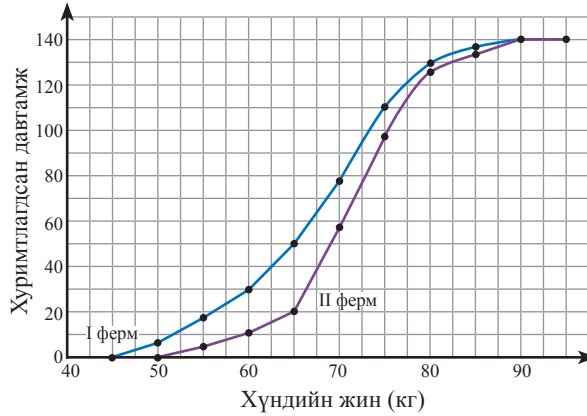
Монгол улсын хүн амын тоо ба нас, хүйсийн хамаарал



<http://www.chd.moh.mn/images/pdf/sma/uzuulelt/uzuulelt%202013%20on.pdf>

- Ямар диаграммаар дүрсэлсэн байна вэ?
- 0-4 насны эрэгтэй, эмэгтэй хүүхдийн тоог арван мянгатаар тоймлон олж, жиш.
- 70-аас дээш насны эрэгтэй, эмэгтэй хүмүүсийн тоог арван мянгатаар тоймлон олж, жиш.
- 2000 оны монгол улсын хүн амын тоонд хэдээс хэдэн насны хүмүүс хамгийн их хувийг эзэлж байсан бэ? Дүгнэлт гарга.

41 Хуримтлагдсан давтамжийн графикаар 2 ферм тус бүрийн 140 гахайн хүндийн жинг харуулжээ. График ашиглан хүснэгтийг нөхөж, дундаж жинг ол.



а. Эхний фермийн хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгтийг гүйцээж нөх.

Завсар	45-50	45-55	45-60	45-65	45-70	45-75	45-80	45-85	45-90
I ферм	5	16	30						

б. Эхний фермийн давтамжийн хүснэгтийг нөх.

Завсар	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
I ферм	5	11	14						

в. Эхний фермийн гахайн дундаж жинг ол. (Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дундаж)

г. Хоёр дахь фермийн хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгтийг гүйцээж нөх.

Завсар	50-55	50-60	50-65	50-70	50-75	50-80	50-85	50-90	50-95
II ферм	4	10	20						

д. Хоёр дахь фермийн давтамжийн хүснэгтийг нөх.

Завсар	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90	90-95
II ферм	4	6	10						

е. Хоёр дахь фермийн гахайн дундаж жинг ол. (Бүлэглэсэн өгөгдлийн арифметик дундаж)

ж. Хоёр фермийн гахайн дундаж жинг харьцуулж, дүгнэлт гарга.



**Тохиромжтой дунджийг сонгох**

Залуучуудын клубийн захирал уулзалтад оролцох гишүүддээ жимсний ундаа сонгох болжээ. Тэрээр бөөний үнээр худалдаж авахын тулд ижил хэмжээтэй ундаа авахаар төлөвлөж, ундааны хэмжээний талаар гишүүдээс санал авчээ.

Савны хэмжээ (мл):      200    330      500      750

Гишүүдийн тоо:            9      12      19      1

Ямар хэмжээтэй жимсний ундааг сонгох вэ? (Тохирох дунджийг ол)

## ДАВТАХ

- 42 Биеийн тамирын багш ахлах ангийн сурагчдаас 4 төрлийн спортын дугуйлангийн алинд нь хамрагдах талаар судалгаа явуулжээ. Судалгааны үр дүнг хүснэгтэд өгчээ. Хэрэв В спортод дуртай 160 сурагч байсан бол:

A	B	C	D
	20%	15%	30

- а. А-г сонгосон хэдэн сурагч байх вэ?  
б. Нийт хэдэн сурагчаас судалгаа авсан бэ?

- 43 Хөгжмийн багш дунд ангийн сурагчдаас 4 төрлийн хөгжмийн дугуйлангийн алинд нь хамрагдах талаар асуулга авчээ. Асуулгын үр дүнг хүснэгтэд энгийн бутархайгаар өгчээ. Хэрэв А төрлийг сонгосон 36 сурагч байсан бол :

A	B	C	D
$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{20}$

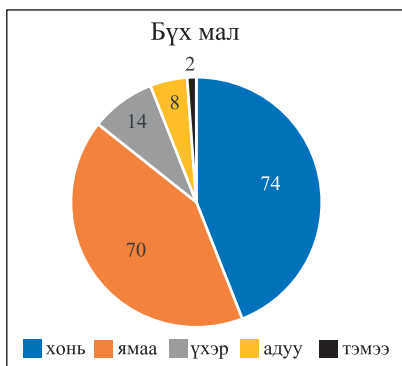
- а. Нийт хэдэн сурагчаас судалгаа авсан бэ?  
б. В-г сонгосон хэдэн сурагч байх вэ?  
в. Аль төрлийг олон сурагч сонгосон бэ?

- 44 Хэсэг сурагчдаас сургуульдаа хэрхэн ирдэг талаар судалгаа авчээ. Судалгааны үр дүнг ашиглан асуулгад хариул.

Тэдний 60% нь явган, үлдсэн сурагчид автобус болон машинаар ирдэг  
Машинаар болон автобусаар ирдэг сурагчдын харьцаа 2 : 3  
Явган алхдаг сурагчид автобусаар ирдэг сурагчдын тооноос 144-өөр их

- а. Хэдэн сурагч машинаар ирдэг вэ?  
б. Судалгаанд хэдэн сурагч хамрагдсан бэ?  
в. Сурагчид сургуульдаа хэрхэн ирдгийг дугуй диаграммаар харуул.

- 45 Нэгэн малчны таван хошуу малын тоог дугуй диаграммаар харуулжээ.

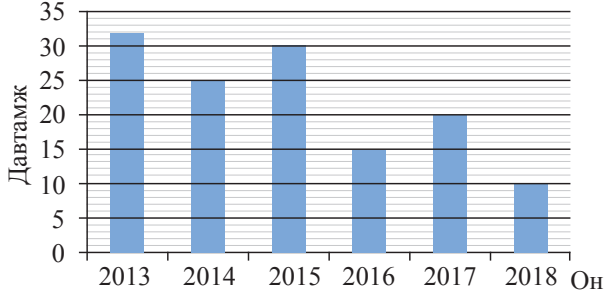


- а. Зөвхөн бод малын тоогоор дугуй диаграмм байгуул.  
б. Тэмээний тоо анхны диаграммд хэдэн градусын сектор эзлэх вэ?  
в. Тэмээний тоо шинэ диаграммд хэдэн градусын сектор эзлэх вэ?

- 46 Хүснэгтийг тохирох диаграммаар дүрсэл.

2014-2015 оны байдлаар		Улсын дундаж	Улаанбаатар хотын дундаж
Нэг багшид ногдох сурагчийн тоо	Бага анги	28	32
	Дунд анги	14	16
	Ахлах анги	13	12

- 47 2010-2015 онд сургуульд шинээр нэмэгдсэн компьютерын тоог баганан диаграммаар харуулав.



- а. 1, 2, 3, 4 дэх жилдээ ашиглагдаж байгаа компьютерыг "шинэ" гэж үзье. Сургууль дээр ашиглагдаж буй "шинэ" компьютерын тоог ол.  
 б. Дээрх баганан диаграммыг иш навчны диаграммаар дүрсэл.  
 в. Сүүлийн 4 жилийн "шинэ" компьютерын тоог дугуй диаграммаар дүрсэл.

- 48 Өгөгдлүүдээр хуримтлагдсан давтамжийн график байгуул.

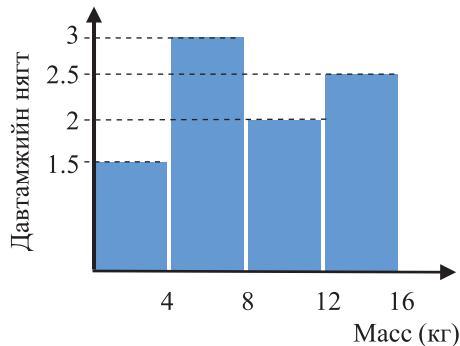
- а. 0, 1, 4, 7, 5, 4, 2, 1, 1, 0  
 б. 0, 1, 1, 2, 4, 5, 7, 4, 1, 0  
 в. 0, 1, 4, 5, 6, 5, 4, 1, 0

- 49 25 сурагчийн 10 оноотой даалгаврын гүйцэтгэлийн оноог хүснэгтээр өгчээ.

Оноо	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Давтамж	0	1	4	6	5	3	2	2	1	1

- а. Хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгт зохио.  
 б. Хуримтлагдсан давтамжийн график байгуул.

- 50 Өгөгдлийг гистограммаар дүрсэлжээ.

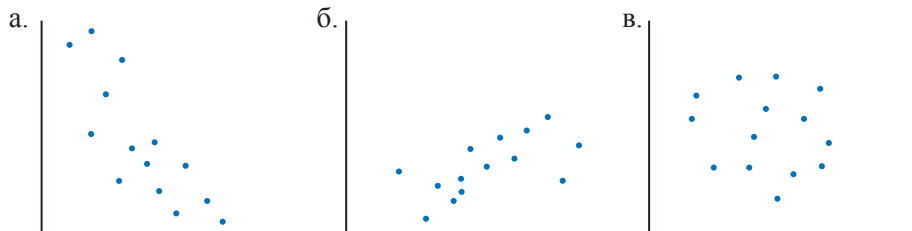


Гистограмм ашиглан давтамжийн хүснэгтийг нөх.

Масс(кг)	0-4	4-8	8-12	12-16
Давтамж				



51 Цэгэн диаграммуудын корреляцыг тодорхойл.



52  $t$  ба  $v$ -ийн утгаар цэгэн диаграмм байгуулж, хандлагын шулууныг баримжаалан тат.

$t$	61	65	42	45	57	52	48	61	59	50	71	63	69
$v$	50	45	65	55	45	56	50	42	50	60	35	40	36

53  $a$  ба  $b$ -ийн утгаар цэгэн диаграмм байгуул, корреляцыг тогтоо.

$a$	25	18	15	20	22	16	19	23	23	24
$b$	46	21	28	24	27	39	10	39	19	47

54 Хүснэгт ашиглан цэгэн диаграмм байгуул. Корреляцыг тодорхойл.

а. Агаарын температур ба худалдсан мөхөөлдөсний тоо

Агаарын температур	17	31	12	35	39	34	34	22	37	31
Худалдсан мөхөөлдөсний тоо	63	53	77	31	28	43	46	64	28	35

б. Интернет ашиглан цахим тест авсан оноо.

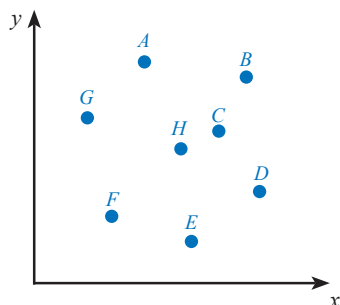
Интернэт хэрэглэсэн хугацаа	13	33	27	38	13	39	10	30	19	29	16	25	28
Цахим тестийн оноо	14	39	37	45	18	62	19	54	36	34	22	42	33

в. Сурагчдын сургууль руу явган алхсан хугацаа ба тестийн оноо

Сургууль руу явган алхсан хугацаа	27	10	14	27	40	14	15	17	35	38	17	18	27
Тестийн оноо	2	40	5	1	6	42	47	22	4	31	13	2	13

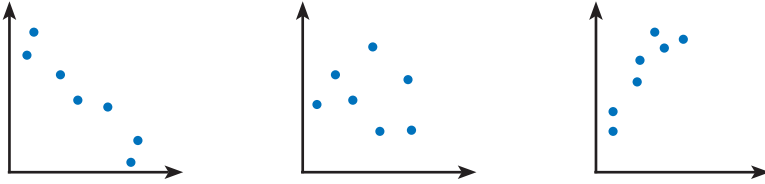
55 Автомашины үнэ үйлдвэрлэсэн онтойгоо, насжилт нь гүйсэн км-тэйгээ тус тус ямар корреляц, хамааралтай болох талаар таамаглал дэвшүүлж ярилц.

56 Цэгэн диаграммыг ашиглан асуултад хариул.



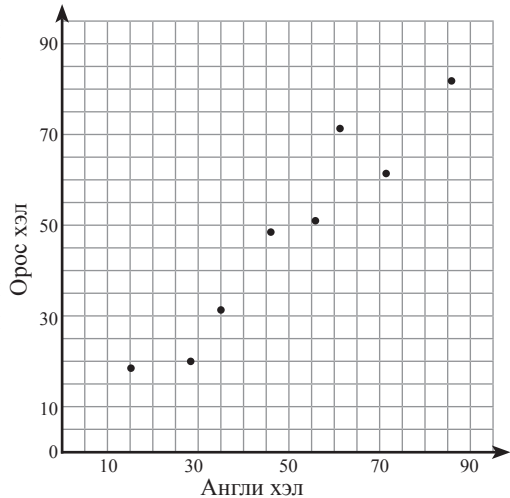
- Өгөгдлүүд ямар корреляцтай вэ?
- Сөрөг корреляцтай байсан бол аль цэгүүд илүүдэж байна вэ?
- Эерэг корреляцтай байсан бол аль цэгүүд илүүдэж байна вэ?

- 57 а. Хандлагын шугамыг баримжаалан тат.  
б. Ямар корреляцтай вэ?



- 58 Хос өгөгдлүүдээр цэгэн диаграмм байгуул. Ямар корреляцтай вэ?  
а. (71, 44), (57, 14), (36, 15), (74, 12), (97, 30), (67, 37), (42, 23), (64, 57), (25, 6), (94, 54)  
б. (31, 52), (34, 52), (98, 111), (10, 44), (28, 46), (60, 83), (86, 112), (83, 128), (10, 53), (16, 50)  
в. (1, 28), (4, 18), (14, 9), (14, 16), (2, 22), (17, 9), (6, 21), (3, 18), (1, 27), (20, 4)

- 59 Цэгэн диаграммаар 8 сурагчийн англи, орос хэлний тестийн оноог харуулав.  
а. Хандлагын шулуун тат.  
б. Корреляцыг тодорхойл.  
в. Эдгээр 8 сурагчийн хувьд ямар дүгнэлт гаргаж болох вэ?  
г. Хандлагын шулуун ашиглан орос хэл дээр 60 оноо авсан сурагч англи хэл дээр хэдэн оноо авсныг баримжаалан ол.  
д. Хандлагын шулууны тэгшитгэлийг бич.



- 60 Болд 12 сарын турш дансандаа хуримтлал үүсгэжээ. Тэр эхний зургаан сард дараах байдлаар хуримтлалаа бүрдүүлсэн байна.

Сарууд	I сар	II сар	III сар	IV сар	V сар	VI сар
Нэмсэн мөнгө	15000	21000	?	15000	20000	?
Хадгалсан мөнгө	15000	?	66000	81000	?	119000

Харин дараагийн зургаан сард тогтмол мөнгө хийж, хуримтлал үүсгэжээ.

Сарууд	VII сар	VIII сар	IX сар	X сар	XI сар	XII сар
Нэмсэн мөнгө	16000	16000	16000	16000	16000	16000
Хадгалсан мөнгө	135000	?	?	?	?	?

- а. Хүснэгтийн дутууг нөх.  
б. Болд жилийн дараа хэдэн төгрөгтэй болсон бэ?  
в. Эхний зургаан сарын мөнгөн хуримтлалаар график байгуул.  
г. Болдын жилийн мөнгөн хуримтлалаар график байгуул.

- 61 Гар бөмбөгийн тэмцээний нэг тоглолтын үеэр 3 удаагийн сэлгээ хийхдээ 173, 180, 186см өндөр тамирчныг харгалзан 175, 184, 180см өндөртэй тамирчнаар сольжээ. Сэлгээ хийх бүрд тоглож байгаа зургаан тамирчны дундаж өндөр анхныхаас хэдэн сантиметрээр өөрчлөгдөж байсан бэ?
- 62 Ховд аймгийн нэгэн нутагт хийсэн тооллогоор янгирын сүргийн бүтэц тэх : эм ямаа = 9 : 14, эм ямаа : борлон = 21 : 8, эм ямаа : ишиг = 14 : 5 гэсэн харьцаатай байжээ.  
а. Тэх : эм ямаа : борлон : ишиг харьцааг ол.  
б. Дугуй диаграммаар харуул.

- 63 Хоёр үйлдвэрийн 1000 мл-ээр савласан тус бүр 10 савтай сүүнд хяналтын хэмжилт хийж үзжээ.  
А үйлдвэрийн сүү: 1000, 1002, 1008, 1020, 985, 1001, 950, 990, 1010, 1005  
В үйлдвэрийн сүү: 1012, 1006, 1011, 985, 995, 1002, 940, 1008, 1050, 970  
а. Үйлдвэр тус бүрийн медиан, моод, арифметик дундаж, далайцыг ол.  
б. Аль үйлдвэр савлалтын технологио сайн баримталдаг вэ?

- 64 Хоёр тамирчны 100м-ийн гүйлтийн бэлтгэлийн амжилтыг хүснэгтээр харуулав. Хүснэгтээр 10 удаагийн гүйлтийн хугацааг (секунд) өгсөн бөгөөд тэмцээнд нэг л тамирчин оролцох ёстой бол аль тамирчинг оруулах вэ?

Тамирчин А	12	13	12	13	15	16	13	14	16	14
Тамирчин В	12	10	17	18	13	14	15	17	14	13

- 65 8 хичээл тус бүрээр “А” үнэлгээ авсан сурагчдын тоог хүснэгтээр өгчээ.

Хичээлийн дугаар	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
“А” дүн авсан хүүхдийн тоо (Давтамж)	2	3	5	6	8	4	3	1

- а. Давхардсан тоогоор “А” үнэлгээ авсан нийт сурагчдын тоог ол.  
б. “А” дүнгийн моод нь хэд дэх хичээл вэ? Ямар дүгнэлт хийж болох вэ?
- 66 Цэцэг арчилдаг 20 хүүхдийн тоог хүснэгтээр өгчээ.

Арчилдаг цэцгийн тоо	Хүүхдийн тоо (Давтамж)
1	4
2	4
3	5
5	3
6	$x$
8	1
$y$	1

- а.  $x$ -ийг ол.  
б. Моодыг ол.  
в. Хүүхдүүд дунджаар 2 цэцэг арчилдаг бол  $y$ -г ол.

- 67 Бат гар бөмбөг, сагсан бөмбөгийн багт тоглодог байв. Гар бөмбөгийн багийн Батаас бусад гишүүд 175, 173, 167, 166, 174см өндөр, сагсан бөмбөгийн багийн Батаас бусад гишүүд 170, 169, 172, 171 см өндөр, харин хоёр багийн гишүүдийн дундаж өндөр тэнцүү бол Бат ямар өндөртэй вэ?

- 68 Өгөгдлийн арифметик дундаж нь 3.75 бол  $a$ -г ол.

Оноо	1	2	3	4	5	6
Давтамж	3	9	$a$	11	8	7

69 Өгөгдлийн арифметик дунжийг 1-ээр нэмэгдүүлэхийн тулд ямар тоо нэмж бичих вэ?

1, 1, 3, 7, 8, 10. Энэ үед медиан нь хэдээр нэмэгдэх вэ? Моод хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?

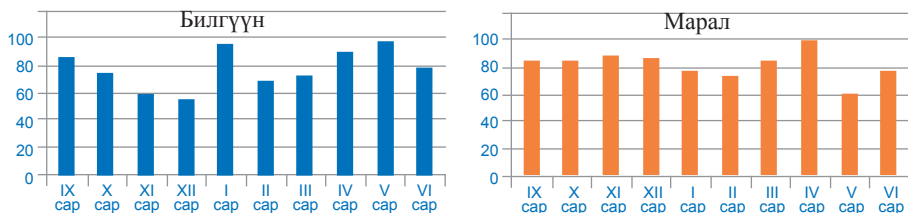
70 Коллежийн I курсийн урлаг, зураг, нэхмэлийн ангид 200 оюутан сурдаг. 116 эмэгтэй оюутны 26 нь зургийн ангид сурдаг. Нэхмэлийн ангид 22 эрэгтэй оюутан, урлагийн ангид 130 оюутан сурдаг. Зургийн ба нэхмэлийн ангийн оюутны тоо тэнцүү. Урлагийн ангийн эрэгтэй оюутны тоог ол.

71 Нэгэн сумын 10 малчны хонины тоог хүснэгтээр харуулав.

Малчны тоо (давтамж)	3	1	$x$	3	1
Хонины тоо	150	215	364	$y$	242

- $x$ -ийн утгыг ол.
- Моодыг ол.
- Малчид дунджаар 215 хонь хариулдаг бол  $y$ -ийн утгыг ол.
- Тэд нийт хэдэн хонь хариулдаг вэ?

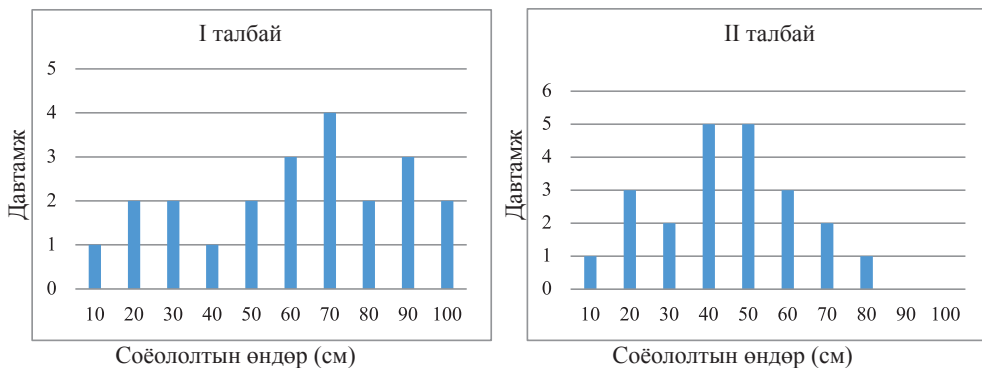
72 Хоёр сурагчийн математикийн 10 удаагийн тестийн дүнг графикаар өгчээ.



- Сурагч тус бүрийн онооны дунжийг ол.
- Аль сурагчийг жигд амжилттай суралцсан гэж үзэх вэ?
- Аль сурагчийг илүү амжилттай суралцсан гэж үзэх вэ?

73 Тариалснаас хойш адил хугацааны дараа I, II талбайн улаан буудайн соёололтыг хэмжиж, гарсан үр дүнг диаграммаар харуулав.

- Талбай тус бүрийн соёололтын арифметик дунжийг ол.
- Аль талбайн соёололтыг илүү гэж үзэх вэ?
- Аль талбайн соёололтыг жигд гэж үзэх вэ?



74\* Хүснэгтэд аймгуудын талаарх мэдээлэл өгөгдөв.

Аймаг	Сумын тоо (2013)	Хүн ам (2012)	Газар нутаг (км <sup>2</sup> )	Хүн амын нягтрал (тоо/км <sup>2</sup> )	ЕБС-ийн тоо
Архангай	19	94.900	55.300	1.7	32
Баян-Өлгий	13	101.200	45.700	2.2	43
Баянхонгор	20	83.800	116.000	0.7	29
Булган	16	60.800	48.700	1.2	22
Говь-Алтай	18	60.900	141.400	0.4	28
Говьсүмбэр	3	12.300	5.540	2.2	5
Дархан-Уул	4	87.800	3.280	26.8	27
Дорноговь	14	52.500	109.500	0.5	22
Дорнод	14	73.700	123.600	0.6	25
Дундговь	15	49.900	74.700	0.7	18
Завхан	24	80.700	82.500	1.0	30
Орхон	2	78.400	840	93.3	21
Өвөрхангай	19	113.200	62.900	1.8	29
Өмнөговь	15	46.800	165.400	0.3	20
Сүхбаатар	13	56.600	82.300	0.7	16
Сэлэнгэ	17	100.800	41.200	2.4	35
Төв	27	88.900	74.000	1.2	31
Увс	19	81.000	69.600	1.2	30
Ховд	17	87.800	76.100	1.2	24
Хөвсгөл	24	121.400	100.600	1.2	35
Хэнтий	17	71.200	80.300	0.9	26

- а. Хамгийн олон, хамгийн цөөн сумтай аймгуудын мэдээллийг пиктограммаар дүрсэл.
- б. Аймаг тус бүрийн сумдын тоог бүлэглэж, баганан диаграмм байгуул.
- в. Төвийн (Говьсүмбэр, Дархан-Уул, Өмнөговь, Дундговь, Дорноговь, Сэлэнгэ, Төв), хангайн (Архангай, Баянхонгор, Булган, Өвөрхангай, Хөвсгөл, Орхон), баруун (Баян-Өлгий, Говь-Алтай, Завхан, Ховд, Увс), зүүн (Дорнод, Хэнтий, Сүхбаатар) бүсийн аймгуудын газар нутгийн хэмжээг дугуй диаграммаар дүрсэл.
- г. Сургуулийн тоо, хүн амын нягтралаар цэгэн диаграмм байгуулаарай.  
Корреляц нь ямар байна вэ?
- д. Сургуулийн тоо, ямар үзүүлэлттэй эерэг корреляцтай байх вэ?  
Цэгэн диаграммаар дүрсэл.
- е. Сургуулийн тоо, ямар үзүүлэлттэй сөрөг корреляцтай байх вэ?  
Цэгэн диаграммыг байгуул.
- ж. Сургуулийн тоо, ямар үзүүлэлттэй корреляц хамааралгүй вэ?  
Цэгэн диаграммыг байгуулж шалга.

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 8

**1** Өгөгдлийн а. арифметик дундаж б. медианыг ол.

3, 4, 14, 2, 8, 9, 9, 8, 9, 13, 15

**2** Хүснэгтээр 100 машины хурдыг хэмжсэн үр дүнг өгчээ.

а. Хүснэгтийг гүйцээж нөх. б. Гистограмм байгуул

Хурд (км/ц)	Давтамж	Давтамжийн нягт
$60 < v \leq 65$	15	
$65 < v \leq 70$	25	
$70 < v \leq 75$	36	
$75 < v \leq 80$	24	

**3** Ургамлын өндрийн талаарх мэдээллийг хүснэгтээр өгчээ.

а. Хүснэгтийг гүйцээж нөх.

Өндөр (см)	Өндрийн дундаж	Давтамж	Өндрийн дундаж×Давтамж
1-3	2	3	6
3-5		7	
5-7		14	
7-9		21	
9-11		35	

б. Хүснэгтээ ашиглан ургамлын өндрийн арифметик дунджийг ол.

в. Хуримтлагдсан давтамжийн хүснэгтийг нөх.

г. Хуримтлагдсан давтамжийн график байгуул.

Өндөр (см)	Хуримтлагдсан давтамж
1-3	3
1-5	10
1-7	
1-9	
1-11	

**4** 10 хоногийн турш Түргэн тусламжийн төвд ирсэн дуудлагын тоог өгчээ.

610, 720, 745, 580, 654, 626, 630, 594, 588, 630

а. Өдөрт дунджаар хэдэн дуудлага ирдэг вэ?

б. Өгөгдлийг иш навчийн диаграммаар дүрсэл.

в. Өгөгдлүүдийн моод, медианыг олж, дүгнэлт гарга.

**5** Өгөгдлийн арифметик дунджийг 5-аар нэмэгдүүлэхийн тулд ямар тоо нэмж бичих шаардлагатай вэ? Энэ үед моод, медиан хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?

36, 50, 41, 52, 87, 34

**6** Эерэг корреляцтай, сөрөг корреляцтай, 0 корреляцтай тус бүр 2 жишээ гаргаж, тайлбарла.

## Хариу

## I бүлэг. ТООН ОЛОНЛОГ, ЗЭРЭГ, ЯЗГУУР

23. и. 540      29. б.  $-2\sqrt{3}$       31. г.  $8-\sqrt{55}$       33. д.  $4\frac{1}{3}$   
 48. в. 326, 460, 90.9, 7010, 2, 20.2, 0.000488      50. б. 7.12 г.20.3 ж.2.5 и.0.23  
 51. б. 8000 г. 240 000 е. 1800      52. б. 333.3 г. 220 е. 1200      54. д,е – алдаатай  
 56. а. 44 м.кв б. 596 см.кв, өөр хариу гарч болно. 57. а. 1.6      58. а.  $16.5 \leq r < 17.5$   
 б.  $18807 < V < 22438$       59. а.  $5 \leq d < 7$ ,  $15.7 \leq C < 21.98$  б.  $19.625 \leq S < 38465$   
 60. а. 0.1, 0.001, 0.0001 б. Болохгүй в.  $3.74 < V < 3.79$       61. а. 5 б.  $4.6 < \text{нягт} < 5.7$   
 62. а. Лхагва гарагт өдөртөө , шөнөдөө байсан. 70. д. 6.2, 6.3      71. и.  $3^{14}$   
 79. е.  $2.7 \times 2^{-5}$       80.  $4.3 \times 10^{-5}$  мин      81. а. 80 сая б. 1.18 %      82. б.  $2.044 \times 10^{14}$   
 85. 39 ширхэг 0 бичигдэнэ.

## II бүлэг. ПРОЦЕНТ, ХАРЬЦАА, ПРОПОРЦ

1. 700    2. 12.5%      6. а. 28.8 сая төг б. 8.3 жил буюу 8 жил 4 сар  
 7. 1 090 000 төг      8. а. 16.2%, 9.9% в. 64467 г. 1 856 756 хүн  
 11. а. 12 880 000 төг б. 9 сая    12. 20%    13. 42 гр элсэн чихэр, 38 гр давс  
 14. 75%    15. 25%      16. 54%      17. 5.5%      18. 20%, 33.3%, 46.6%  
 20. а. 4 629 630 б. 4 553 734 в. 4 464 286      22. 7.1 сар, 2.9 сар  
 23. а. 6 502 500 төг, 27.75%      24. 520 мл      25. Б.21000 төг    26. 37.5 сая төгрөг  
 28. 27% 30. 16.2 кг      30. 13.5 кг      31. 8 кг      32\*. а.31%, 41% б. 1.85 кг  
 34. в. 112 мл, 50 мл, 37.5 мл      38. в.  $700=25 \times 28=35 \times 20$       39. б. 4  
 40. б. 30 минутад 301.5 км явна.      41. а. 10 минут    44. 15% 45. 18.8%  
 46. 14.67%      47. Бичгийн цаас 176 төг      48. 14 см      51. Ирэхдээ 2.4 цаг хэмнэсэн.

## III бүлэг. МАГАДЛАЛ

1. а. Үл хамаарах, б. 72 эгэл үзэгдэл, в. 0.25    2. а. Үл хамаарах, б. 0.25  
 3. а. 36 эгэл үзэгдэл, в. 0.25      4. а.  $0.7 \times 0.6 = 0.42$ , б.  $0.7 \times 0.4 = 0.28$ , в.  $0.3 \times 0.6 = 0.21$ , г.  $0.3 \times 0.4 = 0.12$ , д.  $0.42 + 0.28 + 0.18 = 0.88$ , е.  $0.28 + 0.18 = 0.46$ ;  
 5.  $0.4 \times 0.5 = 0.2$       6.  $0.4 \times 0.6 = 0.24$       7. а. Мөн, б.  $0.5 \times 0.4 = 0.2$   
 8. а. Нийт 24 эгэл үзэгдэл илэрнэ. Эгэл үзэгдлүүдийн магадлал тэнцүү, б. 6 эгэл үзэгдлээс тогтоно. Магадлал нь  $\frac{1}{8}$ , в. 3 эгэл үзэгдлээс тогтоно. Магадлал нь  $\frac{1}{8}$ , г. Ийм үзэгдэл 2 эгэл үзэгдлээс тогтох ёстой. Жишээлбэл, ээрүүл ба шоо хоёул 3-д хуваагдах тоогоор тогтох үзэгдэл байна.    9. а. Магадлал нь тэнцүү нийт 8 эгэл үзэгдэл илэрнэ.  
 в. Үл хамаарах, 0.125    10. үржүүлнэ, нэмнэ    11.  $\frac{10}{29}$       12.  $\frac{3}{7}$   
 13. а. 4 эгэл үзэгдэл илэрнэ, б.  $0.5 + \frac{1}{12}$ , в.  $\frac{1}{6} + 0.25$       14. а.  $0.2 \times 0.6 = 0.12$ ,  
 б.  $0.8 \times 0.4 = 0.32$ , в.  $0.2 \times 0.4 = 0.8$ , г.  $0.8 \times 0.6 = 0.48$       15.  $0.3 + 0.28 = 0.42$   
 16. а.  $0.125 \times 0.125 = 0.015625$ , б.  $0.25 \times 0.25 = 0.0625$       17. 1-тэй тэнцүү  
 18. а. Ижил магадлалтай 12 эгэл үзэгдэл илэрнэ. б.  $0.5 \times 0.75 = 0.375$ , эсрэг үзэгдэл нь шоо сондгой тоогоор тусах эсвэл шоо тэгш тоогоор хоёр зоосны аль нь ч сүлд буухгүй үзэгдэл байна. Магадлал нь  $1 - 0.375 = 0.625$     19. а. Ижил боломжгүй, б.  $p^2$ , в. морь буухгүй, магадлал нь  $1 - p^2$     20. а.  $0.0625 \times 4 = 0.25$ , б.  $0.25 + 0.25 - 0.0625 = 0.4375$ ,  
 в. 0.375, г.  $1 - 0.4375 = 0.5625$       21.  $\frac{1}{12}$       22. а.  $\frac{1}{36}$ , б.  $\frac{4}{9}$ , в.  $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

24. а. 0.08, б.  $0.08+0.045=0.125$  25.  $p=\frac{1}{3}, q=0.4, r=0.8, s=0.2$ , б. 0.4, в.  $0.4+\frac{4}{15}$   
 26. а.  $p^2$ , б.  $2p(1-p)$ , в.  $1-(1-p)^2$  27.  $P(A\cap B)=0.2\times 0.2=0.04, P(A\cup B)=0.8$  28. 0.48  
 29. а. уу, уц, ун, цу, цц, цн, ну, нц, нн гэсэн ижил магадлал бүхий 9 эгэл үзэгдэл илэрнэ, б. 3 эгэл үзэгдэл. Магадлал нь  $\frac{1}{3}$ , в. Ялгаатай өнгөтэй бөмбөг гарч ирэх үзэгдэл. Магадлал нь  $\frac{2}{3}$  30. а. цц, цх, хц, хх гэсэн ижил магадлал бүхий 4 эгэл үзэгдэл илэрнэ, б. 2 эгэл үзэгдэл. Магадлал нь  $\frac{4}{9}$ , в. Ижил өнгөтэй бөмбөг гарч ирэх үзэгдэл. Магадлал нь  $\frac{3}{3}$  31. а. уу, ун, ну гэсэн ижил биш магадлал бүхий 3 эгэл үзэгдэл илэрнэ, б. 2 эгэл үзэгдэл. Магадлал нь  $\frac{2}{3}$ , в. Ялгаатай өнгөтэй хоёр шагай гарч ирэх үзэгдэл. Магадлал нь  $\frac{2}{3}$ .

#### IV бүлэг. АЛГЕБРЫН ИЛЭРХИЙЛЭЛ, ТЭГШИТГЭЛ, ТЭНЦЭТГЭЛ БИШ

32. Төгсгөлгүй олон шийдтэй 34. б. 18 36. а. 5000, 6000 б. 42 в. 52 г. 14 д. 350 км 41. б.  $]-\infty, 1[$  з.  $[-4, \infty[$  42. г.  $]-\infty, \infty[$  з.  $]2, \infty[$  43. 10 м  
 46. б.  $x < 2$  47. 24, 35 50. б.  $[1.5, \infty[$  г. Шийдгүй 52. в.  $x < -3$  е.  $[2.5, 5.5[$   
 53. г.  $x \approx \pm 5.6$  54. б. -12, -4 е.  $x = \pm 2.5$  55. г. -3, -5  
 56. б.  $-3-\sqrt{5}, -3+\sqrt{5}$  г. шийдгүй 57. е. -1.5, -3 к.  $-1, \frac{1}{3}$  п. -2, -1.5 с.  $-3, \frac{5}{8}$   
 58. б. шийдгүй г. 1, 7 59. б.  $4, \pm 3$  е. шийдгүй 60. б.  $\frac{1}{2}, 8$  г. -5,  $\frac{1}{3}$  з. 1.5, 2.5  
 61. г. -5, 5 62.  $2\sqrt{3}$  см 63. 5 64. а. 1.5 сек б.  $1+\sqrt{7}$  65. 4 км/цаг  
 66. 10 цаг 67. 24.72% 68. б.  $x = -2$  г.  $x = -3$  е.  $x = \frac{2}{3}$  з.  $-1 \pm 2\sqrt{7}$  69. 24 км/цаг  
 70.  $1+\sqrt{13}$  сек 74. 122504.3 төг 75. 68024 хүн 77. б.  $x = 3$  г.  $x = 0$  е.  $x = 5$   
 78. б.  $x = 3$  е.  $x = -8$  з. -1.5, 0.5 89.  $n = 3, 4, 6, 7$  91. б. 451 г. 77  
 92. б.  $11y - y^2$  г.  $18 + 3x + 5x^2 - x^3$  е.  $-6a^2 - 17ab - 12b^2$  93. г.  $(x+y)(3-x-y)$   
 94. б.  $(a+3b)(2+b)$  г.  $(2a-c)(3b+d+3)$  95. е.  $(2x+1)(x-6)$  96. з.  $-\frac{a}{a+1}$  97. г.  $\frac{x+2}{2}$   
 98. е.  $\frac{1}{2x-3}$  99. г.  $(2x-3)(2x-1)$  100. б.  $\frac{a}{a+10}$  102. 600 төг 103. 12  
 104. 70, 20 105. 73, 74, 75 107. 4500, 3500 108. 7 109. 4 цагийн дараа  
 110. 35 111. 50, 40 115. б. 3, -1 ж.  $3, -\frac{3}{4}$  116. е.  $-\frac{7}{3}, 1$   
 118. б. 1, -18 г. 1, -2 119. б. 9, -10 120. б. 8, -10 е. 4, -8 121. 2 км/цаг  
 122. 10 км/цаг 124. 13, 14 127. 2.08% 128. 42 км/цаг 129. б.  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$  г. 5, 4  
 131. 20 132. г. 1, -5 134. 48 135. 12 136. 2, 3 137.  $\frac{2}{7}$  138. г.  $x < 4$

#### V бүлэг. ДАРААЛАЛ, ФУНКЦ

- 3\*. 46 шүдэнзээр 15 квадрат үүсгэнэ.  $3 \times 2^n - 2$  шүдэнзээр  $2^n - 1$  ширхэг квадрат хийнэ.  
 6.  $9n + 5 = 2013$  тэгшитгэл бүхэл тоон шийдгүй 9. б.  $22 - 5n, -478$  г.  $n^2 + 3, 10003$   
 е.  $3n^2, 30000$  к.  $\frac{1}{3n-1}$  м.  $\frac{3n-2}{2n}$  11. а.  $2 \times 3^t$  12. 19 мөр 3. б.  $2^n - 1$  г.  $\frac{n(n+1)}{2}$   
 14. е.  $a_{n+1} = a_n + n^2$  15\*. 3.125% 16\*.  $1 - 0.85^5$  17\*. б. 15 г.  $a_n = 2^n - 1$  24. г. (4, 6)



25. б. шийдгүй 26. г. 1 шийдгэй 34. б. 18 35.  $k = \frac{5}{4}$  37. б.  $y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$   
 38.  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$  39. б.  $y = \frac{3}{4}x$  56. б.  $f^{-1}(x) = \frac{5}{3}x + 2$  57. г. 6 59. б.  $f^{-1}(-2) = -2\frac{2}{3}$   
 60. б. -19 62.  $-\frac{4}{5}$  64.  $y = \frac{3}{5}x - 2$  67. 0

### VII бүлэг. ДҮРС, ӨНЦӨГ, БАЙГУУЛАЛТ

1. б. 12 г.  $\frac{16}{3}$  2.  $135^\circ$  3. 15, 9, 8 4. а. 12, 8 б. 10 5. 4 6. 6, 4, 6 7.  $\frac{ab}{a+b}$   
 8.  $\frac{40}{3}, \frac{40}{3}, \frac{38}{6}$  9. б.  $BL = 4.5$  см,  $AN = 3$  см г.  $AN = 3$ ,  $BL = 6$ ,  $CM = 9$  10.  $h = 4$  см  
 12.  $h = 2\sqrt{3}$  13. б.  $1\frac{1}{5}, 2$  15. б. 0.98 16. б. 0.19 17. б. 5.14  
 18. б. 0.58 19. б.  $30^\circ$  20. б.  $71.94^\circ$  21. б.  $83.14^\circ$  23. в.  $\frac{8}{17}$  е.  $\frac{3}{5}$   
 24. а.  $53^\circ$  в.  $24^\circ$  25. б. 4.5, 2.1 26. б.  $60^\circ$  27. б. 5.5, 2.3  
 28. б.  $x = 12.9$  29. б.  $x = 5$  см 32. б. 9.8 см д. 7.07 см 33.  $9 - 3\sqrt{3}$ ,  $6(\sqrt{3} - 1)$   
 34. б.  $x = 48^\circ$  д.  $x = 4$  см е.  $x = 90^\circ$ ,  $BD = 15$  см 38.  $24^\circ$  39. 32 м 40. б.  $84.8^\circ$   
 43. 5 см 44. 17 см 47. б. 18 г.  $2\sqrt{119}$  54.  $\sqrt{41}$  см 55. 65 см  
 56. 90 см 59. б.  $x = 25^\circ$  г.  $x = 65^\circ$  61. б.  $x = 150^\circ$  г.  $x = 220^\circ$  64. б.  $\frac{28}{3}$   
 65. б.  $3\sqrt{3}$  е. 27 68. б. 4 д. 52 76. в.  $\frac{4}{25}$  79. 2 80. а. 28 см б. 5 см  
 81. б.  $x = 7.7$ ,  $y = 6.4$  82. б.  $\alpha = 73.4^\circ$ ,  $\beta = 36.6^\circ$ ,  $x = 5.4$  см,  $y = 6.7$  см  
 83. б.  $x = 14$  см,  $\beta = 31^\circ$  84. б.  $AB = \sqrt{29}$  см,  $\alpha = 48.1^\circ$  85. б.  $x = \sqrt{11}$   
 86. б.  $x = 8\sqrt{17}$  87. б.  $x = 4$  88. б. 40 89. б.  $x = 14.5^\circ$  90. б. 2.5 см

### VII бүлэг. БАЙРШИЛ, ХӨДӨЛГӨӨН, ХУВИРГАЛТ

8. б.  $y = 1$  шулууны хувьд  $A, E$  тэгш хэмтэй г.  $y = -x$  шулууны хувьд  $A, D$  тэгш хэмтэй  
 12. а. 2, 3, 3.61 б. (8, 1), (10, 1), (8, 4) 12. а. (3, 7), (3, 5), (6, 5), (5, 7) б. (5, 7), (5, 5), (8, 5), (7, 7) 14. (4, 6) цэгт төвтэй цагийн зүүний дагуу  $180^\circ$ -ын эргүүлэлт эсвэл (4, 6) цэгт төвтэй төвийн тэгш хэм 15. а.  $A$  дүрсийг цагийн зүүний дагуу  $90^\circ$ -аар эргүүлэхэд  $C$  дүр гарна. б.  $A$  дүрсийг  $Ox$ -ийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргаад, дараа нь  $(-7, 0)$  чиглэлд параллел зөөлтөөр шилжүүлэхэд  $F$  дүр гарна. Өөрөөр хувиргалтыг тодорхойлох боломжтой. 16.  $k = 2$ ,  $k = 4$  18. б.  $k_2 = 0.5$  г.  $k = 1$   
 22. б.  $C(-3, -2)$  г.  $C(a+c, 0)$  е.  $C(9, 9)$ ,  $B(11, 3)$  23. а.  $AB = 5$ ,  $BC = \sqrt{17}$ ,  $AC = \sqrt{10}$   
 25. в. 12 41. б.  $|\overline{AB}| = 0.25$  42. б.  $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{178}$  43. в. 17 г. 17.2  
 45.  $060^\circ$  46.  $003^\circ$  47.  $y = 65^\circ$ ,  $z = 80^\circ$ ,  $x = 35^\circ$   
 48. а. 486 км б. Масштабаар багасган байгуулалт хийж, зай, өнцгийг хэмжинэ 288.3°  
 49. 1 см-г 50 км багтана гэж үзээд  $A$  буудлаас 5.1 см, 11.5 см, 7.8 см, 2 см зайд өгсөн өнцгөөр байгуулна. 50. г.  $\begin{pmatrix} -4 \\ 7 \end{pmatrix}$  з.  $\begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$  52. Чиглэлээсээ хамаарч 2 хариу  
 гарах боломжтой 53. б.  $k = \frac{1}{3}$  е.  $k = \frac{2}{3}$  66.  $240^\circ$  67.  $030^\circ$

## VIII бүлэг. ХЭМЖИГДЭХҮҮН

2. е.  $6 \times 10^{-6}$  кг 3. 720 г 4. 160 г 5.  $700 \text{ г} \leq \text{уут будаа} < 750 \text{ г}$   
 6. 4 уут будааны жинг 3 удаа авахад нэг удаа 84 кг, дараагийн удаа 86 кг гарч байна. Эхний тохиолдолд 6 жинлэлтээр, дараагийн тохиолдолд 4 жинлэлтээр гарсан үр дүн тул жингийн алдаа 1 кг (хасагддаг). Уут будааны жин 6 кг, 7 кг, 8 кг, 9 кг  
 9. е. 33 км 10. г. 8 цаг 40 мин 11. б. 625 м в. 12 мин 13. в.  $2\frac{1}{10}$  цаг  
 е.  $5\frac{1}{15}$  цаг 14. г. 3 цаг 18 мин е. 3 цаг 27 мин 15. б. 2.97 км/ц е. 0.39 км/ц  
 21.  $30\frac{2}{7}$  км/ц 22. 3:2 24. 25%. 25. а. 2 цаг 30 минут 29. 1 км  
 38. б.  $-\frac{2}{3}$  м/с<sup>2</sup> в. 6000 м г. 30 м/с 40. г. 6 м/с,  $-2 \text{ м/с}^2$ , 45 м 55. а. 2:3  
 г. 60% 57. 75% 58. б. 37 см 59. 23 60. а.  $\frac{1}{10}$  б. 16.7%  
 64. б. 168 е. 253.5 65\*. 1:1 67. 15.6 см 73. 64% 77\*. 13.76 см<sup>2</sup>  
 80. 12900 м<sup>2</sup> 82. г. 99.25 е. 128.5 83. г. 10.9% 85. 100.5 см<sup>2</sup> 87. 13712 см<sup>2</sup>  
 89. а. 15 см 90. б. 1.12 91. б. 11.3 г. 0.16 93.  $68\sqrt{3}$ , 33  
 94. а. 10676 см<sup>2</sup> б. 81.64 л 97. б. 154 см<sup>2</sup>, 264 см<sup>3</sup> е. 768, 1260  
 98. 24 г 99. а.  $\sqrt{34}$  см б. 96 см<sup>2</sup> 100. б.  $78\pi$  в. 0.5 101. б.  $70\pi$  г. 119π  
 102. б. 8 м г. 25 дм 103. б.  $48\pi$  104. б.  $65\pi$  111. 10 см  
 112. б.  $4\sqrt{3}$  см г.  $\sqrt{2}$  114. 6 м<sup>2</sup> д. 39 м<sup>2</sup> 116.  $300\pi$ ,  $1000\sqrt{2}\pi$   
 107. б.  $60\sqrt{11}$  122. б. 0.25, 0.125 126. б. 2048 дм<sup>2</sup> 128.  $h=12$ ,  $x=15$   
 132. а. Хоёр дахь машины хурд 72 км/ц б. 12 цаг 45 мин  
 136. 10 уут тус бүрээс харгалзан 1, 2, 3, ..., 9, 10 гэж авч жинлэнэ. 139. в. 268 мин  
 144. б. 0.8 м/с<sup>2</sup> в. 100 м 145. а. 15 сек б.  $-\frac{4}{3}$  м/с<sup>2</sup>  
 146. а.  $-3 \text{ м/с}^2$  б.  $-\frac{4}{9}$  м/с<sup>2</sup> в. 32 м 147. а. 450 км/ц-ийг м/с-ээр илэрхийлбэл  
 125 м/с болно. Хурдатгал нь  $\frac{5}{36}$  м/с<sup>2</sup>,  $-\frac{25}{216}$  м/с<sup>2</sup> б. 1136.25 км  
 148. б.  $-\frac{3}{5}$  м/с<sup>2</sup> 149. б. 1:2 150. а. 12.5 см в. 211.25 г. 6.76  
 153. 10 154. 12 155\*. б.  $191 + 32.75\pi$ ,  $178.5 + 18.375\pi$   
 156\*. б. ABC гурвалжны дундаж шугам, өндрийг олоод, огтлолд үүсэх гурвалжны  
 өндрийг тооцоолж олно,  $\frac{3}{4}\sqrt{903} \approx 22.5$  см<sup>2</sup> 157. 8 см<sup>3</sup> 158\*.  $V=1.5$  см<sup>3</sup>  
 159. б. 50 см<sup>2</sup> 160. 72 см<sup>3</sup> 161. б. 240.2 см<sup>2</sup> 163. а. 12 см 164. в. 400 165. 57

## IX бүлэг. ӨГӨГДӨЛТЭЙ АЖИЛЛАХ

13. б. 12 өдөр 22. б. 28 кг д. 5.25 кг  
 27. Моод, медиан нь тохиромжтой дундаж болно. 28. г. Моод бүлэг нь тохиромжтой.  
 30. Моод нь тохиромжтой дундаж болно. 32. в. 20 нас  
 36. а. 16.9 гр, 16.3 гр, эхний хайрцаг дахь дээж хүнд 40. г. Насны ангиллаар  
 ялгаатай дүгнэлт гаргаж болно. 41. в. 48.38 кг е. 71.5 кг 42. б. 800 сурагч  
 44. б. 400 сурагч 68.  $a=6$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 1

1. б.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{3}\right)^0, \left(\frac{1}{3}\right)^1, \left(\frac{1}{3}\right)^2, \left(\frac{1}{3}\right)^3, \left(\frac{1}{3}\right)^4$   
 2. а. 49 б. 9 в.  $\frac{1}{64}$  г.  $\frac{1}{64}$  д. 6 е. 27 ж. 1000 з.  $\frac{1}{125}$  3. д.  $2^{18}$   
 4. а.  $\frac{1}{3}$  б.  $\frac{1}{9}$  в. 27 г. 4 5. а. 58 б. 140 в. 1365 6. а.  $-2\sqrt{6}$  б. 288  
 7. а. 13.4 б. 7.5 в. 93.75 8.  $3.3522 \times 10^8$   
 9. б.  $8.9 \times 10^2, 5.078 \times 10^4, 4 \times 10^5, 3.5 \times 10^6$  10.  $7.323 \times 10^{-12}$  11.  $1.71 \times 10^{-10}$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 2

1. 36 оноо, 48 оноо авсан, тэнцээгүй 2. а. 48 б. 12 3. б. 21% 4. 1:300000  
 5. а. 2:5 б. 1:2.5 6. в. 20000 төг 7. б. 0.54 в. 0.42 8. а.  $\frac{1}{12}$  б.  $\frac{1}{6}$  в.  $\frac{1}{6}$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 3

1. а.  $0.01a^2b^5c^4$  б.  $x^5y^5$  2. а.  $9y^2-16$  б.  $4x^2-8x+3$   
 3. а.  $9x^2-24x+16$  в.  $(9x^2-8y)(9x^2+8y)$  4. а.  $(2x+5)(x+2)$  б.  $(3n-4)(n-2)$   
 5. 55 6. а.  $(1, -2)$  б.  $\left(\frac{8}{3}, 2\right)$  7. а.  $x > 6$  б.  $x \geq 3$  8. а.  $k = \pm 6$  в.  $x = 9$   
 9. а.  $x = 54.5$  б.  $x = 5$  10. а.  $\frac{x^2+y^2}{y(x-y)}$  б.  $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$  11. 17 м 12.  $x = 2$  см

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 4

1. а.  $a_n = 3n-1$  б.  $a_n = 4n-5$ , арифметик прогресс 2. а.  $a_n = 3$  б.  $a_n = \frac{9}{25} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}$   
 3. б.  $k = 0.5$  4.  $B, D, E$  5.  $x_1 = 1, x_2 = -4, (-1.5, -6.25)$ , ХБУ =  $-6.25$   
 7.  $y = \frac{7}{3}x + 4$  8. а.  $y = -\frac{3}{2}x + 2$  б.  $y = \frac{5}{3}x - 1$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 5

1. а.  $x = 100^\circ$  б.  $x = 60^\circ$  в.  $x = 70^\circ$  г.  $x = 52.5^\circ$  д.  $x = 60^\circ$  е.  $x = 110^\circ$   
 2. 2.4 см, 4.8 см 3. б.  $AC = \frac{20}{3}$  см 4.  $\sin x = \frac{AB}{AC}, \cos x = \frac{BC}{AC}, \operatorname{tg} x = \frac{AB}{BC}$   
 5. а.  $x = 14\sin 57^\circ$  б.  $x = \frac{8}{\cos 71^\circ}$  в.  $x = \frac{9}{\operatorname{tg} 68^\circ}$  6. в.  $x = 10$  см,  $y = 14$  см г.  $\frac{9}{49}$  д.  $\frac{5}{24}$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 6

1. а. 4, 4 б. 2, 2 в. 5, 5 4. а.  $(13, 2)$  б.  $(10, 15)$  в.  $\sqrt{233}$  г.  $\sqrt{178}$   
 5. а.  $|\vec{a}| = 3\sqrt{2}, |\vec{c}| = \sqrt{10}$  б.  $|\vec{a}| = 2\sqrt{5}, |\vec{b}| = 3$  в.  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = \sqrt{13}$   
 6. Өгсөн масштабээр багасган байгуулалт хийж бодно.  $40\sin 40^\circ + 30\sin 20^\circ$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 7

1. б. Үдээс өмнө 3 цаг 30 мин 2. а.  $19\frac{1}{9}$  м/с б. 540 км/ц  
 4. а. 2 м/с, 1 м/с<sup>2</sup>, 38 м б. 6 м/с,  $-2$  м/с<sup>2</sup>,  $-1$  м/с<sup>2</sup>, 46 м  
 5. а. 27.5 б. 63 в. 26 г. 72.5 6. 162.8 см<sup>2</sup> 7. а. 23.3 см б. 899.8 см<sup>2</sup>  
 8. б. 80 в.  $22 + 4\sqrt{89} \approx 59.7$  г.  $\frac{5}{21}$  9. а.  $64\sqrt{2}$  б. 72 10. 32 11. 0.25 12. 48 л  
 13. а. 240, 144 б. 366, 270 в.  $180 + 45\pi, 216 + 27\pi$

## ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ 8

1. а. 8.5 б. 9 3. б. 4.375 см 4. а.  $637.7 \approx 638$  в. моод 630, медиан 630 буюу дунджаар 630 дуудлага ирдэг 5. 85, моод байхгүй, медиан 45.5 байснаа 50 болсон